ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

ИНФРАЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ В АТМОСФЕРЕ. НАБЛЮДЕНИЯ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ.

Е.А. Пономарев, А.Г. Сорокин, А.И. Ерущенков

Институт Солнечно-земной физики СО РАН

Всеобъемлющий дистанционный мониторинг природной среды не возможен без систематических наблюдений атмосферного инфразвука. При этом Атмосферные Инфразвуковые Волны (АИВ) могут выступать в качестве полезного сигнала при диагностике природных систем или же в качестве помехи, мешающей различать сигналы от технических объектов. И в том, и в другом случае необходимо знание «портретных характеристик» АИВ. Такими характеристиками являются «волновые формы», то есть амплитудно-временная реализация сигнала. Ниже мы приведем примеры волновых форм для основных видов АИВ.

На рисунке 1 представлен интересный вид непрерывного сигнала - микробаромы. Кривые N, W, E – компоненты трехпозиционной регистрации (север, восток, запад). Микробаромы генерируются в областях встречного волнения, которые возникают при движении циклонов над морской поверхностью. Если в голове циклона ветер дует с юга на север и раскачивает соответствующую систему волн, то когда он продвигается вперед, эта система волн остается до тех пор, пока сюда не придет тыловая область циклона, где ветер дует с севера на юг и генерируется новая система волн, идущих уже в противоположном направлении. Интерференция встречных волн создает условия для излучения звука в воду (микросейсмы) и в атмосферу (микробаромы) [1,2].

На рисунке 2 приведена запись китайского атомного взрыва в атмосфере. Максимальная амплитуда сигнала составляет 20 микробар, а период колебаний около 6 секунд. По характеристикам сигнала можно установить, что тротиловый эквивалент взрыва был ~25 килотонн ТНТ, если взрыв производился на высоте более 2 км, или около 15 килотонн – если на земной поверхности.

На рисунке 3 приведены записи сигналов, характерных для авроральной зоны. Вверху – пример «волн Вильсона», генерируемых сверхзвуковыми движениями полярных сияний. В нижней части рисунка 3 показаны длиннопериодные волны неизвестного происхождения. Они приурочены к прохождению «разрыва Харанга»- области стыка восточного и западного авроральных электроджетов.

На рисунке 4 представлен сигнал от пролета (вверху) и старта (внизу) ракеты «Энергия». Характерным является то, что сигнал с места старта пришел много позже, чем сигнал от ближайшей точки траектории. Сигнал, пришедший с Байконура, оказывается сильно растянутым по времени, что говорит о многолучевости. Мы видим, что акустический эфир интенсивно заполнен инфразвуковыми сигналами разной природы. Из-за малой величины молекулярного затухания АИВ распространяются на континентальные расстояния. (3-4 тысячи километров). Если сигнал излучается под большим углом к горизонту (>75°), он уходит в верхнюю атмосферу, где поглощается. Поглощение растет с высотой, во-первых, из-за роста вязкости, во-вторых – из-за нелинейного «укручения» при котором гармонический сигнал превращается в квазипилообразную волну. При этом появляются высокочастотные гармоники, которые быстро затухают. Поток энергии в верхнюю атмосферу, связанный с постоянной акустической активностью тропосферы, одного порядка с энергией вносимой туда ультрафиолетовым излучением спокойного Солнца. Таким образом, «наземный инфразвук» должен играть заметную роль в тепловом балансе верхней атмосферы. Другой эффект проникновения АИВ в ионосферу – формирование ионосферных неоднородностей. Для акустико-гравитационной ветви этот эффект хорошо изучен, поскольку АГВ наблюдаются радиосредствами непосредственно в виде перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ). Эффекты, собственно, инфразвука в ионосфере известны плохо. Причина этого – трудность прямых наблюдений, но главным образом – консерватизм исследователей ионосферы. Нам представляется, что широкое поле акустически обусловленных явлений в верхней атмосфере еще ждет своих исследователей.

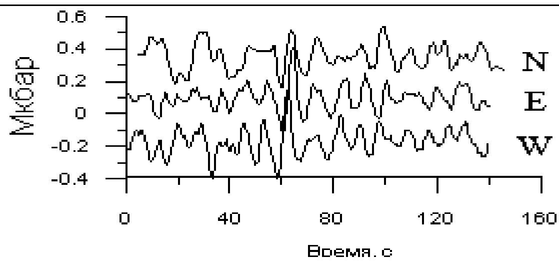


Рис. 1.

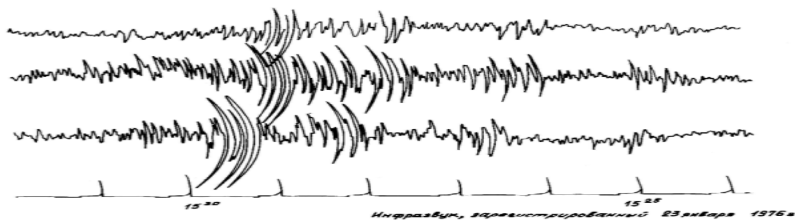


Рис. 2.

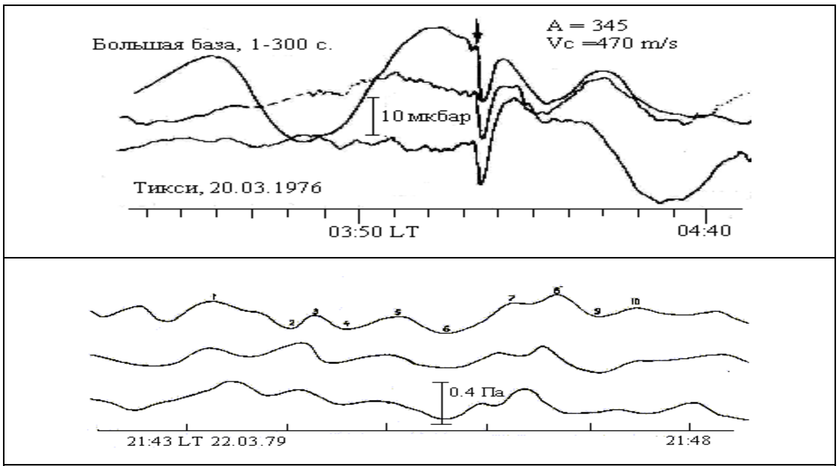


Рис. 3.

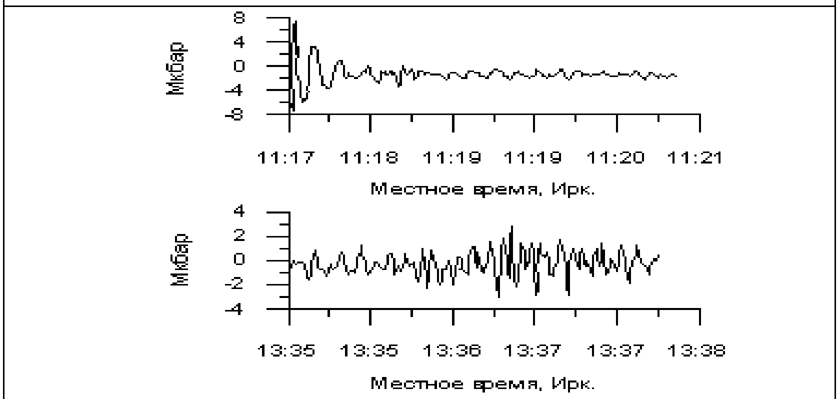


Рис. 4.

Литература

1. Бреховских Л.М., Гончаров В. В., Кутепов В.М., Наугольных К.А. К вопросу об излучении инфразвука в атмосферу поверхностными волнами в океане. //Известия. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1973, т.9, № 9, с.899-907.
2. Пономарев Е.А., Сорокин А.Г., Табулевич В.Н. К вопросу о возбуждении микробаром океанским волнением. //Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. Вып.106., Новосибирск. Изд-во СО РАН, 1997. с.207-212.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ МЕТОДОМ АКУСТИЧЕСКОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

М.В. Вервейко, В.Н. Вервейко, В.В. Рябыкин

Курский государственный педагогический университет

Введение

Влияние давления на релаксационные процессы в нематических жидких кристаллах (НЖК) практически не исследовано. Сравнение коэффициента поглощения $\alpha_{сдв}/f^2$, обусловленного сдвиговой вязкостью, с экспериментом позволяет определить величину избыточного поглощения, связанного с объемной вязкостью η_v.

Теоретический анализ

Используя экспериментальные данные [1, 2] для ЭББА, МББА и Н-8 о плотности ρ и сдвиговой вязкости η_s НЖК, низкочастотной (НЧ) скорости ультразвука (УЗ) C_0, рассчитана величина $\alpha_{сдв}/f^2$:

$$\frac{\alpha_{сдв}}{f^2} = \frac{8\pi^2}{3\rho C_0^3} \cdot \eta_s . \tag{1}$$

Значения $\alpha_{кэс}/f^2$ превосходят $\alpha_{сдв}/f^2$. Для выяснения механизмов избыточного поглощения звука, кроме зависимостей α/f^2 от температуры T и давления P, проанализирован характер изменения отношения η_v/η_s и η_v в зависимости от термодинамических параметров состояния. Отношение η_v/η_s найдено по формуле:

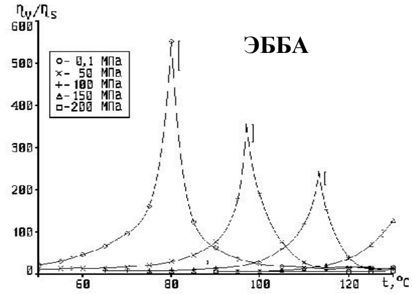
$$\frac{\eta_V}{\eta_S} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\alpha_{экс} - \alpha_{сдв}}{\alpha_{сдв}} . \tag{2}$$

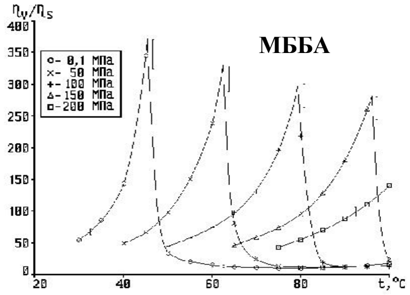
Результаты расчетов η_v/η_s для частоты 3 МГц приведены на рис. 1. Значения η_v вблизи фазового перехода НЖК–ИЖ (изотропная жидкость) ($2\,K \le |\Delta T| \le 20\,K$) удовлетворительно описываются соотношением:

$$\eta_V = \eta_V^0 \cdot \left(\frac{|\Delta T|}{T_c} \right)^{-\upsilon} , \tag{3}$$

где υ – критический показатель степени, η_V^0 – коэффициент, зависящий от давления, T_c – температура просветления (перехода НЖК–ИЖ).

Согласно [3], при идентификации релаксационных механизмов, наряду с характером зависимости η_v/η_s и η_v от P и T, важную роль играет поглощение на длину волны $\mu = \alpha\lambda$. Оно характеризует энергию УЗ волны, рассеивающуюся за один цикл деформации среды, в которой распространяется волна, μ_{max} (максимальная величина





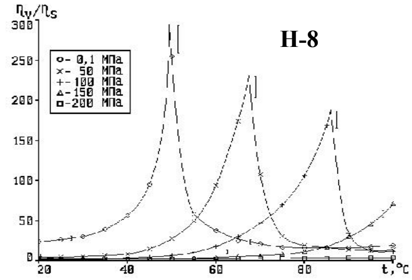


Рис. 1

поглощения на длину волны при частоте $f = f_c$) и f_c или $\tau_i = (2\pi f_c)$, где f_c – характеристическая частота i–того релаксационного процесса при выполнении условия $\omega\tau_i = 1$, τ_i – время релаксации i–того процесса. Значения μ_{max} определяются термодинамическими величинами, а f_c (τ_i) – кинетическими.

Поглощение на длину волны для одиночного релаксационного процесса может быть представлено соотношением:

$$\mu = AC_0 f_C \cdot \frac{f/f_C}{1+\left(f/f_C\right)^2} = 2\mu_{\max} \cdot \frac{f/f_C}{1+\left(f/f_C\right)^2}\,, \qquad (4)$$

где $\mu_{max} = AC_0 f_c/2$, A – параметр, характеризующий НЧ значения поглощения, соответствующие данному релаксационному процессу. Параметр А связан с максимальным значением объемной вязкости η_v и НЧ скоростью УЗ C_0 соотношением:

$$\eta_V = \frac{\rho \cdot C_0^3 A}{2\pi^2}\,. \qquad (5)$$

Частота релаксации f_c связана с ΔH^* и ΔS^* – энтальпией и энтропией активации соответственно соотношением:

$$f_C = \left(\frac{k_Б T}{2\pi h}\right) \cdot \exp\left(\frac{-\Delta H^*}{RT}\right) \cdot \exp\left(\frac{\Delta S^*}{R}\right), \qquad (6)$$

где $k_Б$ – постоянная Больцмана, R – универсальная газовая постоянная.

По нашему мнению, основанному на результатах анализа зависимостей релаксационных свойств от параметров состояния и частоты УЗ, релаксация в исследованных НЖК обусловлена двумя механизмами: “критическим”, связанным с релаксацией параметра порядка и флуктуациями параметра порядка и директора, и “нормальным”, вероятнее всего, связанным со структурной релаксацией. Вблизи T_c “критический” механизм релаксации становится основным. Вдали от перехода основным является “нормальный” релаксационный механизм. Релаксация, связанная с вращением концевых бутильных групп молекул НЖК, в исследованном интервале давлений, температур и частот УЗ не имеет заметного вклада.

Зависимость f_c от P описывается выражением:

$$f_C = f_C^0 + k_1 \cdot \Delta P + k_2 \cdot \Delta P\,, \tag{7}$$

где k_1 и k_2 —коэффициенты, зависящие от температуры.

НЧ релаксация в обеих фазах проявляется в небольшом интервале температур $|\Delta T|$. Среди исследованных НЖК наименьший интервал имеет ЭББА, наибольший – МББА. “Критический” механизм в обеих фазах ЭББА и Н–8 практически исчезает при $|\Delta T| \geq 15\ K$. В НФ (нематической фазе) МББА его влияние сохраняется практически во всем интервале существования НФ. Давление мало влияет на температурный интервал НЧ релаксации. Температурная зависимость эффективного времени НЧ релаксации определяется выражением:

$$\tau = \tau_C^0 \cdot \left(\frac{\Delta T}{T_C}\right)^{-\upsilon}, \tag{8}$$

где υ – критический показатель степени, τ_C^0 – коэффициент, имеющий размерность времени; υ и τ_C^0 не зависят от температуры.

Для всех НЖК υ уменьшается с ростом давления, а τ_C^0 растет в обеих фазах. В МББА при $P > 100$ МПа τ_C^0 начинает уменьшаться.

По зависимости ln ($\tau_c \cdot T$) от T^{-1} определили значения энтальпии активации ΔH^* эффективных реакций:

$$\Delta H^* = R \cdot \frac{\partial(\ln \tau_C \cdot T)}{\partial(1/T)}\,. \tag{9}$$

Эксперимент

Измерения скорости УЗ проводились импульсным методом одного фиксированного расстояния, поглощения УЗ – переменного расстояния, плотности – акустического пьезометра, вязкости – катящегося шарика.

Литература

1. Вервейко М.В., Вервейко В.Н. //В кн.: Ультразвук и термодинамические свойства вещества. – Курск: КГПУ, 1998, с. 28.
2. Вервейко М.В., Вервейко В.Н., Неручев Ю.А. //В кн.: Тр. 3-й междунар. научно-техн. конф. “Чкаловские чтения – инженерно-физические проблемы авиационной и космической техники”. – Егорьевск: ЕАТК ГА, 1999, с. 240.
3. Шахпаронов М.И. Механизмы быстрых процессов в жидкостях. – М.: Высшая школа, 1980. 352 с.

СТРУКТУРНАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

Г.А.Мельников, Ю.Ф.Мелихов

Курский государственный педагогический университет

В настоящее время в акустических теориях под структурной релаксацией понимают три различных процесса, связанных с изменением как внутримолекулярной структуры (разрыв связей в молекулах, вращение частей молекулы вокруг сильных связей), так и надмолекулярной структуры - изменение ближнего порядка в расположении молекул.

Существование в жидкости ближнего порядка в современных теориях, как правило, характеризуется наличием в них комплексных образований - кластеров, содержащих в себе от нескольких до сотен молекул, причем при изменении параметров состояния вещества, или при воздействии на него ультразвукового поля изменяется как протяженность ближнего порядка, так и степень его совершенства. Установление нового ближнего порядка после воздействия на вещество внешнего возмущения будем называть кластерной структурной релаксацией, а время установления - временем кластерной (структурной) релаксации τ_{clast}.

В рамках кластерной модели вещества рассматривается два вида структурной релаксации: кластерная релаксация, обусловленная перестройкой ближнего порядка в конденсированной среде и димерная релаксация, связанная с образованием и распадом димеров в первой координационной сфере.

Времена каждой из составляющих структурной релаксации могут быть определены по акустическим измерениям (скорости и поглощению ультразвуковых волн) с использованием теплофизических данных по плотности, теплоемкостям и вязкости вещества.

Время кластерной релаксации τ_{clast}. Поглощение ультразвуковых волн при условии $\omega\tau$ <<1 определяется выражением, полученным нами в рамках кластерной модели, причем оно может быть вычислено по термодинамическим параметрам жидкости с хорошей точностью в широком интервале температур и давлений.

Релаксирующую силу для кластерного релаксационного процесса b_{clast} можно оценить из следующих соображений.

В дырочных теориях различной их модификации объемный эффект релаксационного процесса ΔV можно положить равным объему образовавшихся дырок в результате перестройки кластера, состоящего из частиц первой координационной сферы. Для простых жидкостей объем образовавшихся дырок определяется формулой:

$$\Delta V = \Delta V_{\partial} = \frac{1}{4}\cdot\left(v - v_f\right). \tag{1}$$

Тепловой эффект кластерного релаксационного процесса в рамках предложенной модели есть энтальпия активации в кластере, следовательно, квадратную скобку в формуле

$$b_i = \frac{(C_P - C_V)C_i}{C_V(C_P - C_i)}\left[1 - \frac{\Delta V}{\Delta H}\cdot\frac{C_P}{\alpha_P V}\right]^2$$

для релаксационной силы можно преобразовать к виду:

$$\left[1 - \frac{\Delta V}{\Delta H}\cdot\frac{C_P}{\alpha_P V}\right]^2 = \left[1 - \frac{v_f}{RT}\cdot\frac{C_P}{\alpha_P V}\right]^2 \tag{2}$$

затем, используя формулу для свободного объема и известное термодинамическое соотношение

$$\gamma = 1 + \frac{(\alpha_P c)^2 T}{C_P}, \tag{3}$$

получаем удобное выражение для квадратной скобки в формуле (2):

$$\left[1 - \frac{\Delta V}{\Delta H}\cdot\frac{C_P}{\alpha_P V}\right]^2 = \frac{1}{(\gamma - 1)^2}, \tag{4}$$

где, как и прежде, $\gamma = C_P/C_V$ - отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме.

Для релаксирующей силы кластерного релаксационного процесса получается соотношение:

$$b_{clast} = \frac{1}{C_P \cdot (\gamma - 1)}\cdot\frac{C_{clast}}{(1 - C_{clast}/C_P)}, \tag{5}$$

где C_{clast} - кластерная теплоемкость, связанная с перестройкой кластера, которую можно оценить по формуле Шоттке:

$$C_{clast} = R\cdot\left(\frac{\Delta H_{акт}}{RT}\right)^2\cdot\frac{\exp(-\Delta H_{акт}/RT)}{[1 + \exp(-\Delta H_{акт}/RT)]^2}, \tag{6}$$

здесь $\Delta H_{акт}$ – энтальпия активации.

Функция Шоттке является универсальной функцией, причем максимальное значение C_{clast} соответствует энтальпии активации порядка $\Delta H_{акт}$=2.4RT. Для простых жидкостей ($\Delta H_{акт}/RT$) не превышает 2.6 и не бывает ниже 0.24, поэтому для этого класса жидкостей кластерная теплоемкость (C_{clast}/R) возрастает с ростом отношения ($\Delta H_{акт}/RT$), исключая область, прилегающую к точке перегиба.

Используя полученное соотношение для релаксирующей силы (5) и формулу для кластерной части поглощения ультразвуковых волн приходим к окончательному выражению для времени кластерной релаксации в зависимости от параметров состояния жидкости:

$$\tau_{clast} = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{mkT}}{\pi\sigma^2}\beta_S\cdot\left\{\gamma(\gamma - 1)\left(\frac{C_P}{C_{clast}} - 1\right)\left(\frac{z_1}{z_0}\right)\right\}, \tag{7}$$

где сохранены все обозначения физических величин, принятые ранее.

Время димерной релаксации. Релаксирующая сила при димерной релаксации связана с образованием и развалом димеров в первой координационной сфере и согласно общему определению может быть выражено соотношением:

$$b_{\dim} = \frac{(\gamma-1)}{C_P}\cdot\frac{C_{\dim}}{\left(1-C_{\dim}/C_P\right)}\cdot\left[1-\frac{\Delta V}{\Delta H_{\dim}}\cdot\frac{C_P}{\alpha_P V}\right]^2 . \quad (8)$$

При образовании димеров из отдельных атомов или двухатомных молекул объемный эффект процесса ΔV можно считать достаточно малым, т.е. таким, чтобы выполнялось условие $[(\Delta V/\Delta H_{\dim})\cdot(C_P/\alpha_P V)] << 1$, тогда для димерной релаксирующей силы получим формулу:

$$b_{\dim} = \frac{(\gamma-1)}{C_P}\cdot\frac{C_{\dim}}{\left(1-C_{\dim}/C_P\right)}, \quad (9)$$

причем такое соотношение указывает на то, что димерная теплоемкость $C_{\dim}$ обусловливается одним возбужденным состоянием, расположенным выше основного невырожденного состояния и может быть описана той же самой функцией Шоттке:

$$C_{\dim} = R\cdot\left(\frac{\Delta H_{\dim}}{RT}\right)^2\cdot\frac{\exp\left(-\Delta H_{\dim}/RT\right)}{\left[1+\exp(-\Delta H_{\dim}/RT)\right]^2}, \quad (10)$$

однако в этом соотношении энтальпия образования димера есть величина постоянная для данной жидкости, в отличии от энтальпии активации в кластере $\Delta H_{\text{акт}}$, которая уменьшается с ростом температуры и увеличивается с повышением давления.

Воспользовавшись уравнением для димерной релаксационной силы (9) и полученным ранее соотношением для димерного поглощения ультразвуковых волн приходим к окончательному выражению для времени димерной релаксации:

$$\tau_{\dim} = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{mkT}}{\pi\sigma^2}\beta_S\cdot\left(\frac{z_1}{z_0}\right)\cdot\left\{\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\cdot\left(\frac{C_P}{C_{\dim}}-1\right)\cdot e^{\frac{\Delta H_{\dim}}{RT}}\right\}. \quad (11)$$

Предложенная методика исследования релаксационных процессов в органических жидкостях позволяет проследить зависимость параметров релаксации в зависимости от температуры и давления в широкой области их изменения, что сделать традиционным образом довольно трудно.

Показано, что время структурной релаксации в нормальных жидкостях (н-парафины, н-олефины, сжиженные благородные газы) имеет явно выраженный минимум в зависимости от температуры на линии насыщения и вдоль изотерм в зависимости от давления.

Рассчитана энергия образования димеров в простых жидкостях (Ne, Ar, Kr, Xe) и жидкостях со сложным атомным составом (углеводороды и их галогенозамещенные). Полученные данные согласуются с прямым спектроскопическим определением этой величины.

СКОРОСТЬ ЗВУКА И ОСОБЕННОСТИ МЕЖМОЛЕКУЛЯРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЗАМЕЩЕННЫХ БЕНЗОЛА

Ю.А.Неручев, А.В.Шахов

Курский государственный педагогический университет

Авторами экспериментально исследованы бензол и его замещенные: фторбензол, хлорбензол, бромбензол, йодбензол и толуол. Некоторые характеристики объектов исследования приведены в табл.1 [1]. В жидкой фазе указанных соединений были измерены: скорость ультразвука от температур плавления до кипения, плотность в интервале от 0°С до 100°С и изобарная теплоемкость от –25°С до +125°С. Скорость звука определялась импульсным методом одного фиксированного расстояния на частотах 1,5–3,3 МГц, – дисперсия скорости на данных частотах не наблюдалось [2]; плотность определялась пикнометром; теплоемкость – методом монотонного нагрева. Погрешности, измерений не превышали 0,1%; 0,1%; 5,0% соответственно.

Табл.1

№	Жидкость	Формула	$\mu\times10^3$, кг/моль	$t_{пл}$, С	$t_{кип}$, С	ρ_{20}, кг/м^3	$n_{20}^{Д}$
1.	Бензол	C_6H_6	78.114	5.51	79.6	879.2	1.5010
2.	Фторбензол	C_6H_5F	96.104	-41.2	85.1	1020.4	1.4724
3.	Хлорбензол	C_6H_5Cl	112.559	-45.58	132.0	1106.2	1.5246
4.	Бромбензол	C_6H_5Br	157.016	-30.82	156.2	1494.8	1.5602
5.	Йодбензол	C_6H_5J	204.011	-31.33	188.3	1832.3	1.6129
6.	Толуол	C_7H_8	92.1	-95.01	110.62	866.94	1.49693

По результатам измерений рассчитаны: адиабатическая и изотермическая сжимаемости, коэффициент теплового расширения, изохорная теплоемкость, термический коэффициент давления и др.

Данные эксперимента и расчетов использованы для оценки энергии межмолекулярных сил. Для этого было использовано соотношение, полученное в рамках дискретно-континуальной модели, связывающее энергию межмолекулярных сил со скоростью звука и другими непосредственно измеряемыми величинами [3]

$$|E_P| = \left(\frac{1}{c^2\alpha_P T} + \frac{\alpha_P}{C_P}\right)^{-1} - \frac{RT}{\mu}\,. \tag{1}$$

Одновременно с этим проведен анализ вкладов в энергию взаимодействия различных сил [4], которые оценивались по формуле

$$|E_P| = B\rho^2 + b\rho^{1/3} - A\rho^{2/3}\left(1 + \frac{\rho^{1/3}}{\alpha}\right)\exp\left(-\frac{\alpha}{\rho^{1/3}}\right), \tag{2}$$

хорошо согласующейся с экспериментальными данными и выражением (1) для толуола и бензола во всем исследованном интервале температур (см. табл.2). Первое слагаемое представляет собой вклад в энергию взаимодействия дисперсионных сил притяжения, являющийся основным при температурах, близких к температурам кипения, второе слагаемое – слабых сил притяжения "кулоновского" вида, третье слагаемое – сил отталкивания. Эмпирические константы *B, b, A,* и α, входящие в формулу (2), характеризуют индивидуальные свойства молекул и тесно связаны с критическими параметрами жидкости. Они определяются независимыми друг от друга способами.

Табл. 2

t, °C	10	20	30	40	50	60	70
Бензол							
$\lvert E_P \rvert$ по (1),	406	399	392	384	376	366	356
$\lvert E_P \rvert$ по (2),	403	395	388	381	373	366	359
ε, %	0,8	0,9	1,0	0,9	0,6	0,1	0,7
Фторбензол							
$\lvert E_P \rvert$ по (1),	335	330	324	318	311	303	295
$\lvert E_P \rvert$ по (2),	331	325	319	313	306	300	294
ε, %	1,3	1,6	1,7	1,6	1,3	0,9	0,2
Хлорбензол							
$\lvert E_P \rvert$ по (1),	334	330	325	321	316	311	306
$\lvert E_P \rvert$ по (2),	335	330	325	320	315	311	306
ε, %	0,5	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,0
Бромбензол							
$\lvert E_P \rvert$ по (1),	261	258	256	253	251	247	244
$\lvert E_P \rvert$ по (2),	266	262	258	255	251	248	244
ε, %	1,8	1,6	1,0	0,6	0,3	0,1	0,0
Йодбензол							
$\lvert E_P \rvert$ по (1),	216	215	214	212	211	209	206
$\lvert E_P \rvert$ по (2),	218	215	213	210	207	205	202
ε, %	1,0	0,1	0,6	1,2	1,6	1,8	1,9
Толуол							
$\lvert E_P \rvert$ по (1),	389	383	378	371	365	359	352
$\lvert E_P \rvert$ по (2),	386	380	373	367	361	355	348
ε, %	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,1	1,0

Окончание табл. 2

t, °C	80	90	100	110	120	130
Бензол						
$\|E_P\|$ по (1),	347	337	328	319	310	301
$\|E_P\|$ по (2),	352	343	333	323	314	304
ε, %	1,4	1,6	1,6	1,4	1,2	0,7
Фторбензол						
$\|E_P\|$ по (1),	286	278	270	262	254	246
$\|E_P\|$ по (2),	288	282	274	266	258	249
ε, %	0,5	1,2	1,3	1,5	1,5	1,3
Хлорбензол						
$\|E_P\|$ по (1),	300	295	289	284	277	273
$\|E_P\|$ по (2),	301	296	290	285	280	275
ε, %	0,1	0,3	0,5	0,6	0,9	0,8
Бромбензол						
$\|E_P\|$ по (1),	240	236	232	227	225	219
$\|E_P\|$ по (2),	240	237	233	229	226	222
ε, %	0,1	0,3	0,5	1,0	0,5	1,3
Йодбензол						
$\|E_P\|$ по (1),	203	200	197	193	189	186
$\|E_P\|$ по (2),	200	197	194	192	189	187
ε, %	1,8	1,6	1,3	0,7	0,0	0,2
Толуол						
$\|E_P\|$ по (1),	344	337	329	320	—	—
$\|E_P\|$ по (2),	342	335	329	322	—	—
ε, %	0,7	0,4	0,1	0,6	—	—

Литература

1. Свойства органических соединений. Справочник / Под ред. Потехина А.А. – Л.: Химия, 1984, 520 с.
2. Зотов В.В., Мелихов Ю.Ф., Мельников Г.А., Неручев Ю.А. Скорость звука в жидких углеводородах. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 1995, 77 с.
3. Неручев Ю.А. Дискретно-континуальная модель для прогнозирования равновесных свойств органических жидкостей. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001, 139 с.
4. Неручев Ю.А., Шахов А.В. Межмолекулярное взаимодействие в жидкостях //Труды молодых ученых физико-математического факультета: Межвуз. сб. научных трудов. – Курск: Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2001, с.52-69.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В КУБИЧЕСКОМ КРИСТАЛЛЕ С ВМОРОЖЕННОЙ НАМАГНИЧЕННОСТЬЮ

В.В.Соколов

Московская государственная академия приборостроения и информатики

Введение

До недавнего времени в физике сплошных сред использовались два векторных поля, вмороженных в вещество среды: поле вихря скорости в идеальной жидкости и напряженность магнитного поля в как в сплошной среде с бесконечной проводимостью. Поле намагниченности как новый тип вмороженного в среду поля было впервые введено при вывода уравнений феррогидродинамики [1], а затем для описания распространения упругих волн в идеальном нероводящем твердом теле [2]. По-существу, уравнение выражающее условие вмороженности намагниченности в среду, является новым уравнением движения намагниченности.

Цель настоящей работы состояла в обобщении уравнений магнитоупругости [2] за счет учета конечности времени релаксации напряженности магнитного поля к термодинамически равновесному значению и применению полученных уравнений к изучению скорости распространения и коэффициента поглощения упругих волн в кубическом кристалле.

Основные уравнения

Система уравнений магнитоупругости непроводящего твердого тела с вмороженной намагниченностью имеет вид

$$\frac{d\rho}{dt}+\rho\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)=0\,,$$

$$\frac{dm_i}{dt}=m_k\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\partial q_i}{\partial t}\right)+\frac{H_i-H_i^{eq}}{\rho\tau}\,, \tag{1}$$

$$H_i^{eq}=-\frac{df}{dm_i}\,,$$

$$\rho\frac{d^2q_i}{dt^2}=\frac{\partial}{\partial x_n}\left(\rho\frac{\partial f}{\partial q_{k,n}}\left(\delta_{ki}-\frac{\partial q_k}{\partial x_i}\right)+\rho m_n H_i^{eq}\right)-H_i\frac{\partial\left(\rho m_j\right)}{\partial x_j}\,,$$

$$\rho C\frac{dT}{dt}=\frac{\partial}{\partial x_n}\left(\chi\frac{dT}{dx_n}\right)+\frac{1}{\tau}\left(H_j^{eq}-H_j\right)^2+\rho T\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial^2}{\partial T\partial q_{k,m}}\right)_m\frac{dq_{k,m}}{dt}+\rho T\frac{\partial H_p^{eq}}{\partial x}\frac{\partial m_p}{\partial t}\,,$$

$$\nabla\Psi=4\pi\frac{\partial\left(\rho m\right)}{\partial x}\,,\qquad H_i=-\frac{\partial\Psi}{\partial x_i}.$$

Система уравнений замыкается заданием конкретного вида плотности свободной энергии f , которая зависит от инвариантов тензора, составленного из пространствен-ных производных $q_{i,j}$ вектора смещений q_i индивидуальных точек твердого тела, температуры и компонент вектора удельной намагниченности m_i. Последние два уравнения (1) являются магнитостатическими уравнениями Максвелла, Ψ - скалярный потенциал магнитного поля. В отличие от [2], в этой системе уравнений магнитоупругости учитывается конечностью времени релаксации τ напряженности магнитного поля к термодинамически равновесному значению H^{eq}. Система уравнений магнитоупругости (1) позволяет изучать поведение твердых тел, не ограничиваясь случаем магнитного насыщения.

Скорость и поглощение ультразвука

Положим, что объемная плотность свободной энергии кубического кристалла определяется следующим известным выражением

$$\rho f = \frac{c_{11}}{2}(\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) + c_{12}\left(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\right) + 2c_{44}\left(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2\right) +$$
$$\beta_1\left(m_x^2\varepsilon_{xx} + m_y^2\varepsilon_{yy} + m_z^2\varepsilon_{zz}\right) + 2\beta_2\left(m_x m_y \varepsilon_{xy} + m_y m_z \varepsilon_{yz} + m_z m x \varepsilon_{zx}\right) +$$
$$K\left(m_x^2 m_y^2 + m_z^2 m_y^2 + m_x^2 m_z^2\right),$$

где c_{ij} – модули упругости кристалла, ε_{kl} – компоненты тензора деформации, β_1, β_2 – изотермические константы магнитоупругой связи, K - константа анизотропии.

Постоянное магнитное поле направим вдоль оси z, волны распространяются в плоскости xy вдоль направления [110]. Решение линеаризованной системы уравнений (1) с учетом заданной плотности свободной энергии приводит к следующим результатам: продольная и быстрая поперечная волны оказываются не связанными с магнитной подсистемой; скорость распространения медленной поперечной волны дается выражением

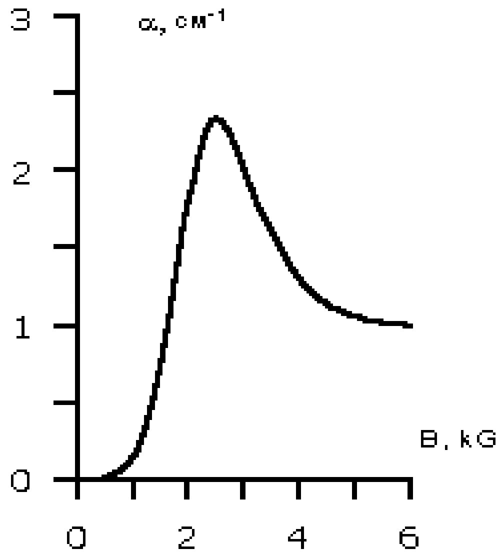
$$c = \left[c_{0t}^2 + \frac{b}{\left(a^2 + \omega^2\tau^2\right)}\left(\frac{\omega^2\tau^2 b}{c_{0t}^2\left(a^2 + \omega^2\tau^2\right) - ab}\right) - a\right]^{1/2}, \qquad (2)$$

и имеет коэффициент поглощения равный

$$\alpha = \frac{\omega^2 \tau b}{2c\left[c_{0t}^2\left(a^2 + \omega^2\tau^2\right) - ab\right]}, \qquad (3)$$

где введены обозначения

$$a = 4\pi + \frac{2Km_0^2}{\rho_0^2};\; b = \frac{\beta_2^2 m_0^2}{\rho_0^3};\; c_{0t}^2 = \frac{c_{44}}{\rho_0}.$$



Результаты расчета по формуле (3) отражены на рис.1. В этой связи укажем на результаты работы [3], в которой экспериментально было обнаружено в монористаллах никеля вначале резкое увеличение поглощения ультразвука, а затем его уменьшение в области (0,58 – 0,82)B_s (B_s – магнитная индукция насыщения). Однако, в отличие от полученных теоретических результатов, в эксперименте [3]полевая зависимость поглощения ультразвука, показанная на рис.1, наиболее ярко проявляется в поглощении продольных волн, распространяющихся вдоль направления [110].

Литература

1. Соколов В.В., Толмачев В.В. //Магнитная гидродинамика, 1996, т.32, №3, с. 318 .
2. Соколов В.В., Толмачев В.В. //Акуст. журн. 1997, т.46, с.545.
3. A. Zielinski A., G. Dietz G., C. Becker C., D. Lenz D., and K. Lucke K. // J. Magn. Magn. Mat., 1989,v. 82, №1, p. 33.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ВОЛН ЛЭМБА В СЛОЕ И СТЕРЖНЕ

В.И. Ерофеев, Н.В. Клюева, И.Н. Солдатов

Нижегородский филиал Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН.

В работе дан сравнительный анализ дисперсионных зависимостей симметричных волн, распространяющихся в слое и стержне. Сопоставление дисперсионных зависимостей в слое и стержне позволяет составить представление о влиянии боковой стенки у полосы или бруса на дисперсионные характеристики волновых процессов в сравнении с неограниченным по ширине слоем.

1. Симметричные волны Лэмба в слое

В слое, в силу наличия границ, *P*- и *SV*-волны не могут существовать независимо, их интерференция формирует так называемые волны Лэмба. Дисперсионное уравнение симметричных волн Лэмба имеет вид [1]

$$(2k^2-\Omega^2)^2 ch(\eta) sh(\zeta) - 4\eta\zeta k^2 sh(\eta) ch(\zeta) = 0 \qquad (1.1)$$

где $\Omega = \omega h / c_s$, $k = \alpha h$, $\eta = \sqrt{k^2 - \Omega^2 c_s^2 c_p^{-2}}$, $\zeta = \sqrt{k^2 - \Omega^2}$, ω – циклическая частота, h – полутолщина слоя, α – волновое число. На любой безразмерной частоте Ω у уравнения (1.1) существует конечное число вещественных корней (которым соответствуют волны переносящие энергию по слою), конечное число чисто мнимых корней (им соответствуют неоднородные волны, не переносящие энергию) и бесконечное число комплексных корней (затухающие (или возрастающие) волны). С увеличением частоты увеличивается число распространяющихся мод. На любой частоте существует одна распространяющаяся мода, которая называется нулевой (s_0). На Рис.1 (штриховые линии) приведены дисперсионные кривые (а), соответствующие распространяющимся симметричным модам, а также зависимости фазовых (б) и групповых скоростей (в) шести низших симметричных мод от частоты. Первая колонка соответствует коэффициенту Пуассона $\nu = 0{,}11$, вторая – $\nu = 0{,}43$. Граничная частота $(\Omega_{кр})_n$ на которой возникает n-я распространяющаяся мода называется частотой запирания $(\Omega_{кр\,1})_n = \pi n$, $(\Omega_{кр\,2})_n = \pi c_p (2n-1)/2c_s$, $n = 1,2,\ldots$. Фазовая скорость нулевой моды при изменении частоты от нуля до бесконечности монотонно уменьшается от пластиночной скорости $c_{pl} = \rho^{-1}\sqrt{\lambda + 2\mu - \lambda^2(\lambda+2\mu)^{-1}}$ до скорости волны Рэлея $c_R \approx c_s(0.87 + 1.12\nu)(1+\nu)^{-1}$. Фазовые скорости всех остальных мод меняются от бесконечности (на частоте запирания) до скорости сдвиговой волны c_s при $\omega \to \infty$. Поведение групповых скоростей носит более сложный характер по сравнению с фазовыми. Более сильно выражена зависимость групповых скоростей от частоты, имеются выраженные относительные минимумы и максимумы. С ростом номера моды количество относительных экстремумов увеличивается. Групповая скорость нулевой моды при изменении частоты от нуля до бесконечности меняется от c_{pl} до c_R, вначале монотонно убывая, а затем (примерно с $\Omega \approx 2.1$) монотонно возрастая и асимптотически приближаясь к c_R. Групповые скорости ненулевых мод меняются от нуля (на частоте запирания) до c_s при $\omega \to \infty$. Иногда групповые скорости некоторых мод в определенных частотных пределах принимают отрицательные значения. Это явление – разнонаправленности фазовой и групповой скоростей – носит название "обратной волны", в частности, обратная волна существует около частоты запирания у моды s_1 при $\nu < 0{,}43$.

2. Продольные волны в стержне

Дисперсионное уравнение для продольных волн в стержне имеет вид

$$(\Omega^2 - 2k^2)^2 J_0(\eta) J_1(\zeta) + 4k^2 \eta\zeta J_0(\zeta) J_1(\eta) - 2\Omega^2 \eta J_1(\eta) J_1(\zeta) = 0 \qquad (2.1)$$

где J_0, J_1 - функции Бесселя, остальные обозначения - прежние, под h понимается радиус стержня. На Рис. 1 приведены (сплошные линии) дисперсионные кривые, зависимости фазовых c_{ph} и групповых c_g скоростей первых шести мод от частоты для двух значений коэффициента Пуассона. Предельные значения фазовой и групповой скоростей при низкой частоте низшей моды равны стержневой скорости $c_E = \sqrt{E/\rho}$. У низшей моды дисперсия незначительна на низких частотах: отличие фазовой скорости от стержневой составляет менее 1% до частоты Ω = 2,2 при ν = 0,11; Ω= 1,1 при ν = 0,3; Ω= 0,9 при ν = 0,43 (т.е. дисперсия увеличивается с ростом коэффициента Пуассона). В высокочастотной области групповая и фазовая скорости низшей моды приближаются сверху к скорости волн Рэлея c_R. Все более высокие моды имеют бесконечную фазовую и нулевую групповую скорости на частотах запирания, а в высокочастотной области эти скорости стремятся снизу к скорости сдвиговой волны. Как и в слое, может наблюдаться явление "обратной волны".

Нетрудно заметить большое сходство между симметричными волнами Лэмба в слое и продольными волнами в стержне. Может даже показаться, что кроме небольшой разницы в скоростях низших (нулевых) мод при $\omega \to 0$ ($c_{pl} = \sqrt{[\lambda + 2\mu - \lambda^2(\lambda + 2\mu)^{-1}]/\rho}$ – в слое и $c_E = \sqrt{\mu(3\lambda + 2\mu)/(\lambda + \mu)\rho}$ – в стержне) и заметной разницы в частотах запирания, все остальные отличия незначительны. Но это не так, хотя отличия носят не столько качественный, сколько количественный характер. Так, например, в отличие от слоя, где при $\omega \to \infty$ фазовая скорость нулевой моды приближается к скорости поверхностной волны Рэлея c_R сверху, в стержне скорость нулевой моды стремится к c_R снизу при $\omega \to \infty$. Исследование дисперсии волн в стержне позволяет составить некоторое представление о влиянии боковой стенки у полосы или бруса на дисперсионные характеристики волновых процессов в сравнении с неограниченным по ширине слоем (Рис. 1).

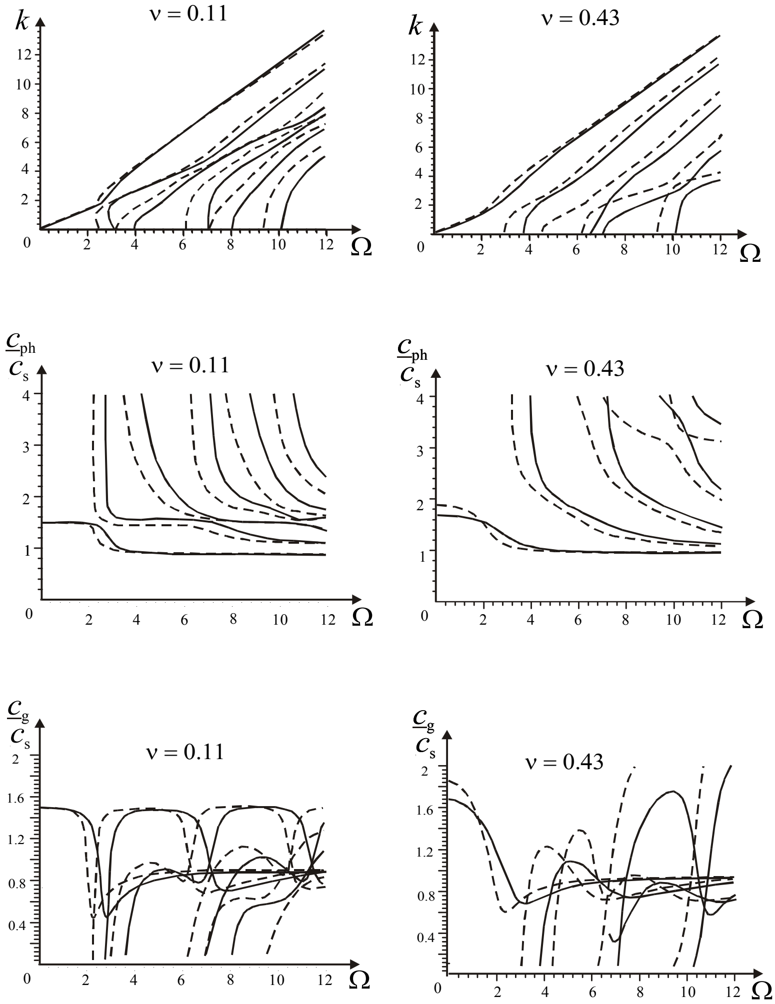


Рис. 1

Работа выполнялась при поддержке РФФИ (№ 01-01-00589 и № 00-02-17337).

Литература

1. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев, “Наукова думка”, 1981, 283с.

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ПОЛЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В СЛОЕ НА ЖЕСТКОМ ОСНОВАНИИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОВЕРХНОСТНОЙ НАГРУЗКИ

В.И.Ерофеев, Н.В.Клюева, И.Н.Солдатов

Институт машиноведения РАН

Для целей вибродиагностики, а также для борьбы с вибрациями и шумом очень желательно знать с какими формами волнового движения в конструкции (при определенных предположениях относительно источника) приходится иметь дело и величину их относительного вклада в общее волновое поле. В работе рассмотрена одна из простейших конструкционных моделей – изотропный упругой слой, покоящейся на жестком основании, в котором волновое поле возбуждается вертикальной периодической осесимметричной нагрузкой на поверхности. Получены формулы для волнового поля, созданного распространяющимися модами. Представлены результаты расчетов зависимостей амплитуд вертикальных перемещений на свободной поверхности от частоты для распространяющихся мод.

Уравнения движения изотропной упругой среды имеют вид

$$-\mathbf{u}_{tt} + (c_p - c_s)\, grad\ div\, \mathbf{u} + c_s \Delta \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

Свяжем с верхней поверхностью слоя прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$, так что ось z направлена перпендикулярно верхней поверхности вглубь слоя. Введем также цилиндрическую систему координат $Or\varphi z$. В силу осевой симметрии задачи можно использовать представление вектора перемещений через скалярные потенциалы $\mathbf{u} = \nabla\theta + rot(\psi_* \mathbf{e}_\varphi)$, которые, как следует из (1), должны удовлетворять волновым уравнениям $\theta_{tt} - c_p^2 \Delta\theta = 0,\ \ \psi_{tt} - c_s^2 \Delta\psi = 0$. На поверхностях слоя ($z = 0,\ h$) должны выполняться граничные условия $\sigma_{zz}\big|_{z=0} = -pH(r-a)e^{-i\omega t},\ \ \sigma_{zr}\big|_{z=0,h} = 0,\ \ u_z\big|_{z=h} = 0$, где σ_{zz}, σ_{zr} - компоненты тензора напряжений. Из этих условий вытекают граничные условия для потенциалов

$$\begin{gathered} 2\mu\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial r\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) + \lambda\Delta\theta\Bigg|_{z=0} = -PH(r-a)e^{-i\omega t}, \\ 2\frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial r} - \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{\psi}{r^2}\Bigg|_{\substack{z=h\\ z=0}} = 0, \quad \frac{\partial\theta}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r}\Bigg|_{z=h} = 0 \end{gathered} \tag{2}$$

Достаточно рассмотреть случай точечной нагрузки. Перейдем к несколько более удобным безразмерным переменным $z' = z/h,\ \ r' = r/h,\ \ \theta' = \theta/h^2,\ \ \psi' = \psi/h^2$, $P' = P/\mu$. Далее штрихи будем опускать. Потенциалы можно представить в виде интегралов Ганкеля

$$\theta = e^{-i\omega t}\int_0^\infty (C_1\, sh\,\eta z + C_2 ch\,\eta z) kJ_0(kr)dk, \quad \psi = e^{-i\omega t}\int_0^\infty (D_1\, sh\,\zeta z + D_2 ch\,\zeta z) kJ_1(kr)dk,$$

где $\eta = \sqrt{k^2 - \Omega^2 c_s^2 c_p^{-2}}$, $\zeta = \sqrt{k^2 - \Omega^2}$, $\Omega = \omega h / c_s$, $\mathrm{Re}\,\eta > 0$, $\mathrm{Re}\,\zeta > 0$. Функции C_1, C_2, D_1, D_2 от k находятся из системы алгебраических уравнений, полученной из (2), и в результате

$$u_r = -Pe^{-i\omega t}\int_0^\infty \left[\frac{(\Omega^2 - 2k^2)k\, sh\zeta}{\mathrm{S}} ch\,\eta z + \frac{2k\zeta\eta sh\,\eta}{\mathrm{S}} ch\,\zeta z \right] kJ_1(kr)dk$$
$$u_z = Pe^{-i\omega t}\int_0^\infty \left[\frac{(\Omega^2 - 2k^2)\eta sh\zeta}{\mathrm{S}} sh\,\eta z + \frac{2k^2\eta sh\,\eta}{\mathrm{S}} sh\,\zeta z \right] kJ_0(kr)dk, \qquad (3)$$

где $\mathrm{S} = (2k^2 - \Omega^2)^2 sh\zeta ch\eta - 4k^2\zeta\eta ch\zeta sh\eta$. Заметим, что равенство $\mathrm{S} = 0$ определяет дисперсионное уравнение для симметричных нормальных волн Лэмба в слое. От функций Бесселя перейдем к функциям Ганкеля. Ввиду четности подынтегрального выражения можно нижним пределом интегрирования сделать $-\infty$. Для вычисления интегралов используем метод контурного интегрирования. Функции под знаком интегралов имеют особенности в точках на комплексной плоскости и в том числе лежащих на вещественной оси. Способ обхода полюсов на вещественной оси определяется условиями излучения (иногда групповые скорости некоторых мод в определенных частотных пределах принимают отрицательные значения – возникает “обратная волна”). Достаточно далеко от источника основной вклад в волновое поле будут вносить распространяющиеся моды (т.е. моды у которых волновое число является вещественным) и, кроме того, можно воспользоваться асимптотическим представлением для функции Ганкеля

$$u_r \approx -\frac{iPe^{-i\omega t}}{\sqrt{r}} \sum_n \frac{\sqrt{2\pi k_n}\, k_n[(\Omega^2 - 2k_n^2) sh\zeta\, ch\eta + 2\zeta\eta sh\eta\, ch\zeta]}{\mathrm{S}'(k_n,\Omega)} e^{i(kr - 3\pi/4)} \Bigg|_{S(k_n,\Omega)=0}$$

$$u_z \approx \frac{iP\Omega^2 e^{-i\omega t}}{\sqrt{r}} \sum_n \frac{\sqrt{2\pi k_n}\,\eta\, sh\eta\, sh\zeta}{\mathrm{S}'(k_n,\Omega)} e^{i(kr - \pi/4)} \Bigg|_{S(k_n,\Omega)=0}$$

где суммирование ведется по распространяющимся модам и

$$\mathrm{S}' = 8(2k^2 - \Omega^2) sh\zeta ch\eta + (2k^2 - \Omega^2)^2 k \left[\frac{ch\zeta}{\zeta} ch\eta + \frac{sh\eta}{\eta} sh\zeta \right] -$$
$$-4kch\zeta sh\eta \left(2\zeta\eta + k^2\frac{\eta}{\zeta} + k^2\frac{\zeta}{\eta} \right) - 4k^3 \left(\eta sh\zeta sh\eta + \zeta ch\zeta ch\eta \right)$$

На рис. 3 показаны нормальные перемещения на свободной поверхности слоя, вызываемые первыми тремя распространяющимися модами ($P = 1$, $\nu = 0.11$) на расстоянии $r = 10h$. Тонкой кривой соответствуют перемещения от нулевой распространяющейся моды, жирной сплошной– от первой моды, пунктирной – от второй.

Видно, что на низких частотах амплитуда нулевой моды относительно невелика, а затем в узком диапазоне частот $2{,}45 < \Omega < 2{,}65$ резко возрастает и столь же резко убывает, а далее плавно растет с ростом частоты как $\sqrt{k} \approx c_s\Omega / c_R$. На частотах запирания $\Omega = \pi n, \quad n = 1{,}2...$, на которых новые моды рождаются как чисто сдвиговые, амплитуда вертикальных перемещений появившейся моды равна нулю, а на критических частотах $\Omega = \pi c_p(2n-1)/2c_s, \quad n = 1{,}2...$, связанных с возникновением чисто продольного движения, амплитуды вертикальных перемещений новых мод бесконечно большие. Это вполне естественно, поскольку на частотах запирания в упругом слое групповая скорость равна нулю и нет оттока энергии на бесконечность. Существуют диапазоны частот, в которых амплитуда вертикальных перемещений для высших мод фактически обращается в нуль, так например, первым таким диапазоном для моды s_2 является $7{,}26 < \Omega < 9{,}56$ (см. рис. 2).

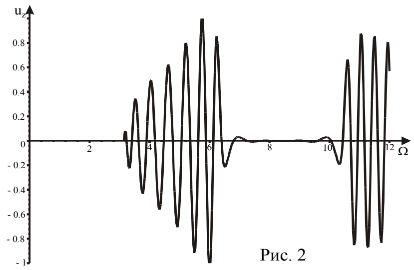


Рис. 2

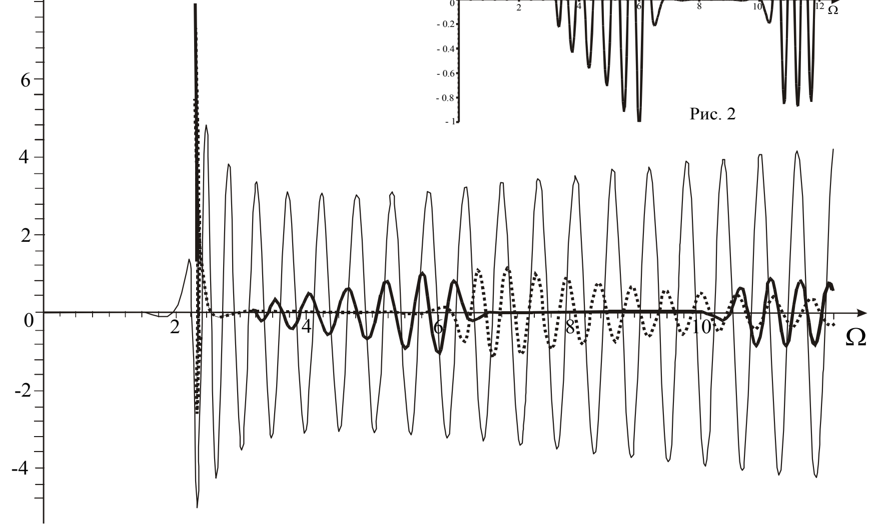


Рис. 1

Работа выполнялась при поддержке РФФИ (№ 01-01-00589 и № 00-02-17337).

Литература

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология . Т.1 -М.:Мир,1983, 520с.

О ПОСТУПАТЕЛЬНОМ И КОЛЕБАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИЯХ СТОЛБИКА ЖИДКОСТИ В КОНИЧЕСКИХ КАПИЛЛЯРАХ

Ю.М.Заславский, В.Е.Назаров

Институт прикладной физики РАН

Введение

Настоящий доклад посвящен теоретическому исследованию движения капельной жидкости, находящейся в коническом капилляре, под действием сил поверхностного натяжения и вязкого трения [1]. Известно [2], что если в такой капилляр поместить столбик жидкости, смачивающей стенки, то он начинает самопроизвольно двигаться в более узкую часть капилляра. Принято считать, что причиной такого движения является “разность капиллярного давления, возникающая в результате различной кривизны поверхностей менисков” [2].

Теоретический анализ

Рассмотрим столбик несжимаемой жидкости в коническом капилляре и определим силу, действующую на такой столбик, обусловленную взаимодействием молекул на границах различных контактирующих фаз: газ (1) - жидкость (2), твердое тело (3) - газ (1) и жидкость (2) - твердое тело (3) (Рис.1).

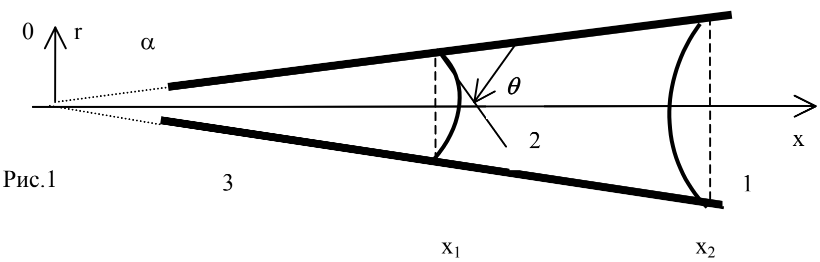


Рис.1

Будем считать, что слева и справа от столбика поверхность капилляра покрыта тонкой пленкой жидкости. Зафиксируем координаты левого и правого менисков в точках x_1 и x_2 и определим изменение свободной поверхностной энергии столбика при перемещении его левого и правого менисков в точки x_1+dx_1 и x_2+dx_2. Перемещение левого и правого менисков капли на расстояния dx_1 и dx_2 приведет к изменению ее свободной поверхностной энергии на величину [3]:

$$dE(x_1,x_2) = dE_m(x_1)+dE_m(x_2)+dE_s(x_1)+dE_s(x_2) \approx$$

$$\approx 2\pi tg\,\alpha/cos\alpha[(\gamma_{13}-\gamma_{23})x_1dx_1 - (\gamma_{13}-\gamma_{23})x_2dx_2], \quad (1)$$

где $dE_m(x_{1,2})$ и $dE_s(x_{1,2})$ – приращения поверхностной энергии капли за счет изменения площади поверхности левого и правого менисков и изменения состояния поверхности капилляра вблизи левого и правого менисков, константы $\gamma_{i,j}$ характеризуют удельные внутренние поверхностные энергии различных фаз, $cos\theta = (\gamma_{13}-\gamma_{23})/\gamma_{12}$, θ-контактный угол, $\alpha<<\pi/2$ – половина угла раскрыва конуса. Дифференцируя выражение (1) по координате x_c центра тяжести капли и учитывая, что $x_c=\pi tg^2\alpha(x_2^4-x_1^4)/4b$, $b=\pi tg^2\alpha(x_2^3-x_1^3)/3$ и $dx_2=(x_1^2/x_2^2)dx_1$, $dx_c=(\pi l tg^2\alpha x_1^2/b)dx_1$, можно получить выражение для капиллярной силы, действующей на каплю, удаленную от вершины конуса $x_1 tg\alpha<<l<<x_1$, $l = x_2-x_1$:

$$F_{cap}(x_1,x_2) \approx -2b\gamma_{12}cos\theta/x_1x_2 sin\alpha\ . \tag{2}$$

Эта сила может быть также представлена как $F_{cap}\approx-2\pi l\gamma_{12}co\theta tg\alpha/cos\alpha$..
При написании уравнения движения капли определим выражения для ее импульса $P(x_1,x_2)\approx\rho b\partial x_1/\partial t$ и для силы вязкого трения:

$$F_{vis}(x_1,x_2)\approx-2\,\eta b(\partial x_1/\partial t)/tg\alpha h x_1, \tag{3}$$

где $\eta=\rho\nu$ - динамический коэффициент вязкости. Здесь предполагается, что распределение скорости жидкости $U(x,r)$ в столбике по радиусу при перемещении по капилляру постоянно почти на всем сечении, за исключением приповерхностной пленки толщины h, причем на одной из ее сторон скорость нуль, а на другой равна среднему по сечению значению скорости $\hat{U}(x)$. Внутри пленки течение считается близким к пуазейлеву, поэтому $\partial U(x,r)/\partial r\approx\hat{U}(x)/h$, при этом средняя по сечению скорость движения жидкости в каждом сечении столбика определяется выражением: $\hat{U}(x)=(\partial x_1/\partial t)(x_1^2/x^2)$. Таким образом уравнение движения капли имеет вид:

$$\partial^2 x_1/\partial t^2 +(\partial x_1/\partial t)(2\nu/htg\alpha x_1)+2\gamma_{12}cos\theta/\rho sin\alpha x_1^2 = 0. \tag{4}$$

При наличии продольных осцилляций стенки в акустическом поле за счет вязких сил возникает вынужденное воздействие на каплю, описывающееся уже ненулевым членом в правой части (4), полностью аналогичном по структуре второму слагаемому, в который входит колебательная скорость стенки.

Аналогичное рассмотрение можно провести для колебаний капли вблизи соединения двух усеченных конических капилляров. Локальное сужение капилляра, образованного соединением двух одинаковых усеченных конических капилляров (Рис.2), является для капли смачивающей жидкости состоянием устойчивого равновесия, вблизи которого она, как осциллятор, может совершать колебания. Представляет интерес определить резонансную частоту и добротность линейных колебаний такого осциллятора.

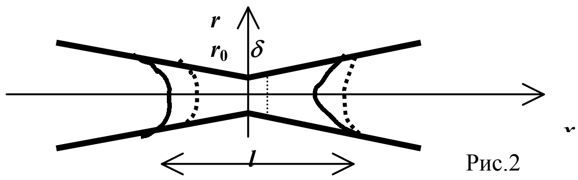


Рис.2

Проводя вычисления, аналогичные случаю конического капилляра, но с учетом произвольного угла раскрыва α, получим следующие выражения для импульса, капиллярной силы, действующей на столбик, выведенный из состояния равновесия на расстояние $\delta \ll l$, и силы вязкого трения:

$$P \approx \rho b(\partial\delta/\partial t),\ F_{cap} \approx -4\gamma_{12}(b/lr_0^2)tg\alpha[4tg\alpha/(1+sin(\theta+\alpha))-cos\theta/cos\alpha]\delta,\ F_{vis} \approx -\pi\eta(r_0/h)l(\partial\delta/\partial t),$$

где r_0 - минимальный радиус капилляра в области сужения, δ-смещение центральной точки столбика в процессе колебаний. Уравнение осциллятора будет таким:

$$\partial^2\delta/\partial t^2 + (2\nu/hr_0)(\partial\delta/\partial t) + \delta[4tg\alpha/(1+sin(\theta+\alpha))-cos\theta/cos\alpha]4\gamma_{12}tg\alpha/\rho l r_0^2 = 0. \qquad (5)$$

При полном смачивании $\theta = 0$, как следует из (5), осциллирующий режим возможен при $\alpha \geq arcsin(1/3)$. Обозначив через Ф выражение в квадратных скобках в (5), запишем частоту и добротность осциллятора:

$$\Omega = (2/r_0)(\gamma_{12}tg\alpha\Phi/\rho l)^{1/2},\ Q = (h/\nu)(\gamma_{12}tg\alpha\Phi/\rho l)^{1/2}. \qquad (6)$$

Принимая следующие параметры капли и капилляра r_0=0.3*мм*, l=10*мм*, Ф=0.1, для собственной частоты колебаний получаем оценку $f_0 \approx 100$ *Гц*, для добротности $Q \approx 1$, что свидетельствует об апериодичности процесса. Таким образом, чтобы удалить или вывести из равновесного положения каплю даже крупных размеров, захваченную капиллярной ловушкой, за счет ее резонансной раскачки, необходимы колебания значительной амплитуды. По оценкам они достигают несколько *см/с*. Капли, типичные для геологических сред, заполняющие капилляры с масштабами порядка 100 *мкм*, имеют резонансы на килогерцовых частотах.

Выводы

В работе получено выражение для капиллярной силы, действующей на столбик несжимаемой жидкости в коническом капилляре, и выведено уравнение движения столбика вязкой жидкости, позволяющее описать поступательное течение капли как в неподвижном, так и в капилляре с соосно осциллирующей стенкой. Найдены выражения для резонансной частоты и добротности колебаний столбика “защемленной” жидкости, находящейся в области сужения капилляра, образованного из двух усеченных соосных конусов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 01-05-64417) и Shell International (проект № 2067/CP-1429 МНТЦ).

Литература

1. Заславский Ю.М., Назаров В.Е. О поступательном и колебательном движениях столбика жидкости в конических капиллярах. Препринт ИПФ РАН № 590, 15 с. 2002 г.
2. Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. Т. 2. М.: Сов. Энциклопедия. 1990. 703 с.
3. Де Жен П.Ж. Смачивание: статика и динамика // УФН, 1987, т. 151, N 4, С. 619

ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СИЛИЦИРОВАННОГО ГРАФИТА

И.А.Иляхинский, А.В.Иляхинский [1],В.М.Родюшкин [1], В.Б.Чистяков

ОКБ Машиностроения, [1]АООТ «РУМО»

Введение

В последнее время появилось достаточно много исследований, посвященных изучению сред со сложной структурой, в которых имеются относительно крупные структурные образования (блоки, зерна и т.д.). Классическая теория упругости, исходящая из представления, что твердое тело есть континуум материальных точек, не учитывает ротационные степени свободы частиц среды и связанные с ними моментные взаимодействия. Интенсивно развиваются новые подходы к созданию теории материалов сложной структуры, связанные с дискретностью строения среды, нелокальностью и нелинейностью взаимодействий между частицами. В этом направлении ведутся как фундаментальные исследования [1,2], связанные с разработкой теоретических основ механики сред с микроструктурой, так и прикладные исследования [3,4], направленные на создание новых перспективных материалов и изучение их физико-механических свойств. В данной работе экспериментально исследован один из представителей таких материалов - силицированный графит.

Теоретический анализ

Для адекватного описания динамических процессов в структуроно-неоднородном материале необходимо рассмотрение как минимум: микро-, мезо- и макроструктурных уровней, которые находятся в непрерывном взаимодействии между собой за счет внутренних связей [5]. Механические свойства материала со сложной внутренней конструкцией зависят как от геометрии микрочастиц, так и от их расположения и сил взаимодействия между ними. Следовательно, надо иметь четкое представление о связи параметров микромодели с основными физико-механическими характеристиками среды: плотностью, пористостью, модулями упругости и т.п. На практике, как в силу отсутствия адекватной универсальной модели, так и в силу необходимости доопределить существующие модели, пользуются результатами экспериментов, в частности акустических, пытаясь найти феноменологические, корреляционные связи измеряемых параметров со свойствами структурированных сред [6].

Явление затухания колебаний в материале достаточно давно применяют на практике в целях дефектоскопии, например для контроля за целостностью изделия по продолжительности звучания. С помощью измерения затухания при малых амплитудах колебаний физики изучают внутреннюю структуру в твердых телах. В работе отдано предпочтение методам, техническая реализация которых возможна на аппаратуре, являющейся принадлежностью большинства машиностроительных производств – на стандартных дефектоскопах.

Одним из важнейших показателей качества материалов является пространственные параметры внутренней структуры, для металлов это главным образом величина зерна, влияющая на прочностные свойства. Очень большое влияние на величину затухания в металлах оказывает соотношение средней величины зерна *Д* и длины ультразвука.

Зависимость затухания от величины зерна используется для измерения размера последней. Применяют диапазон длин волн $4 \leq \lambda/Д \leq 10$, так как при этом затухание быстро меняется в зависимости от диаметра зерна. Для практики контроля следует придерживаться общим закономерностям: рассеяние в каком-либо веществе быстро увеличивается с увеличение размера зерна или уменьшением длины волны звука, если размеры зерна сопоставимы с 1/10 длины волны или больше. Однако существенные помехи при этом возникают только в том случае, если материла достаточно анизотропен.

Большой практический интерес вызывает возможность оценки параметров кристаллической структуры по затуханию. Четкой ясной зависимости между параметрами кристалической структуры и затуханием можно ожидать на простых структурах. Эти данные о затухании на различных частотах ультразвука дают значительно больше информации о структуре, чем контроль материала на одной частоте. Для получения информации о частотно-зависимом затухании используют изучение изменения спектра широкополосного зондирующего импульса либо зондирование на разных частотах. Нами был выбран последний способ изучения частотно-зависимого затухания упругих волн, так как для широкого класса микронеоднородных сред можно реализовать его имея в распоряжении стандартный дефектоскоп с набором искательных головок на разных частотах.

Эксперимент

Процедура оценки характера структурной организации силицированного графита сводилась к измерению на разных частотах затухания волн для выбранного изотропного вещества и вещества с явно выраженной кристаллической структурой. В качестве определяющего эксперимента исследованию подвергался силицированный графит и карбидокремниевый материал Silcar. Ход кривой частотно-зависимого затухания однозначно указывал на структурные особенности внутренней конструкции материала. Эксперименты проводились с использование сертифицированного Госстандартом России прибора фирмы Krautkramer USN 52. В нашем случае использовался «излучатель - приемник» продольных волн колебаний на частотах 0,5;1;2;4;5;10 МГц. Основные измеряемые параметры, характеризующие процесс распространения импульса в среде: разница амплитуд первого и второго эхо – импульса, прошедшего передающую среду. Полученные зависимости затухания от частоты не противоречили модели, где в соответствии с работами ШермергораТ.Д., Конюхова Б.А., Канауна С.К., Углова А.Л., в качестве причины неоднородности приводящей к затуханию волн, учитывались наличие зёренной структуры, системы микротрещин и случайного поля внутренних напряжений:

$$\alpha\,(\omega) = (k_1 + k_2\psi_{\text{A}})\,\omega^4$$

$$v(\omega) = v_0 * (1 - k_3\psi_W - k_4\psi_A\omega^2)$$

где k_1; k_2 ; k_3 ;k_4 - постоянные материала.

Ниже приведены полученные зависимости частотно-зависимого затухания Рис.1 (1,2.3 – СГП ; 4,5 – Silcar; 6 – Сталь40; 7 – Оргстекло).

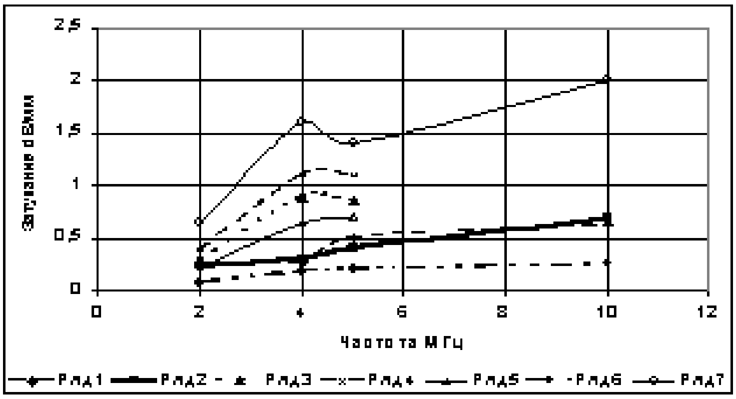


Рис.1

Из представленных графиков можно сделать вывод, что внутреннее строение карбидокремниевого материала Silcar ближе к поликристаллической структуре. Такой вывод делает обоснованным применение ультразвуковых методов контроля качества изделий из Silcar, как это делается в ультразвуковой дефектоскопии металлов. Учитывая широкий спектр разработанных и нормализованных (утвержденных Госстандартом) методик УЗК металлов, не представляется сложным перенести их с соответствующими коррективами, на контроль изделий из силицированного графита Silcar.

Литература

1. Кунин И.А. Теория упругих сред с микроструктурой. М.:Наука,1975.
2. Павлов И.С. О возможности идентификации микрополярной среды по параметрам акустических волн // Физические технологии в машиноведении: Сб.науч.стат.Нижний Новгород, Изд-во «Интелсервис»,2000
3. Потапов А.И. Родюшкин В.М. Экмпериментальные исследования волн деформаций в материалах с микроструктурой //Акуст.журн.,2001, т.47, №3, с.407-412
4. Gauthier R.D.Experimental investigations on micropolar media, Mechanics of Micropolar Media. World Scientific. Singapore,1982, p. 395-463.
5. Физическая мезомеханика и компьютерное моделирование материалов. В 2-х т. / Под ред. Панина В.Е. Новосибирск: Наука, 1995, 295с. и 320с.
6. Артамонов В.В., Артамонов В.П. Неразрушающий контроль микроструктуры металла таплоэнергетического оборудования.//Дефектоскопия,2002,№2,с.34-43

НАПРЯЖЕНИЯ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

С.А.Лисина, А.И.Потапов

Нижегородский филиал Института машиноведения РАН

Обсуждается физический смысл понятий радиационного напряжения и волнового импульса в упругих телах. Указывается, что их физически содержательное определение может быть дано в эйлеровых переменных.

Определение радиационных напряжений

Будем считать, что на среду не действуют никакие внешние силы и все движения в ней происходят за счет внутренних напряжений. В переменных Эйлера одномерные продольные волны в упругой среде описываются уравнением движения, неразрывности и уравнением состояния

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\rho v=0 \quad \sigma=E\varepsilon+\alpha\varepsilon^2. \tag{1}$$

Здесь v - скорость частиц среды, ρ - плотность, σ - напряжение в среде, E и α - линейная и нелинейная константы упругости соответственно. Данная система уравнений незамкнута, для её замыкания необходимо добавить соотношения, связывающие деформацию среды ε скорость её частиц $v = du/dt$ с полем смещений $u(x,t)$:

$$\varepsilon=\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2, \quad v = \frac{\partial u}{\partial t}+v\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial u/\partial t}{1-\partial u/\partial x} \tag{2}$$

Из уравнений (1) следует, что изменение импульса в конечном объеме стержня равно:

$$\frac{dQ}{dt}=\frac{d}{dt}\int_{x_1}^{x_2}\rho v dx=\left[\sigma-\rho v^2\right]_{x_1}^{x_2}=F, \tag{3}$$

Здесь квадратными скобками обозначена разность. Данное уравнение представляет собой обобщение второго закона Ньютона на конечный элемент сплошной среды и, следовательно, в правой части (3) стоит выражение для силы, действующей на элемент среды. Радиационным напряжением (т.е. силой волнового давления) будем называть постоянную составляющую по времени от силы $\langle F\rangle$ [1].

Из определения радиационного напряжения вытекает, что оно отличается от постоянной составляющей упругих напряжений $\langle\sigma\rangle$ на величину, равную удвоенной кинетической энергии.

Для дальнейшего анализа воспользуемся методом последовательных приближений, полагая, что в окрестности стационарного состояния искомые величины можно представить в следующем виде:

$$\rho=\rho_0+\rho'+\rho'', \quad u=u'+u'' \quad \sigma=\sigma'+\sigma'', \tag{4}$$

$$v = v' + v'' = u_t' + u_x' u_t' + u_t'', \quad \varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon'' = u_x' + 1/2\left(u_x'\right)^2 + u_x'',$$

Выражения для силы волнового давления и плотности импульса во втором приближении имеют вид:

$$P = \langle F \rangle = \left[-\rho_0 \left\langle u_t'^2 \right\rangle + E\left\langle u_x' \right\rangle + \left(\alpha - \frac{E}{2}\right)\left\langle u_x'^2 \right\rangle + E\left\langle u_x'' \right\rangle \right]_{x_1}^{x_2}, \tag{5}$$

$$\rho v = \rho_0 u_t' + \rho_0 u_t'' \tag{6}$$

В выражение для силы P аддитивно вошли новые квадратичные слагаемые, а выражение для плотности импульса существенно изменилось по сравнению с первым приближением [2]. Приводимые ниже примеры показывают, что в ряде случаев при нахождении средних значений квадратичных выражений (5) и (6) можно пользоваться величинами, вычисляемыми по линейному приближению и учет слагаемых второго приближения не противоречит этому.

Рассмотрим продольные колебания стержня, один конец которого жестко закреплен, а на другом задан закон его движения. Будем считать, что начальные возмущения отсутствовали. Из общих соображений следует, что в рассматриваемой ситуации среднее по времени напряжения и скорости частиц стержня должны быть равны нулю, т.е. $\langle v' \rangle = \langle v'' \rangle = 0$, $\langle \sigma' \rangle = \langle \sigma'' \rangle = 0$. Из соотношения (4), вытекает связь между средними величинами первого и второго приближений:

$$\langle u_t' \rangle = 0, \quad \langle u_t'' \rangle = -\langle u_x' \cdot u_t' \rangle, \quad \langle u_x' \rangle = 0, \quad \langle u_x'' \rangle = -(\alpha - E/2)E^{-1}\left\langle u_x'^2 \right\rangle$$

Подставляя их в (5) и (6), находим:

$$P = -\left[\rho_0 \left\langle u_t'^2 \right\rangle\right]_{x_1}^{x_2} \qquad \langle \rho v \rangle = -\rho_0 \langle u_x' \cdot u_t' \rangle = \langle q \rangle \tag{7}$$

т.е. во втором приближении выражения для силы волнового давления P и средней по времени плотности волнового импульса $\langle q \rangle$ совпадает с соответствующими выражениями в первом приближении. Новое, к чему приводит учет эффектов второго приближения, сводится к появлению постоянной составляющей деформации

$$\langle \varepsilon'' \rangle = -\frac{\alpha}{E}\left\langle u_x'^2 \right\rangle = -\frac{\alpha U_0^2 \omega^2}{2Ec^2}\cos^2\frac{\omega x}{c} \tag{8}$$

В качестве следующего примера рассмотрим стержень с жестко закрепленными концами. В этом случае должны быть равны нулю средние значения скорости и деформации

$$\langle v' \rangle = \langle v'' \rangle = 0, \quad \langle \varepsilon' \rangle = \langle \varepsilon'' \rangle = 0$$

Из (4) находим связь между усредненными величинами первого и второго приближений:

$$\langle u_t' \rangle = 0, \quad \langle u_t'' \rangle = -\langle u_x' \cdot u_t' \rangle, \quad \langle u_x' \rangle = 0, \quad \langle u_x'' \rangle = \frac{1}{2}\left\langle u_x'^2 \right\rangle.$$

Тогда из (5) и (6) получаем:

$$P = \left[-\rho_0 \left\langle u_t'^2 \right\rangle + \alpha \left\langle u_x'^2 \right\rangle \right]_{x_1}^{x_2}, \qquad \langle \rho v \rangle = -\rho_0 \langle u_x' \cdot u_t' \rangle = \langle q \rangle . \tag{9}$$

Отсюда следует, что среднее значение импульса $\langle \rho v \rangle$, переносимого волной совпадает со средним значением волнового импульса $\langle q \rangle$ в линейной задаче. Сила волнового давления P также определяется возмущением первого порядка, но отличается от ее выражения в предыдущем примере. Кроме того, во втором приближении появляются средние упругие напряжения:

$$\langle \sigma'' \rangle = \alpha \left\langle u_x'^2 \right\rangle , \tag{10}$$

которые являются растягивающими при "жесткой" нелинейности $(\alpha > 0)$ и сжимающими при "мягкой" нелинейности $(\alpha < 0)$.

В эйлеровых координатах задача второго приближения является весьма сложной из-за необходимости учета движения концов стержня. Такие задачи проще решать а лагранжевых переменных, в которых длина стержня считается неизменной и краевые условия задаются на неподвижных границах. Затем, для физической интерпретации полученных результатов, осуществляется переход от лагранжевых переменных к эйлеровым.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-02-16582 и 01-01-00386), и ФЦП «Интеграция» (проект Б0106)

Литература

1. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
2. Потапов А.И., Можен Ж. А. Волновой импульс и радиационные напряжения в упругих телах // Вестник ННГУ. Сер. Механика. 2001. Вып.3. С.92-108.
3. Денисов Г.Г. О волновом импульсе и усилиях, возникающих на границе одномерной упругой системы. // Изв. АН. Механика твердого тела. 1994, №1, С.42-51.

К ВОПРОСУ ОБ УНИВЕРСАЛЬНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МНОГОКАНАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Б.В.Свешников, А.П.Шитвов

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

Введение

Хорошо известно, как велико многообразие прикладных задач, успешно решаемых с помощью аналоговых систем обработки информации на основе поверхностных акустических волн (ПАВ). Это многообразие приводит не только к совершенствованию традиционных типов таких систем, но и к появлению все новых принципов организации архитектуры ПАВ-устройств. Как правило, каждая подобная архитектура требует применения специально разработанной программы, учитывающей конкретные особенности того или иного технического решения. Настоящая работа посвящена созданию универсальной теоретической модели, позволяющей анализировать и оптимизировать свойства разнообразных ПАВ-систем с распределенной обратной связью. В рамках этой модели удается описывать весьма широкий круг многоканальных ПАВ-устройств с учетом практически всех существенных факторов, влияющих на работоспособность и функциональную эффективность подобных систем, включая дифракционное расплывание и отклонение потока энергии пучка ПАВ в анизотропных кристаллах.

Основные принципы моделирования

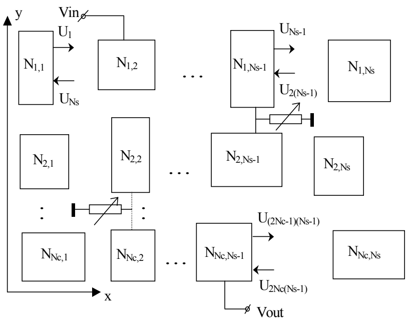


Рис.1

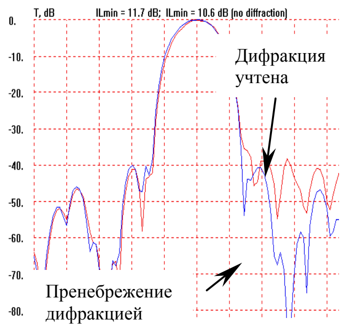


Рис.2

На Рис.1 схематически представлена структура многоканального ПАВ- фильтра, образованного несколькими акустическими каналами (q=1…Nc), каждый из которых структурно разделён на несколько однородных секций (*ν=1…Ns*), с активной апертурой, характеризуемой функцией прямоугольника $\Pi_{q,\nu}(y)$ (именно активные области представлены на Рис.1). Каждая секция (блок) включает произвольное количество элементарных ячеек, характеристики которых (апертура, отражательная способность, тип включения и др.) однородны внутри блока, но могут меняться от секции к секции.

Каждая секция может быть присоединена либо к входной/выходной шине, либо входить в состав переизлучателя (RR) [2], либо оставаться электрически изолированной от остальных структур, выступая в роли короткозамкнутого отражателя. Каждый переизлучатель представляет собой произвольное количество секций расположенных в произвольных каналах, электрически соединённых параллельно и, к тому же, нагруженных реактивным адмиттансом Yo, изменением которого можно управлять эффективностью переизлучения ПАВ между каналами.

Волновое поле ПАВ в системе характеризуется вектором амплитуд электрического потенциала встречных ПАВ в центрах возбуждения (ЦВ) на границе каждой секции. «Последовательная» нумерации этих амплитуд [1,2] зачастую позволяет получить матричные соотношения, содержащие разреженные («трёхдиагональные», в частности) матрицы рассеяния, операции с которыми значительно упрощаются, благодаря известному численному методу («методу прогонки»). Каждая из амплитуд акустических пучков (всего 2(Ns-1)Nc неизвестных) выражается через остальные амплитуды и внешнее напряжение через систему такого же количества линейных алгебраических уравнений, решение которой представляется в простой матричной форме. Результирующую матрицу рассеяния системы **MM** размером [2(Ns-1)Nc×2(Ns-1)Nc], описывающую «межволновые» взаимодействия в системе, удобно представить в виде суммы двух слагаемых **MM=MMI+MMA.** Первое из них представляет собой исходную матрицу рассеяния системы в том случае, когда межканальное взаимодействие ограничивается исключительно параллельным электрическим соединением возбуждающих и приёмных встречно-штыревых преобразователей (ВШП), в то время как второе слагаемое характеризует дополнительное взаимодействие, обусловленное либо дифракцией, либо поперечной связью волноводных мод, или же связью посредством переизлучения ПАВ из одного канала в другой. Матрица **MMI** имеет блочно-диагональную структуру, элементами которой являются матрицы рассеяния изолированного q-го канала $\mathbf{M}_q$ (q=1…Nc) [1]. Специфика структуры матрицы **MMA** целиком связана с характером межканального взаимодействия.

Для описания процессов возбуждения и «приема» ПАВ в системе вводятся две матрицы размером [2(Ns-1)×NsNc]: матрица “возбуждения” ***He*** и матрица «приёма» ***Hr***. Каждая из этих матриц представляется в виде вектора-столбца длиной Nc, элементами которого являются, соответственно, матрицы возбуждения и приёма для каждого акустического канала **he** и **hr**. Столбец с номером «j» первой матрицы характеризует амплитуды ПАВ, возбуждаемые на «правой» и «левой» границах секции с номером «j» приложенным к ней напряжением V_j в отсутствии отражений от других секций. Элемент с номером (m,j) матрицы **hr** характеризует ток, индуцируемый в секции с номером «j» волновым пучком с номером «m». Наконец, топология подключения секций к входной и выходной шинам описывается с помощью двух взаимно ортогональных векторов **P1,2** размером NcNs, каждая компонента которых характеризует либо соединение секции с входной (P1=1), выходной (P2=1) шинами, либо электрически нейтральный вариант (P1,2=0). Дальнейшая последовательность действий, связанных с нахождением величины электрического тока в какой-либо секции, индуцируемого под действием напряжения, приложенного к другой секции, подобна процедуре, используемой в одноканальном случае [1].

О некоторых особенностях расчета характеристик многоканальных систем

В качестве иллюстрации применения описанного метода к расчету реальных устройств на Рис.2 представлены результаты оценки влияния дифракции на частотную характеристику трёхканального ПАВ - фильтра [3] на ST,X-кварцевой подложке. Активная апертура каждого канала и расстояние между каналами составляют 15λ. Описанная выше матричная процедура расчета распределения акустических полей в системе применялась, прежде всего, к их «поперечным» Фурье-компонентам с последующим определением токов, индуцируемых этими полями в каждой из секций и, затем, суммарных Y-параметров системы.

Специального комментария заслуживает аргументация допущений, использованных для учета «дифракционного» взаимодействия между разными каналами. Дело в том, что, в отличие от одноканальных систем, структуру отражающих неоднородностей в «многоканальном» случае нельзя, как правило, считать однородной в поперечном направлении. Поэтому брэгговские отражения учитываются только при выявлении тех элементов марицы Y-параметров, которые определяются взаимодействием секций, расположенных в одинаковых каналах. Физическая целесообразность этого допущения представляется вполне обоснованной: в отличие от брэгговского «возвратного» рассеяния параксиальных пучков внутри каждого из каналов, та часть поперечного углового спектра пучков, которая «отвечает» за дифракционное взаимодействие между каналами, в процессе многократных отражений от электродов «соседних» каналов практически «уходит» за пределы системы. Т.е., влияние отраженных полей на токи, индуцируемые блоками, расположенными в разных каналах, должно быть незначительным.

Литература

1. B.V.Sveshnikov and A.P.Shitvov.//IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, 1999, pp.113-118.
2. B.V.Sveshnikov and A.P.Shitvov.//IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, 1997, pp.73-76.
3. D.P.Morgan. Patent USA no.5663696, 1997.

ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКИХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ОТ УПРУГОГО СЛОЯ С ГРАДИЕНТАМИ ПЛОТНОСТИ И СКОРОСТИ ЗВУКА

М.С. Фокина, В.Н. Фокин

Институт прикладной физики РАН

Введение

Целью данной работы является исследование влияния градиентов плотности, продольной и поперечной скорости звука на поведение коэффициентов отражения плоской волны, падающей на неоднородные упругие слои. Для каждого неоднородного слоя находятся точные выражения характеристических матриц в виде регулярно сходящихся рядов. Эти матрицы совместно с матрицами, характеризующими окружающее полупространство и границы раздела, определяют коэффициенты отражения. В работе в широком диапазоне частот получены и исследованы зависимости характеристик резонансов коэффициента отражения от градиентов плотности и скорости продольной и поперечной волн в слое. Исследование позволит развить акустические методы восстановления свойств морских осадков.

Математическая и физическая модель

Физическая модель неоднородной среды представлена в виде неоднородного упругого слоя $0<z<h$, чьи свойства меняются непрерывно с глубиной, лежащего между однородными жидким и упругим полупространствами. Стартовой точкой для анализа является уравнение Ламэ и закон Гука:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho}\nabla[(\lambda+2\mu)\nabla\cdot U] - \frac{\mu}{\rho}\nabla\times(\nabla\times U) \tag{1}$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda+2\mu)\frac{\partial U_z}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r}\right) \qquad \sigma_{rz} = \mu\left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r}\right) \tag{2}$$

где $\boldsymbol{U}$, U_r, U_z - вектор смещения и компоненты смещения, λ,μ-параметры Ламэ. Рассматриваются лишь волны вертикальной поляризации SV-типа, у которых компоненты вектора смещения $\boldsymbol{U}$ заключены в плоскости *(x,y)*. Представляя компоненты тензоров смещения и деформации в однородной среде в терминах потенциалов φ и ψ в форме интегралов Фурье-Бесселя и Меллина, также используя граничные условия, уравнения (1)-(2) представляются матричным уравнением:

$$\frac{dW}{dz} = k\chi W \text{ , где } \chi = \begin{vmatrix} 0 & -1 & d & 0 \\ b & 0 & 0 & c \\ a+\rho\eta^2 & 0 & 0 & -b \\ 0 & \rho\eta^2 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} a = \dfrac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}, b = \dfrac{\lambda}{\lambda+2\mu}, \\ c = \dfrac{1}{\lambda+2\mu}, d = \dfrac{1}{\mu}. \end{matrix} \tag{3}$$

$W = [U_r, U_z, \sigma_{rz}, \sigma_{zz}]^T$ –вектор столбец, k-волновой вектор, α и β-вертикальные компоненты продольной и поперечной составляющей волнового вектора. Чтобы получить удобное для изучения волн решение дифференциального уравнения (3), запишем ему равносильное интегральное уравнение Вольтерра:

$$W(z) = W(0) + k\int_0^z \chi(z_1)W(z_1)dz_1 \tag{4}$$

решение уравнения (4) находится с помощью метода последовательных приближений, где за нулевое приближение примем выражение $W_0(z) = W(0)$. Если в этом решении положить $z=h$, то получим соотношение:

$$W(h) = C(h)W(0), \text{ где } C(h) = E + k\int_0^h \chi(z)dz + k^2\int_0^h \chi(z_1)dz_1\int_0^{z_1}\chi(z_2)dz_2 + ..., \tag{6}$$

C(h)=E (*kh=0*), *C(h)*-матрица неоднородного слоя 4-го порядка представляется рядом, *E*–единичная матрица, $\rho(z)$, $c_\ell(z)$ и $c_t(z)$-являются непрерывными функциями глубины. Отраженная волна характеризуется уравнением:

$$V = \{QK_{\ell S}\widehat{D}\}_{11} / \{QK_{\ell S}\widehat{D}\}_{21}, \quad \text{где } \widehat{D} = \widehat{A}_n^{-1}\widehat{C}_{n-1}\widehat{C}_{n-2}...\widehat{C}_1\widehat{A}_\infty \tag{10}$$

где $\widehat{D}$-матричный пропагатор, $K_{\ell S}$-переходная матрица, *Q*–матрица жидкого полупространства.

Численные результаты

В данной секции представлены результаты расчета коэффициента отражения плоской волны *V* от неоднородного упругого слоя осадков, где матричный метод был численно реализован в виде компьютерной программы на FORTRAN. Тестирование программы выполнено на опубликованных данных расчета потерь при отражении с помощью программы SAFARI [1]. Результаты расчета *V* для однородного и неоднородного слоев, лежащих на однородном упругом полупространстве, представлены в виде изображения на плоскости «нормализованная частота–угол падения» «*Fd–θ*» (Рис. 1, 2). Рассчитанные значения *V(Fd,θ)* образуют сложную структуру, состоящую из регулярных последовательностей пиков и впадин. Зависимости подобного рода приписываются резонансным явлениям, при этом структура резонансов содержит всю необходимую информацию о взаимодействующей со звуком среде. Рассмотрим результаты численного моделирования амплитуды *A* и полуширины Γ_n коэффициента отражения для неоднородного упругого слоя. Как правило, в литературе рассматриваются

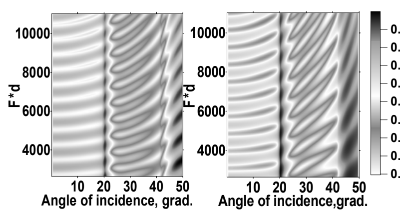


Рис. 1 Рис. 2

расчеты только для единственной частоты или угла падения, т.к. расчеты коэффициента отражения от неоднородных упругих осадков требуют достаточно много времени. Такие ограничения не дают полной картины процесса отражения и препятствуют физической интерпретации результатов. Проведение расчетов в широком диапазоне частот и углов падения, добавляет уровень сложности в рассматриваемую проблему. Рисунки 1 и 2 показывают, что наличие градиентов параметров слоя меняет в целом картину коэффициента отражения, и, прежде всего, сказывается на изменении позиций, амплитуды и полуширины резонансов коэффициента отражении.

На Рис.3 и 4 приведены численные исследования влияния градиентов поперечной скорости звука в неоднородном слое на полуширину Γ_n и амплитуду A резонансов коэффициента отражения. По вертикали откладывается угол падения плоской волны θ, по горизонтали – градиент поперечной скорости звука осадочном слое (ρ=1.53-2.01г/см^3, c_ℓ=1510-1992 м/с, ρ_∞=2.46 г/см^3, $c_{\ell\infty}$=4460 м/с, $c_{t\infty}$=2400 м/с). Численное моделирование выполнено для градиенты скорости звука измеренных в работе [2] для в глубоководных осадочных слоев и лежащих в пределах 0.1-2.0 сек$^{-1}$. На Рис. 3-4 видно, что характеристики резонансов очень чувствительны к малейшим изменениям свойств среды, с которой взаимодействует звук. Анализ этих зависимостей для однородных слоев [3] и для неоднородных слоев, позволяет сделать вывод о возможности использования характеристик резонансов для определения свойств осадков по измерениям амплитуды, полуширины и позициям резонансов коэффициентам отражения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 00-05-64956.

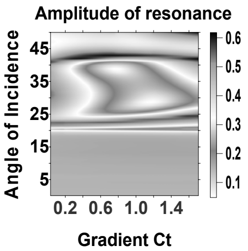


Рис. 3

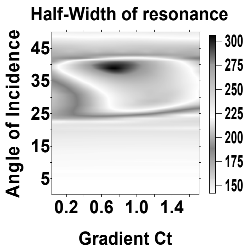


Рис. 4

Литература

1. Schmidt H. //SACLANT Report SR-113, 1998.
2. Семенов Г.А. // Сейсмические модели осадочного слоя в океане. -М: ИОРАН, 1990, 120с.
3. Фокин В.Н., Фокина М.С., Курин В.В., Кустов Л.М. // В кн.: Тр. Нижегородской акустической научной сессии. – Нижний Новгород: Нижегородский Государственный Университет, 2002.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ, ОГРАНИЧЕННОМ УПРУГОЙ ПЛАСТИНОЙ

Л.Р.Яблоник

ОАО “НПО ЦКТИ” им. И.И. Ползунова

Снижение мощности шума при распространении в протяженных энергетических газовоздухопроводах связано с различными физическими процессами - вязкотермическим поглощением звуковой энергии в рабочей среде, интерференционными процессами в зонах изменения геометрии тракта, отводом акустической энергии за счет звуковых колебаний стенок канала. Ниже рассматривается последний из указанных механизмов.Рассматривается плоская задача распространения звука в прямолинейном канале, одна из параллельных границ которого, расположенная в плоскости $y = 0$, - жесткая стенка, а другая - тонкая упругая пластина. Полагаем, что движение пластины, расположенной в плоскости $y = H$, определяется флуктуациями звукового давления, тогда как пристеночные пульсации трения в звуковом пограничном слое пренебрежимо малы. Ограничимся рассмотрением одномерного среднего течения вдоль оси x с постоянной скоростью V.

Поле скоростей $\boldsymbol{v}_t(x,y,t)$ в канале представляется в виде суммы скорости $\boldsymbol{V}$ и поля звуковых скоростей $\boldsymbol{u}_t(x,y,t)$. Соответствующее поле звукового давления $p_t(x,y,t)$ определяется уравнением [1]

$$\Delta p_t - \frac{1}{c^2}\frac{d^2 p_t}{dt^2} = 0 \;, \qquad (1)$$

в котором $d/dt = \partial/\partial t + V\partial/\partial x$ - полная производная по времени, c – скорость звука. Рассматривая монохроматическую волну $p_t(x,y,t) = p(x,y)*e^{i\omega t}$, ищем распределение амплитуд в форме

$$p = A\cos(\nu y)*e^{-\Gamma x}. \qquad (2)$$

Подстановка в (1) показывает, что (2) является решением, когда

$$\nu^2 - \Gamma^2 = (k + iM\Gamma)^2 \qquad (3)$$

($M = V/c$ - число Маха; $k \equiv \omega/c$). Потенциал φ_p звуковой скорости связан с полем давлений интегралом Коши-Лагранжа

$$\frac{\partial \varphi_p}{\partial t} + V\frac{\partial \varphi_p}{\partial x} = -\frac{p_t}{\rho}$$

(ρ - плотность среды). Отсюда следует, что в данном случае комплексная амплитуда потенциала также пропорциональна $\cos(\nu y)e^{-\Gamma x}$ с условием (3) и связана с амплитудой давления p зависимостью

$$p = \rho\,(V\Gamma - i\omega)\;\varphi\,. \qquad (4)$$

Звуковое поле в области $y>H$ за пластиной представляет собой волну, распространяющуюся от канала. Полагая, что окружающая среда характеризуется теми же параметрами (скорость звука и плотность), что и рабочая, можем записать потенциал $\psi(x,y)$ этой волны в форме:

$$\psi = Be^{-i\mu y}\, e^{-\Gamma x}. \tag{5}$$

Поскольку потенциал ψ удовлетворяет уравнению Гельмгольца, параметры μ и Γ подчиняются соотношению:

$$\mu^2 - \Gamma^2 = k^2\ . \tag{6}$$

Равенство нормальных скоростей по обе стороны пластины эквивалентно условию

$$\partial\varphi/\partial y\,\big|_{y=H} = \partial\psi/\partial y\,\big|_{y=H} \tag{7}$$

Кроме того, отношение разности давлений по обе стороны пластины к нормальной компоненте скорости ее движения равно импедансу пластины $z_{пл}$. Ввиду (4), данное условие записывается в виде:

$$\left.\frac{-i\omega\rho[\varphi\cdot(1+i\dfrac{V\cdot\Gamma}{\omega})-\psi]}{\partial\varphi/\partial y}\right|_{y=H} = z_{пл}\,. \tag{8}$$

Импеданс пластины определяется соотношением [2]

$$z_{пл} = i\omega m[1-\frac{D}{m}(1+i\eta)\frac{\Gamma^4}{\omega^2}]\,, \tag{9}$$

в котором D, m – соответственно изгибная жесткость и поверхностная масса пластины, η - коэффициент внутренних потерь. Следовательно из (7,8) с учетом (2, 4, 5), получаем дисперсионное соотношение

$$\frac{\mathrm{ctg}(\nu H)(1+iM\dfrac{\Gamma}{k})+i\dfrac{\nu}{\mu}}{\nu H} = \frac{m}{\rho H}[1-\frac{D}{m}(1+i\eta)\frac{\Gamma^4}{\omega^2}]\,, \tag{10}$$

связывающее компоненты волнового вектора с частотой ω. При этом действительная часть параметра Γ определяет, в силу (2), затухание звука в канале.

Применительно к рассматриваемым приложениям, когда приведенная масса $m_a = m/\rho H$ пластины представляет собой большую величину, выполнение (10) принципиально возможно в двух случаях. Первый – большие значения левой части (10), второй случай – малые значения второго сомножителя в правой части. В первом случае корни дисперсионного уравнения близки к соответствующим значениям для неподвижной стенки. Поэтому основной интерес представляет второй случай так называемого волнового совпадения, когда продольная волновая компонента k_x звукового поля близка к значению $k_i = (\omega^2 m/D)^{0.25}$.

В качестве примера расчета по соотношению (10) на рис.1 представлены частотные зависимости затухания звука в каналах шириной 0.3 м (кривая 1) и 3 м (кривая 2). Рабочая и окружающая среда - неподвижный воздух с температурой 20^{0}С; пластина – однородная стальная толщиной 20 мм, коэффициент внутренних потерь η принят равным 0.005. Кривая 3 показывает затухание в свободной пластине. Существенно, что широкополосное затухание звука, обусловленное рассматриваемым механизмом, оказывается весьма слабо зависящим от ширины канала.

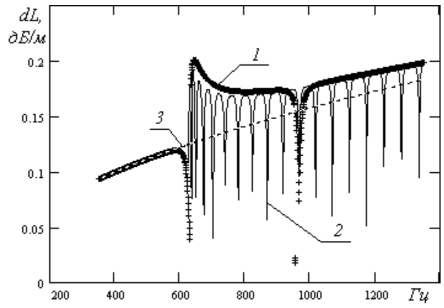


Рис.1

Необходимо подчеркнуть важность рассматриваемой моды, связанной с волновым совпадением звуковых и изгибных колебаний. Действительно, пусть имеется произвольное распределение давлений (т.е. потенциала) в некотором начальном сечении. Очевидно, что его разложение в ряд Фурье содержит, вообще говоря, как синусные, так и и косинусные компоненты. В случае жестких стенки решение находится в подпространстве, содержащем только косинусные компоненты. Рассмотренная мода – единственная полноразмерная среди всех решений дисперсионного уравнения. Поэтому все акустические процессы, связанные с колебаниями стенок, вносят свой вклад в энергию этой моды.

Видимо, этим обстоятельством можно объяснить известный [3] факт существенного (в 10 – 15 раз) большего затухания шума тяговых вентиляторов (дымососов) в бетонных дымовых трубах ТЭЦ по сравнению со стальными.

Литература

1. Блохинцев Д.И. Акустика неоднородной движущейся среды. –М.: Наука, 1981, 208с.
2. Авиационная акустика. Ч.2. /Под ред. А.Г.Мунина –М.: Машиностроение, 1986, 264с.
3. Рихтер Л.А., Тупов В.Б. Охрана окружающей среды от шума энергетического оборудования. –М.: Энергоатомиздат, 1993, 186с.

ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УПАКОВКИ НА АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ИДЕАЛЬНЫХ И НЕИДЕАЛЬНЫХ РАСТВОРОВ

Е.С. Баланкина

Институт Общей и Неорганической Химии им. Курнакова, РАН

Введение

В физике конденсированного состояния определение взаимосвязи между микропараметрами и макросвойствами для жидкого состояния является наиболее трудной и привлекательной задачей. Анализ структурных свойств растворов электролитов и неэлектролитов можно вести с единых позиций используя такой геометрический микроструктурный параметр, как коэффициент упаковки ($y=V_0/V_m$, где V_0 - собственного объема частиц, занимающих мольный объем (V_m)). Собственный объем частиц и следовательно коэффициент упаковки может быть определен разными способами в рамках теоретических подходов статистической физики (см. обзор [1]). Однако, все эти подходы применимы к ограниченному классу жидкостей, частицы которых можно считать сферически симметричными. Отсюда следует, что актуальной является задача определения коэффициентов упаковки растворов с произвольной формой частиц. В результате создается более прямой метод анализа структуры растворов разного типа. Выражения представленные здесь интерпретируют характер макроскопических величин таких, как изотермический коэффициент сжимаемости (β_T), акустический параметр нелинейности (B/A) и объемный термический коэффициент расширения (α), используя микроскопический параметр – y, и дают информацию о важности геометрического эффекта упаковки на акустические свойства.

Коэффициент упаковки в рамках термодинамического подхода

Как показано мною [2,3] для идеальных растворов в рамках термодинамического подхода получена линейная концентрационная зависимость y, β_T и α для совершенных и изохорных растворов:

$$z^{id} = \sum_i^n \varphi_i z_i^0 , \tag{1}$$

где φ_I – объемная доля i компонента, $z = y$, β_T, α, верхний индекс “0” относится к чистой жидкости. В случае неидеальных растворов введем для описания концентрационного изменения коэффициента упаковки – избыточный коэффициент упаковки (по аналогии с избыточными термодинамическими свойствами), тогда согласно (1):

$$y^E = y - y^{id} = -\frac{V_m^E}{V_m} y^{id} \tag{2}$$

Дифференцируя (1, зависимость y) по давлению при постоянной температуре и пренебрегая сжимаемостью самой молекулы, находим отклонение изотермического коэффициента сжимаемости от линейной концентрационной зависимости:

$$\beta_T^E = -\frac{y^E}{y^{id}}\beta_T + \frac{1}{y^{id}}(\frac{\partial y^E}{\partial p})_T \tag{3}$$

Если (1) для β_T выполняется и для неидеальных растворов (это экспериментально наблюдалось в ряде работ (см. [4])), то это означает согласно (3), что линейная зависимость коэффициента упаковки сохраняется в некотором интервале давлений. Дифференцируя (1, зависимость y) по температуре при постоянном давлении и считая, что $(\partial y/\partial T)_p = -\alpha y$, находим отклонение термического коэффициента расширения от линейной концентрационной зависимости:

$$\alpha^E = -\frac{y^E}{y^{id}}\alpha - \frac{1}{y^{id}}(\frac{\partial y^E}{\partial T})_p \,. \tag{4}$$

Согласно вышеприведенным уравнениям акустические свойства, такие как коэффициент сжимаемости и акустический параметр нелинейности для неидельных растворов имеют вид:

$$\beta_T = \frac{y^{id}}{y}\beta_T^{id} + \frac{1}{y}(\frac{\partial y^E}{\partial p})_T \,, \tag{5а}$$

$$(\frac{B}{A})_s = \frac{y^{id}}{y}\{(\frac{\beta_s^{id}}{\beta_s})^2(\frac{B}{A})^{id} - \frac{1}{\beta_s^2 y^{id}}(\frac{\partial^2 y^E}{\partial p^2})_s\} \tag{5б}$$

$$(\frac{B}{A})_s^{id} = -\frac{1}{(\beta_s^{id})^2 y^{id}}(\frac{\partial^2 y^{id}}{\partial p^2})_s \,. \tag{5в}$$

Из анализа вышеприведенных уравнений следует, что вторые производные y и y^{id} по давлению будут отрицательны . Если $(\partial y^E/\partial p)_s = 0$, то знак отклонения от идеального поведения β_T зависит только от знака y^E. Положительный знак y^E означает добавочное уплотнение структуры раствора, а отрицательный - добавочное разуплотнение структуры. Если $(\partial y^E/\partial p)_s>0$, то согласно (5а) в случае $y^E<0$ отклонения от идеальной концентрационной зависимости β_T и B/A – положительные. Если$(\partial y^E/\partial p)_s<0$, тогда в случае $y^E>0$ отклонения β_T и B/A – отрицательные.

Расчеты y^E и акустических свойств растворов

Относительные отклонения коэффициента упаковки от его аддитивного концентрационного правила (y^E/y^{id}) вычислены согласно (2) для растворов неэлектролитов, слабых электролитов и смесей расплавленных солей (72 системы). Например, для смесей расплавленных солей галогенидов щелочных металлов отклонения y^E имеют отрицательное значение. Когда значение y^E достигает минимального значения, то значение β_T^E достигает максимальной величины, что согласуется с выводами из вышеприведенного в рамках термодинамического подхода описания y и акустических свойств. В случае водных растворов не электролитов и слабых электролитов знак y^E всегда положителен, а β_T^E отрицателен, что говорит о сильном уплотнении ажурной структуры воды. Используя рассчитанные из объемно-упругих свойств значения y^E/y^{id} и производной y^E по давлению, были рассчитаны концентрационные зависимости *B/A* водных и неводных растворов спиртов и сравнены с литературными данными (см. таб.1).

Таб.1

$H_2O - CH_3OH$					$CCl_4 - CH_3OH$				
x	(y^E/y^{id}) x10^2	$\partial^2y^E/\partial p^2$ x10^{20} $(H^2/m)^2$	*B/A* (5)	*B/A*	x	(y^E/y^{id}) x10^2	$\partial^2y^E/\partial p^2$ x10^{20} $(H^2/m)^2$	*B/A* (5)	*B/A*
0	0	-	-	5.21	0	0	-	-	10.1
0.3	6.2	16	5.2	5.3	0.12	0.2	1	11.0	10.9
0.45	7.1	44	7.4	7.6	0.3	0.3	7	10.8	10.7
0.75	4.8	76	9.1	9.4	0.62	0.4	18	11.3	11.5
0.95	1.0	92	9.3	9.5	0.71	0.4	39	11.3	11.5
1	0	-	-	9.6	0.9	0.6	51	11.1	11.2
					1	0	-	-	9.7

Следует отметить, что добавочное уплотнение водных растворов спиртов более, чем на порядок превосходит неводные, что подтверждает идею об образовании клатратных кристаллогидратов [5]. Как видно из таб.1, рассчитанные значения *B/A* согласно (5) хорошо согласуются с *B/A* других авторов [5,6], полученных из измерений скорости звука с давлением и температурой.

Литература

1. Barker J.A, Henderson D. // Rev.Mod.Phys.,1976, v.48, p.587
2. Баланкина Е.С. // Труды XI Сессии Российского Акустического Общества, 2001, с.82
3. Balankina E.S., Lyashchenko A.K. // J.Molecular Liquids, 2002 (в печати)
4. Бергман Л. Ультразвук. – М: И.Л., 1957, 527 с.
5. Jerie K. et.al // Acta Phys.Polonica,1984, v.A66, N2,p.167
6. H.Nomura et.al. // J. Acoustical Society of Japan, 1974, v.30, N4, p.228

СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТА СКОРОСТИ ЗВУКА В СМЕСЯХ ПО ДАННЫМ О ЧИСТЫХ КОМПОНЕНТАХ И РАСЧЕТА СКОРОСТИ ЗВУКА В СМЕШАННЫХ РАСТВОРАХ ПО ДАННЫМ О БИНАРНЫХ РАСТВОРАХ

Д.А. Денисов

Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева

Задача расчета скорости звука в смешанных растворах, содержащих несколько растворенных компонентов, $u_{mix\ sol}$ по данным о бинарных растворах, каждый из которых состоит из растворителя и одного растворенного компонента, имеет значение, в частности при разработке метода расчета скорости звука в морской воде [1]. В настоящее время значение $u_{mix\ sol}$ в смешанных растворах электролитов по данным о бинарных подсистемах рассчитывают на основе сопоставления растворов с одинаковой ионной силой, например [2, 3]. Для расчета $u_{mix\ sol}$ по данным о бинарных растворах следует обратиться к сопоставлению смешанных и бинарных изопиестических растворов, иначе говоря, растворов, имеющих одно и то же значение химического потенциала растворителя μ. Если растворенные компоненты являются нелетучими веществами, давление пара над раствором есть давление пара растворителя p_s. При пренебрежении неидеальностью паровой фазы равенство значений μ в растворах означает равенство значений p_s над указанными растворами [4]. Растворы, имеющие одно и то же значение μ или одно и то же значение p_s, называются изопиестическими [4]. Смешение изопиестических бинарных растворов с образованием смешанного раствора, являющегося идеальным изопиестическим раствором, можно уподобить смешению компонентов с образованием идеальной смеси, поскольку парциальные свойства растворителя при таком смешении не меняются. Поскольку образование идеального изопиестического раствора из бинарных изопиестических растворов не сопровождается ни изменением объема, ни изменением энтальпии, а изменение энтропии при таком смешении равно изменению энтальпии при идеальном смешении растворенных компонентов, смесь растворенных компонентов может рассматриваться как идеальная [5]. Сопоставление растворов в изопиестических условиях позволяет рассчитывать свойства смешанных растворов с нелетучими растворенными компонентами независимо от того, являются ли растворенные компоненты электролитами или неэлектролитами [6]. В отличие от рассмотрения растворов с одинаковой ионной силой, рассмотрение смешанных и бинарных растворов с одним и тем же значением μ допускает, как отмечалось выше, существование предельного типа растворов, именно идеальных изопиестических растворов [4], подобное существованию идеальных смесей [5]. В работе [7] получены уравнения, позволяющие рассчитать $u_{mix\ sol}$ по данным о бинарных изопиестических растворах, когда смешанный раствор является идеальным изопиестическим раствором. Смешение бинарных растворов, имеющих одно и то же значение μ, приводит, вообще говоря, к смешанному раствору, имеющему значение μ, отличное от значения этой величины в исходных бинарных растворах. Для раствора, содержащего не менее двух растворенных компонентов, μ является функцией общей моляльности m и отношений моляльностей растворенных компонентов в смешанном растворе. Так как рассматриваются лишь нелетучие растворенные компоненты, указанные отношения определяются полностью отношением масс исходных бинарных изопиестических растворов. Поэтому изменить значение μ, в частности привести его к значению μ, которое имели исходные бинарные изопиестические растворы, можно лишь изменив массу растворителя в жидкой фазе. Если при смешении бинарных изопиестических растворов образуется идеальный изопиестический раствор, то при образовании последнего общая масса растворителя в жидкой фазе не изменяется, а значение μ такого смешанного раствора равно значению этой величины в исходных бинарных растворах [4]. Очевидно, чем шире класс смешанных растворов, для которых $u_{mix\ sol}$ может быть найдено по данным о бинарных растворах, тем больше вероятность применимости предложенных уравнений для расчета $u_{mix\ sol}$ по данным о бинарных растворах для произвольного смешанного раствора, в частности для морской воды. Учитывая аналогию между соотношениями, позволяющими рассчитать $u_{mix\ sol}$ по данным о бинарных растворах, и соотношениями для расчета скорости звука в смеси u_{mix} по свойствам чистых компонентов, как показано в [8], формулы для расчета u_{mix} применимы не только для идеальных смесей, но для более широкого класса смесей. Как известно [9], образование идеальной смеси при изобарно-изотермическом смешении чистых компонентов имеет место тогда и только тогда, когда указанное смешение следует трем условиям: 1) Изменение объема системы при смешении компонентов V^M равно 0, 2) изменение энтальпии системы при смешении компонентов H^M равно нулю, 3) для отклонения энтропии смеси S_{mix} от суммы энтропий компонентов, обозначаемого S^M, справедливо равенство

$$S^M = - R\,(x_1 \ln x_1 + \ldots + x_n \ln x_n),$$

где R - универсальная газовая постоянная, x_i – мольная доля i-го компонента в смеси, n – число компонентов в смеси. В работе [8] показано, что информация о чистых компонентах без каких-либо сведений о свойствах смеси позволяет рассчитать u_{mix} не только для идеальной смеси, но для более широкого класса смесей, при образовании которых из чистых компонентов выполняется условие 1), а изменение энтальпии при смешении компонентов, вообще говоря отличное от нуля, не зависит от температуры. Указанное множество смесей включает в себя, в частности, регулярные смеси. Если смешение изопиестических бинарных растворов с нелетучими растворенными компонентами следует последним двум условиям, то, как и для смесей, применима формула для расчета $u_{mix\ sol}$ указанного смешанного раствора по данным о бинарных изопиестических растворах [10].

Литература

1. Попов Н.И., Федоров К.Н., Орлов В.М. Морская вода. Справочное руководство.- М.:Наука.- 1979.-328 с.
2. Vilcu R., Simion A. // Roumanie de Chimie.-1976. –vol.21. p.3
3. Шихеева Л.В., Михайлов И.Г, Савина Л.И.// Вестник Ленинградского Гос. Университета. 1981. 10, серия физика, химия. Вып.2. – с.25.
4. Киргинцев А.Н. Очерки о термодинамике водно-солевых систем. Новосибирск: Наука. 1976. – 200 с.
5. Фролов Ю.Г., Денисов Д.А.// Тр. Московского химико-технологического института им. Д.И. Менделеева. 1980. – вып.111. – с. 102.
6. Hu J.F.// Bull Chem. Soc. Japan. – 2001. vol. 74. is 1. – p. 47.
7. Денисов Д.А.// Акустич. Журн. 1993. – т. 29. вып. 4. – с. 757.
8. Denisov D.// Meteorol. Zeitschrift. 1998. N.F. 7. – p. 226.
9. Пригожин И., Дэфей Р. Химическая термодинамика. Новосибирск: Наука. 1996. – 507 с.
10. Denisov D.// Molecular and Quantum Acoustics. Gliwice. 1999. vol. 20. – p. 35.

БАРИЧЕСКАЯ АНОМАЛИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОДЕ

Х.Д.Цацурян

Московский энергетический институт (ТУ)

Введение

Исследование влияния давления, температуры и других факторов на структуру воды, проявляющихся в изменении ее макроскопических свойств, позволяет углубить наши представления об этой важной и необычной жидкости. Несмотря на многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, представленные в литературе, вопрос о структуре воды и об аномалиях ее свойств остается до настоящего времени не выясненным окончательно. Хотя ясно, что все аномалии свойств воды являются отражением ее специфической структуры с тетраэдрическим расположением молекул, обусловленной водородными связями. Многие аномалии физико-химических свойств воды наиболее ярко проявляются вблизи кривой плавления, где исходная структура жидкости не нарушена тепловым движением молекул, а пространственная сетка водородных связей более совершенна. Однако исследование свойств воды вблизи кривой плавления (одновременно при низких температурах и высоких давлениях) представляет собой сложную экспериментальную задачу. Именно поэтому многие её свойства в этой области параметров состояния изучены не так подробно как при обычных условиях. В частности, имеющиеся в литературе малочисленные данные о скорости звука (W) в воде, полученные при высоких давлениях и вблизи кривой плавления, не могут рассматриваться как надежные. Они имеют низкую точность и не отражают истинный характер зависимости W от давления и температуры.

Ранее [1] при исследовании зависимости W в воде от давления, впервые была обнаружена барическая аномалия. Сущность ее заключается в том, что в определенном интервале температур вблизи кривой плавления изотермы зависимости $W=f(p)$ имеют слабовыраженный перегиб, а барический коэффициент скорости звука (БКС) – экстремальное поведение. В настоящее время эту аномалию можно рассматривать как твердо установленный экспериментальный факт (она наблюдается как в воде различного изотопного состава, так и в бинарных и многокомпонентных водных растворах [2]). Целью настоящего доклада является исследование влияния различных факторов на характер зависимости W в воде от давления в аномальной области.

Эксперимент

Схема экспериментальной установки и методика проведения измерений описаны в [1-3]. Электронно-ультразвуковая часть установки собрана из стандартных приборов и реализует метод совмещения эхо-импульсов с постоянной длиной акустического пути. В качестве излучающего и приемного пьезопреобразователей использовались пьезокварцевые пластинки X-среза, резонансная частота которых (рабочая частота ультразвука) составляла 10 МГц. В опытах использовались две измерительные камеры высокого давления с разными конструкциями акустических ячеек, предназначенных для работы до 60 МПа и выше.Давление в экспериментальной установке создавалось, поддерживалось постоянным в ходе опытов и измерялось с помощью двух грузопоршневых манометров типа МП-600 класса точности 0.02 и МП-2500 класса точности 0.05. Температура исследуемой жидкости измерялась платиновым термометром сопротивления с точностью 10 мК. Температура в термостате регулировалась с точностью 3-10 мК в зависимости от интервала исследования. В качестве исследуемого образца использовалась дважды дистиллированная, деаэрированная вода, величина удельной электропроводности которой не превышала 25 мкСм/м при температуре 295 К.

Опыты проводились по изотермам при ступенчатом повышении и понижении давления с целью исключения возможных систематических погрешностей. При давлениях до 60 МПа скорость звука измерена на изотермах: 272,24; 280,62; 291,09; 300,17; 308,12 и 318,18 К. Далее, в интервале давлений 70-200 МПа измерения проводились на изотермах 258,95; 264,12; 267,03; 270,21; 283,14; 333,47; 352,83 и 373,29 К, а на изотермах 273,15; 293,10 и 312,68 К - при давлениях до 250 МПа. Часть полученных экспериментальных данных приведена в работах [1,2].

Общая относительная погрешность измерения W при 95 % доверительной вероятности составляет 0.005-0.05 % в зависимости от области исследования.

Обсуждение результатов

Полученные данные свидетельствуют о сложном характере и закономерностях изменения скорости звука в воде от параметров состояния. С ростом давления на всех исследованных изотермах W монотонно возрастает, поскольку действие этого фактора уменьшает свободный объем жидкости и усиливает межмолекулярные взаимодействия. Однако, в отличие от большинства других жидкостей, для которых БКС с ростом давления монотонно уменьшается [4], для воды эта функция в разных областях параметров состояния имеет различный характер.

По характеру зависимости БКС – давление можно условно выделить две температурные области. Для первой – аномальной области рассматриваемая функция проходит через максимум. С ростом температуры наряду с возрастанием БКС, наблюдаемый на изотермах максимум уплощается и плавно смещается в сторону меньших давлений, наглядно свидетельствующий о постепенном разрушении исходной структуры воды с температурой. При некоторой предельной температуре $T_{пр}$ максимум вырождается, начинается вторая температурная область, где с увеличением давления БКС монотонно уменьшается. Совместный анализ результатов собственных измерений и литературных данных показал, что $T_{пр}$ = 307±3 К.

В аномальной области параметров состояния с ростом давления рыхлая структура воды (унаследованная у льда-1_h) разрушается, что приводит к увеличению среднего координационного числа (КЧ). Очевидно, что рост КЧ с давлением происходит за счет увеличения соседних молекул воды, не связанных водородными связями. Наблюдаемое увеличение барического коэффициента скорости звука с давлением, на наш взгляд, обусловлено главным образом увеличением среднего КЧ молекул воды с давлением.

Для изобар температурной зависимости БКС характерны следующие особенности. При невысоких давлениях (до ~20 МПа) рассматриваемый коэффициент с ростом температуры монотонно увеличивается. Изобары выше указанного давления проходят через минимум (температурно-барическая аномалия). Температура, соответствующая точке минимума БКС с ростом давления увеличивается.

Обращает на себя внимание тот факт, что при низких температурах смешанная производная $\partial^2 W/(\partial p \partial T)$ с ростом давления уменьшается и меняет знак с плюса на минус. Из этого следует, что температурный коэффициент скорости звука (ТКС) с ростом давления проходит через максимум. Анализ показал, что давление, соответствующее максимуму ТКС с ростом температуры увеличивается, а при температурах выше ~380 К экстремум вырождается. Это является ярким свидетельством того, что действие давления на структуру воды в различных областях параметров состояния разное. Упрочняющий эффект давления с ростом температуры увеличивается.

Сопоставление барической зависимости W в обычной воде с аналогичной зависимостью тяжелой воды обнаружило, что при одинаковых значениях T и p, БКС тяжелой воды меньше, чем обычной. Аномальная область тяжелой воды по сравнению с областью H_2O несколько смещена (как и кривая плавления) в сторону высоких T и p. Следовательно, с увеличением содержания D_2O в воде БКС уменьшается, а граница аномальной области смещается в сторону увеличения T и p. Характерно также, что в области аномалии скорость изменения БКС с давлением и температурой у тяжелой воды выше, поскольку эти факторы имеют более сильное разрушающее действие на структуру D_2O, чем на структуру обычной воды. Указанные различия связаны с большей прочностью дейтериевых связей по сравнению с водородными и с более рыхлой структурой тяжелой воды по сравнению с обычной.

В заключение отметим, что полученные в настоящей работе данные коррелируют с характером барической и температурной зависимостей ряда других физико-химических свойств воды (изобарной теплоемкости, вязкости, коэффициента самодиффузии и др.), что является дополнительным свидетельством надежности установленных нами закономерностей.

Литература

1. Цацурян Х.Д. // Сб. трудов XI сессии РАО.- М.: 2001, т. **1**, С. 66.
2. Цацурян Х.Д. (в печати).
3. Цацурян Х.Д. // Автореферат дисс… канд. техн. наук.- М.: 1994, 237 с.
4. Зотов В.В., Мелихов Ю.Ф., Мельников Г.А., Неручев Ю.А. Скорость звука в жидких углеводородах. Курск, 1995, 76 с.

ЭВОЛЮЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СТРУКТУР В МНОГОМЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ БЮРГЕРСА

С.Н. Гурбатов, А.Ю. Мошков

Нижегородский госуниверситет

Мы будем рассматривать генерацию[1] и эволюцию крупномасштабных структур в модели, использующей трехмерное уравнение Бюргерса [2]

$$\partial\vec{V}\big/\partial t + (\vec{V}\nabla\vec{V}) = \nu\Delta\vec{V}, \tag{1}$$

описывающее большое количество нелинейных волновых явлений, связанных с теорией акустики [2], физикой поверхности [3], динамикой плазмы [3] и т.д.

Будем искать лишь потенциальное решение уравнения (1)

$$\vec{V}(\vec{x},t) = -\nabla\psi(\vec{x},t). \tag{2}$$

Предположим, что начальный потенциал локализованного поля представим в виде

$$\psi_0^M(\vec{x}) = M(\vec{x})\psi_0(\vec{x}), \tag{3}$$

где функция модуляции равняется

$$M(\vec{x}) = 1 - \sum_i \frac{x_i^2}{2l_{M,i}^2}, \tag{4}$$

а ψ_0 – случайное Гауссово однородное поле со следующими характеристиками $<\psi_0(\vec{x})>=0$, $<\psi_0^2(\vec{x})>=\sigma_\psi^2$, $\sigma_\psi/\sigma_V = l_0 = \sqrt{\sum_i l_{0,i}^2}$, где $\sigma_V{}^2$, $\sigma_\psi{}^2$ -дисперсии начальных полей скорости и потенциала соответственно. Также предполагается, что характерные масштабы изменения поля ψ_0 - $l_{0,i}$ много меньше масштабов изменения функции модуляции $l_{M,i}$ ($l_{0,i} << l_{M,i}$). Представим поле в следующей форме

$$\vec{V}(\vec{x},t) = \vec{V}_l(\vec{x},t) + \vec{V}_s(\vec{x},t), \qquad \vec{V}_l(\vec{x},t) = <\vec{V}(\vec{x},t)> \tag{5}$$

и будем интересоваться поведением крупномасштабной средней компонентой поля.

До нелинейного искажения мелкомасштабной компоненты $t<<t_{nl,s}$ ($t_{nl,s}=l_0^2/\sigma_\psi$ - характерное время проявления нелинейных эффектов функции ψ_0) крупномасштабная компонента определяется начальной энергией поля скорости

$$\vec{V}_l(\vec{x},t) \sim t\sigma_V^2\nabla M^2(\vec{x}). \tag{6}$$

Средняя скорость имеет пространственный масштаб порядка $l_M = \sqrt{\sum_i l_{M,i}^2}$ и при $t_{nl,s}<<t<<t_{nl,M}$ ($t_{nl,M} = l_M^2/\sigma_\psi$ - характерное время проявления нелинейных эффектов

функции модуляции) можно пренебречь нелинейными искажениями и затуханием данной компоненты. Тогда из (1), (5) следует

$$\partial \vec{V}_l(\vec{x},t) \Big/ \partial t = -\frac{1}{2}\nabla\left\langle \vec{V}_s^2(\vec{x},t)\right\rangle = -\frac{1}{2}\nabla E_s(\vec{x},t), \tag{7}$$

и видно, что из-за неоднородных возмущений поля будет происходить генерация крупномасштабной компоненты с ненулевым средним. Используя некоторые результаты статистики экстремумов Гауссовых случайных полей [4] и уравнения (2), (5), можно получить для регулярной компоненты следующее выражение

$$\vec{V}_l(\vec{x},t) \sim -\sigma_\psi \nabla \,|\, M(\vec{x}) \,|\left(\log\left(\frac{\sigma_\psi t}{l_0^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

Из последней формулы следует, что на этой стадии развития среднее поле скорости при анизотропной функции $M(\vec{x})$ также будет анизотропным, но имеет место локальная изотропизация поля порядка масштабов ψ_0. Когда характерные масштабы внутренней структуры поля возрастут до длин функции модуляции $M(\vec{x})$, необходимо будет учитывать нелинейное искажение регулярной компоненты $\vec{V}_l(\vec{x},t)$.

Окончательно взаимодействие ячеек (областей с постоянным значением локального максимума H начального потенциала (3)) ведет к полной изотропизации полей потенциала и скорости. На больших временах эволюция поля в ячейке, имеющей локальный максимум потенциала H в координате $\vec{y}_i$, описывается хорошо известным принципом максимума и уравнением пилообразной волны [2]

$$\vec{V}(\vec{x},t) = |\,\vec{x}-\vec{y}_i\,|\,/\,t, \quad for\,|\,\vec{x}-\vec{y}_i\,| < (2Ht)^{\frac{1}{2}}. \tag{9}$$

Поле на этой стадии имеет универсальную и самоподобную структуру, следовательно, характерный пространственный размер и энергия такой структуры определяются лишь параметром H.

Данная работа была выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ № 02-02-17374, 00-15-96619 и МАС.

Литература

1. Гурбатов С.Н., Пасманик Г.В., Демин И.Ю. Труды третьей научной конференции по радиофизике. Н. Новгород, 1999, стр. 242-244.
2. Gurbatov S.N., Malakhov A.N., Saichev A.I. Nonlinear Random Waves and Turbulence in Nondispersive Media: Waves, Rays, Particles. – Manchester University Press,1991.
3. Barabisi A.L., Stanley H.E. Fractal concepts in surface growth. - Cambridge University Press, 1995.
4. Bardeen J.M., Bond J.R., Kaiser N., Szalay A.S. //The Astrophysical Journal, 1986, Vol. 304, p. 15-61.

ПОВЕРХНОСТНЫЕ SH-ВОЛНЫ В ГРАДИЕНТНО-УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ С ПОВЕРХНОСТНОЙ ЭНЕРГИЕЙ

В.И. Ерофеев, О.А. Шешенина[1], Х. Георгиадис[2]

Нижегородский филиал машиноведения РАН,

[1]Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,

[2]Национальный технический университет, Афины

Введение

Как известно, существование SH поверхностных волн в полупространстве однородного материала (т.е. неплоские сдвиговые волновые движения, которые экспоненциально уменьшаются с расстоянием от свободной поверхности) невозможно показать с помощью классической линейной теории упругости, несмотря на экспериментальное доказательство. Теория Вардолакиса и Георгиадиса, опирающаяся на теорию упругости с микроструктурой Миндлина и предполагающая в выражении для плотности энергии деформации, помимо классических компонент, содержание дополнительных компонент: градиента деформации и поверхностной энергии, показывает существование SH поверхностных волн в полупространстве однородного материала. В линейном приближении проанализированы дисперсионные свойства поверхностных сдвиговых волн. В нелинейном приближении исследована модуляционная неустойчивость таких волн, приводящих к их самомодуляции и образованию стационарных волн огибающих.

Постановка задачи

Пусть полупространство занимает область $x_2 \geq 0$, а оси декартовых координат x_1 и x_3 направлены по поверхности. Предполагаем, что микросреда сливается с макросредой, ρ-масса микроматериала на единицу макрообъёма, микросреда является кубом с ребром длиной 2h.

Для решения задачи используем следующий постулат для функции плотности энергии деформации [1]:

$$W = \frac{1}{2}\lambda\varepsilon_{qq}\varepsilon_{rr} + \mu\varepsilon_{qr}\varepsilon_{rq} + \mu c\left(\partial_s\varepsilon_{qr}\right)\left(\partial_s\varepsilon_{rq}\right) + \mu b_s\partial_s\left(\varepsilon_{qr}\varepsilon_{rq}\right) \tag{1}$$

где λ и μ - стандартные константы Ламе, c- градиентный коэффициент (имеющий размерность [длина]^2),$b_s \equiv b\nu_s$, $\nu_s\nu_s=1$ и где b есть длина материала, относящаяся к поверхностной энергии, $\varepsilon_{qr}=1/2(\partial_r u_q+\partial_q u_r+\partial_n u_r\partial_n u_q)$ -тензор деформации. Последний член (1) относится к поверхностной энергии.

Уравнения движения в напряжениях в отсутствии объёмной силы в напряжениях в случае гладкой границы записываются следующим образом:

$$\partial_q\left(\tau_{qr} + \alpha_{qr}\right) = \rho\left(\partial_{tt}u_r\right), \tag{2}$$

$$\partial_q m_{qrs} + \alpha_{rs} = \frac{1}{3}\rho h^2\left(\partial_{tt}\psi_{rs}\right), \tag{3}$$

где τ_{qr}, α_{qr}, m_{qr}- тензор напряжений Коши, тензор относительных напряжений и тензор двойных напряжений, $\psi_{qr}\psi_{qr}$ -несимметричный тензор микросмещений.

Рассматриваются неплоские сдвиговые (т.е. горизонтально поляризованные или SH) движения в градиентно упругом полупространстве с поверхностной энергией. Принимаем, что $b_{x1}=b_{x3}=0$, $b_{x2}=b\neq0$. От нуля отлична только одна компонента вектора перемещения $u_{x3}=w(x_1,x_2)$. Условия на границе будут следующими:

$$\sigma_{23}(x_1, x_2=0)=0 \qquad при \qquad -\infty < x_1 < \infty$$

$$m_{223}(x_1, x_2=0)=0$$

В результате получим уравнение с кубической нелинейностью. Граничные условия также будут содержать нелинейность в третьей степени.

Решение

Для удобства сделаем замену: $x=x_1$, $y=x_2$. Линейный случай (рассматривался в работе [1]), в котором перемещение состоит из двух убывающих компонент:

$$w=\left[A\cdot e^{-p\cdot y}+B\cdot e^{-q\cdot y}\right]\cdot e^{i[kx-\omega\cdot t]} \tag{4}$$

где k - волновое число, ω-частота, A и B - амплитудные функции, и

$$p=\sqrt{k^2-\sigma^2}\ ,\ q=\sqrt{k^2+\tau^2}\ ,\ \sigma=\sqrt{\frac{g-\chi}{2c}}\ ,$$

$$\tau=\sqrt{\frac{g-\chi}{2c}}\ ,\ g=\sqrt{\chi^2+4c\frac{\rho}{\mu}\omega^2}\ ,\ \chi=1-\frac{I}{\mu}\omega^2\ .$$

Также в работе [1] получено дисперсионное соотношение:

$$c\left[\sigma^2\left(k^2-\sigma^2\right)^{1/2}+\tau^2\left(k^2+\tau^2\right)^{1/2}\right]-b\left(\sigma^2+\tau^2\right)=0 \tag{5}$$

Из дисперсионного соотношения волновое число выражается через частоту в явном виде. Начало диапазона действительных частот определяет частоту среза, которую можно найти из условия $k^2=\sigma^2$.

Минимальное значение отношение первой компоненты в (4) ко второй принимает на границе $y=0$. С ростом глубины отношение компонент увеличивается. Пусть на поверхности первая компонента больше второй, например, в 100 раз. На рис. точки кривой *II* удовлетворяют последнему условию. Во внешней области кривой *II* отношение двух компонент всегда больше 100. В этом случае первая компонента в (4) преобладает над второй, которую в дальнейшем можно опустить. Решение в нелинейном случае находим в виде одной гармоники с медленно меняющейся комплексной амплитудой (A):

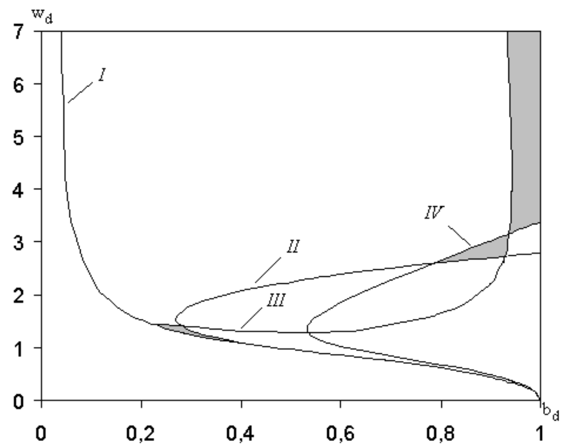
$$w(x,y,t)=A(\xi,\tau)\cdot e^{-p\cdot y}\cdot e^{i[kx-\omega\cdot t]}+к.с. \tag{6}$$

где $\xi=\varepsilon(x-\upsilon_{гр}t+ip_k'y)$, $\tau=\varepsilon^2 t$, $\upsilon_{гр}=\dfrac{d\omega}{dk}$ -групповая скорость.

Подставляя (6) в уравнение и приравнивая к нулю коэффициенты при различных степенях малого параметра ε, при ε^3 получаем нелинейное параболическое уравнение Шредингера

$$\beta A_{\xi\xi} + iA_\tau - \alpha\left|A\right|^2 A = 0 \text{ , где } \beta = \beta(k,\omega), \qquad \alpha = \alpha(k,\omega). \tag{7}$$

Используем критерий Лайтхилла [2] для определения модуляционной неустойчивости. Согласно критерию, модуляционная неустойчивость возможна в системе, в которой $\alpha\beta<0$. Необходимо отметить, что произведение $\alpha\beta$ в нашей задаче выражается только через нормированные координаты, поэтому область модуляционной неустойчивости будет подобна приведенной ниже для всех материалов. На рис. серым цветом обозначена искомая область в зависимости от ω_d и b_d.



Работа выполнялась при финансовой поддержке Гранта РФФИ (№00-02-17337).

Литература

1. Vardoulakis I.G., Georgiadis H.G.. SH Surfase Waves In a Homogeneous Gradient-Elastic Half-Space with Surfase Energy.//J.Elasticity, 1997. V 47. P.147-165.
2. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, 1997.

К АНАЛИЗУ БЫСТРОЙ И МЕДЛЕННОЙ ВОЛН БИО В ВОДО И ГАЗОНАСЫЩЕННЫХ СРЕДАХ

Ю.М.Заславский

Институт прикладной физики РАН

Введение

Для сейсмоакустического зондирования и локализации в недрах пластов-коллекторов, содержащих углеводороды, необходимо располагать данными о характеристиках упругих волн, обеспечивающих максимальный контраст при приеме сигналов, рассеянных областями среды с флюидозаполнением и с газовым заполнением пор. При этом необходимо установить тип и параметры упругих волн, оптимальных для зондирования флюидонасыщенных, а также газонасыщенных сред. Настоящая работа посвящена некоторым результатам анализа различий характеристик волнового возбуждения и распространения быстрой и медленной волн сжатия, относящихся к двум случаям – к полностью флюидонасыщенной пористой среде и к случаю газонасыщенной среды с теми же упругими параметрами скелета, как и в сравниваемой флюидонасыщенной.

Теоретический анализ

В основе анализа лежит концепция волн Био в пористых влагонасыщенных средах, теоретические основы которой даны в известной работе [1]. В ней выведено уравнение для величины $z=V_\alpha^2/V^2$, обратной квадрату фазовой скорости V распространения Р- волн 1-го и 2-го рода в безграничной двухкомпонентной среде, которое представим в обозначениях, используемых в цитируемой статье:

$$(z-z_1)(z-z_2)+iM(z-1) = 0, \qquad (1)$$

где V_α - некоторая характерная скорость $z_1 = V_\alpha^2/V_1^2$, $z_2 = V_\alpha^2/V_2^2$, V_1,V_2 ($V_1>V_2$)- фазовые скорости чисто упругих Р- волн 1-го рода (быстрая волна) и 2 -го рода (медленная волна) в пористой среде без диссипации. Величина $M = (\varepsilon_1+\varepsilon_2)/(\sigma_{11}\sigma_{22}-\sigma_{12}^2)$, где σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} - безразмерная комбинации модулей упругости скелета и флюида, образующих двухкомпонентную среду, ε_1 и ε_2 - комплексные величины, зависящие от отношения частоты волны к характерной частоте $\kappa=(f/f_c)^{1/2}$ и определяемые с точностью до множителя реальной и мнимой частью функции $F(\kappa)= 0.25\kappa T(\kappa)/(1-2T(\kappa)/i\kappa)$, где $T(\kappa) = (ber'(0,\kappa)+ibei'(0,\kappa))/(ber(0,\kappa)+ibei(0,\kappa))$, учитывающей или корректирующей частотно зависимые отличия в характере течения флюида в цилиндрических порах в процессе распространения волны относительно случая, при котором реализуется стационарное течение Пуазейля.

Дисперсионное уравнение в форме (1) позволяет исследовать характеристики распространения акустических волн: фазовую скорость распространения волн сжатия как функцию частоты, а также получить соответствующую зависимость для коэффициента затухания волны. Чтобы получить приближенное соответствие пористым породам типа водонасыщенный песчаник или известняк (плотностью скелета ρ_1 = 2.3..2.5 г/см^3, скоростью в скелете Р- волн c_1 ~ 3000 м/с), приняты введенные

Био [1] следующие значения безразмерных упругих параметров σ_{11}= 0.88, σ_{22} = 0.088, σ_{12} = 0.016 и аналогичные безразмерные параметры плотности γ_{11} = 0.757, γ_{22} = 0.303, γ_{12} = - 0.0303. По оценкам в этом случае величина критической частоты приходится на интервал от нескольких герц до первых десятков герц. Характерная безразмерная скорость в этом случае составляет V_{α} = 2.78. Применительно к выбранным значениям параметров водонасыщенной среды рассчитаны дисперсия скорости и коэффициент затухания волн Р-1 и Р-2, представленные на Рис.1а,б, соответственно, пунктирной и сплошной линиями, как функции частоты.

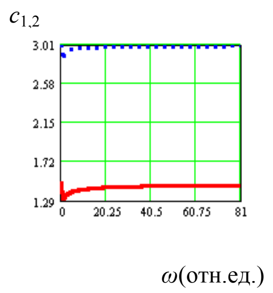


Рис.1а

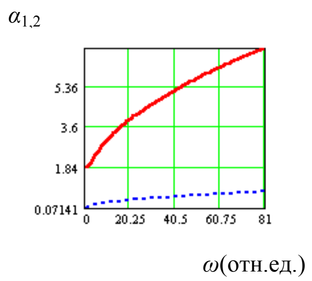


Рис.1б

Во втором случае, когда та же порода является газонасыщенной, аналогичные значения соответствующих параметров таковы: σ_{11} = 1, σ_{22}=0.000005, σ_{12} = 0.000005, γ_{11} = 1.0004, γ_{22} = 0.0004, γ_{12} = -0.0004, причем оценки показывают, что для газового заполнения пор критическая частота может находиться в интервале первых килогерц. Величина характерной скорости здесь несколько выше и составляет V_{α} = 3.0006.

Как видно из Рис.1а,б, ввиду существенно меньшего поглощения, по мере распространения волна Р-1 со скоростью ~ 3км/с останется единственной, которую возможно будет зарегистрировать на достаточном удалении от источника. Аналогичный расчет для среды с газовым заполнением пор показывает частотную независимость фазовых скоростей c_1 = 3, c_2 = 0.334 и коэффициентов затухания и ничтожно малую их абсолютную величину для волн обоих типов $\alpha_{1,2} \sim 10^{-5}$. Таким образом, во втором случае нельзя отдать предпочтение какой-либо волне по параметрам затухания.

Кроме анализа сравнительных характеристик распространения волн сжатия в водо и газонасыщенных двухкомпонентных средах, проведены также расчеты полной акустической мощности, излучаемой пульсирующим источником (монополем) в безграничное пространство в виде быстрой и медленной сферически симметричных Р- волн. Вывод общих выражений не ограничен условиями на величину объемных скоростей, воздействующих на обе фазы среды, но численный расчет выполнен для одинаковой амплитуды колебательных объемных скоростей, с которыми источник воздействует на скелет и флюид. На рис.2 а, б результаты расчета представлены графиками частотной зависимости мощностей излучения быстрой и медленной волн, нормированных на $\rho\omega^2 Q^2/8\pi c_{1,2}$. Сплошные кривые соответствуют волне P-2, пунктиром даны кривые, отвечающие волне P-1.

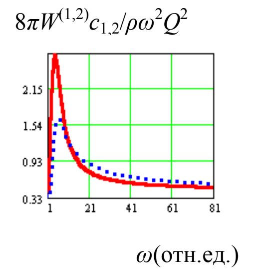


Рис.2а

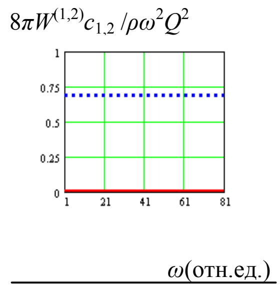


Рис.2б

Присутствие на графиках Рис.2а резкого максимума в частотной зависимости излучаемой мощности обоих типов волн в случае водонасыщенной среды свидетельствует о возможности существования некоторого интервала преимущественно излучаемых частот, который располагается вблизи критической частоты. Однако, учитывая существенно большее затухание волн P-2, демонстрируемое на Рис.1б, можно сделать вывод о преобладающей роли быстрой волны с частотами этого преимущественного интервала в процессе регистрации сигналов, порождаемых широкополосным излучателем. Для газонасыщенной среды частотная избирательность отсутствует и в затухании, и в эффективности излучения, что показывают представленные на Рис.2б две линии-константы. Однако из сравнения уровней акустической мощности излучения источником быстрой и медленной волн на том же рисунке, нетрудно видеть преобладание первой над второй в пропорции ($W^{(1)}/W^{(2)} \sim 0.684/0.002$). Поэтому при работе данного типа источника с условием одинакового воздействия на обе фазы в газонасыщенной среде также будет преобладать волна P-1.

Выводы

Таким образом показано, что в рассмотренных ситуациях преимущественным волновым типом является быстрая волна, причем указанный вывод есть следствие применения двух критериев, учитывающих как характеристики акустической диссипации, так и эффективности излучения, обязательных для окончательной оценки.

Литература

1. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. // J. Acoust. Soc. Am. 1956. 28. N.2, 179

ОБ ОДНОЙ ТОЧНОЙ ФОРМУЛИРОВКЕ ДИФРАКЦИОННОЙ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ОГРАНИЧЕННОГО СФОКУСИРОВАННОГО ПУЧКА

Д.А. Касьянов

НИРФИ

При расчёте сходящихся волновых фронтов используются в основном два метода. Первый связан с именем Дебая [1], который предложил заменить реальный сходящийся волновой фронт набором плоских волн, приходящих из бесконечности с разных направлений в пределах телесного угла, ограничивающего сферический волновой фронт, или в пределах плоского угла, ограничивающего цилиндрический фронт. Таким образом, подынтегральное выражение в интеграле Гельмгольца-Гюйгенса имеет физический смысл плоской волны, а интегрирование происходит по поверхности волнового фронта. В рамках этого метода О'Нейл [2] получил выражение для поля на акустической оси сферического фокусирующего излучателя, которое справедливо при малом угле раскрытия и большом, по сравнению с длиной волны, линейном размере излучателя. Подход Дебая достаточно физичен и нагляден, однако, формулировка дифракционной задачи в рамках этого подхода внутренне противоречива [3]. Дело в том, что в методе Дебая приходится абстрагироваться от источника волн, что не даёт возможности точно сформулировать граничные условия.

Второй метод связан с именем Рэлея [4], здесь «истинные» граничные условия на поверхности фокусирующего излучателя с помощью различных физических соображений переводятся на плоскую поверхность сравнения, по которой впоследствии производится интегрирование. Преимущество этого метода состоит в том, что для плоскости с заданными на ней потенциалом или колебательной скоростью существует точное интегральное решение уравнения Гельмгольца. Для незамкнутых излучателей, в том числе для фокусирующих, точных решений не найдено. Таким образом, пользуясь методом Рэлея, можно сформулировать приближённую дифракционную задачу о распространении поля возбуждаемого, например, сферическим преобразователем. В [5] таким образом получено распределение поля для сферического преобразователя с малым углом раскрытия, в [6], при некоторых дополнительных приближениях, для сферического преобразователя с произвольным углом раскрытия.

С точки зрения теории дифракции в формулировках задач о распространении сфокусированного пучка с помощью метода Рэлея также есть некорректности. Дело в том, что не удаётся непротиворечиво описать на плоскости сравнения границы реального преобразователя.

Далее представлена модель фокусирующего преобразователя, которую с точки зрения теории дифракции, можно сформулировать точно.

Рассмотрим следующую задачу: требуется найти поле за диафрагмой, когда на круглом отверстии диафрагмы радиуса a задано граничное условие для производной потенциала:

$$-\left.\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|_{z=0}=\begin{cases}F(r), 0 \le r \le a\\ 0, r>a\end{cases} \tag{1}$$

Если $F(r)=V_0$, где V_0 постоянное по всему отверстию диафрагмы значение колебательной скорости, то получаем формулировку дифракционной задачи, у которой есть точное, не содержащее противоречивых предпосылок, решение, называемое «решение Кинга»[7]. «Решение Кинга» записывается в интегральном виде, но не является следствием формулы Грина.

Можно показать, что существует точная формулировка граничной задачи (1), записанная с помощью функции Грина, но для этого условие (1) необходимо переписать в более корректном виде:

$$-\left.\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|_{z=0}=F(r)\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin a\xi}{\xi}\cos(\xi r)d\xi \tag{2}$$

где множитель после $F(r)$ является разрывным множителем Дирихле, который равен нулю при $r>a$, равен ½ при $r=a$ и равен 1 при $r<a$. Теперь, если функция $F(r)$ описывает осе симметричное распределение поля на отверстии диафрагмы, т.е. разложение $F(r)$ в степенной ряд содержит только чётные члены, можно записать точное решение задачи (2). Воспользуемся функцией Грина кольца, записанной в цилиндрических координатах (см, например, [8]) и получим, что потенциал поля за диафрагмой равен:

$$\Phi=-\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\sin a\xi}{\xi}\cos(\xi r)F(r)J_0(rt)J_0(r't)\frac{\exp\left(-z'\sqrt{t^2-k^2}\right)}{\sqrt{t^2-k^2}}rtdrdtd\xi \tag{3}$$

где r', z' – координаты точки наблюдения. Выражение (3) является точным представлением поля во всём полупространстве за диафрагмой. Оно является решением уравнения Гельмгольца, а его соответствие граничным условиям (2) легко проверяется. На контуре диафрагмы производная потенциала имеет разрыв первого рода, при котором функция в точке разрыва равна полусумме пределов справа и слева.

Теперь ограниченный фокусирующий преобразователь можно смоделировать заданием следующих граничных условий:

$$-\left.\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|_{z=0}=f(r)\exp\left(\frac{ikr^2}{2F}\right)\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin a\xi}{\xi}\cos(\xi r)d\xi \tag{4}$$

$$-\left.\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|_{z=0}=f(r)\exp\left(ik\left(F-\sqrt{F^2+r^2}\right)\right)\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin a\xi}{\xi}\cos(\xi r)d\xi\ , \tag{5}$$

где $f(r)$ – осе симметричное амплитудное распределение поля на диафрагме, F- фокусное расстояние. В (5) предполагается, что $a>F$, т.е. угол раскрыва сферического пучка меньше π.

Выражение (3), так же как и «решение Кинга», имеет интегральный вид и достаточно сложно для анализа, тем не менее, подобные интегральные формулы имеют прикладное значение хотя бы потому, что не содержат противоречивых предпосылок и является точным представлением поля во всём полупространстве за диафрагмой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 00-02-16156.

Литература

1. Debye P. // Ann. Phys., vierte Folge, 1909, v.30, p.755
2. O'Neyl H.T. // J. Acoust. Soc. Amer., 1949, v.21, № 5, p.516
3. Каневский И.Н. Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. - М.: Наука, 1977, 336с.
4. Стрэтт Дж.В. (Лорд Рэлей) Волновая теория света. – М. – Л.: Гостехиздат, 1940, 209с.
5. Lukas B.G., Muir T.G. // J. Acoust. Soc. Amer., 1982, v.72, № 4, p.1289
6. Левин В.М., Лобкис О.И., Маев Р.Г. // Акустический журнал, 1987, т.33, Вып.1, с.140
7. King L.V. // Canadian Journal of Research, 1934, № 11, p.125
8. Касьянов Д. А. // Акустический журнал, 1993, т. 39, Вып.5, с.949

О СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ В ТРЕХМЕРНОМ ВОЛНОВОДЕ С ЖЕСТКОЙ ГРАНИЦЕЙ

И.Б. Юмов

Восточно-Сибирский государственный технологический университет

Введение

Во многих областях физики представляет важное значение исследование собственных колебаний в неограниченных волноводных областях. В первую очередь интерес к данной тематике обусловлен в связи с явлением аэроакустического резонанса, изучение которого актуально, например, при проектировании турбомашин (газовых, паровых и гидравлических турбин, насосов, компрессоров), трубопроводов и т.п.(обзор некоторых экспериментальных работ содержится в работе[2]). Исследованию собственных колебаний в волноводных областях в двумерной постановке посвящено много работ(приведём лишь некоторые из них [1,4,5,7]). Существование собственных колебаний в трёхмерных волноводных областях исследовано менее полно. Отметим работу [3], в которой доказано существование собственных колебаний локализованных около сферы достаточно малого радиуса, находящейся в центре волновода с постоянным круговым поперечным сечением, а также работы [6,8], в которых рассмотрен случай тонкостенных препятствий в круговом цилиндре.

В данной работе, используя вариационный принцип, получены достаточные условия существования собственных колебаний в трехмерном волноводе с прямоугольным поперечным сечением, в котором помещено препятствие достаточно произвольной геометрии, обладающее некоторой симметрией относительно координатных плоскостей.

Постановка задачи и основные результаты

Рассматривается область $\Omega_0=\{(x,y,z)\in \mathrm{R}^3: x\in(-d_1,d_1),\, y\in(-d_2,d_2),\, z\in \mathrm{R}\}$, которая моделирует волновод. Здесь $d_i>0$ ($i=1, 2$). В нем помещено ограниченное препятствие B, которое может быть и несвязным. В зависимости от вида препятствия рассмотрены следующие случаи:

А. B есть компактное множество, ограниченное кусочно-гладкими поверхностями такое, что $\mu_3(B)>0$.(Здесь и далее μ_k означает k-мерную меру). Предполагается, что B симметрично относительно плоскости $y=0$.

Б. B есть бесконечно тонкая пластина с достаточно гладкой границей такая, что $0<\mu_2(B)<\infty$. Предполагается, что B расположено в плоскости $y=0$.

В. B есть компактное, ограниченное кусочно-гладкими поверхностями множество такое, что $\mu_3(B)>0$. Предполагается, что B симметрично относительно плоскостей $x=0$ и $y=0$.

Г. B есть бесконечно тонкая пластина с достаточно гладкой границей, которая расположена в плоскости $y=0$ симметрично относительно оси OZ и $0<\mu_2(B)<\infty$.

Рассматривается задача нахождения нетривиального достаточно гладкого решения однородной задачи Неймана, удовлетворяющего в $\Omega=\Omega_0\backslash B$ уравнению установившихся колебаний:

$$\Delta u+\lambda u=0 \quad (\lambda\ge 0); \tag{1}$$

краевому условию на $\partial\Omega_0\cup\partial B$:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec n}=0 \quad (\vec n \text{ - вектор внешней нормали к } \partial\Omega); \tag{2}$$

условию конечности энергии:

$$E(u)\equiv\iiint\limits_{\Omega}\left(|u|^2+|grad\,u|^2\right)d\Omega<\infty\,. \tag{3}$$

В дальнейшем, задачу (1)–(3) будем называть задачей N. Кроме того, будем рассматривать задачу N^{up} нахождения функции $u^{up}(x,y,z)$ – решения краевой задачи (1)–(3), удовлетворяющей условию нечетности по переменной y для случаев **А** и **Б** и задачу N^a нахождения функции $u^a(x,y,z)$ – решения краевой задачи (1)–(3), удовлетворяющей условиям нечетности по переменным x и y для случаев **В** и **Г**.

Известно, что самосопряженное расширение лапласиана $(-\Delta)$ с условием Неймана обладает непрерывным спектром и собственные значения задачи N (если они существуют) оказываются погружены в непрерывный спектр. Очевидно, что собственные значения задач N^{up} и N^a являются собственными значениями задачи N.

Введем обозначения:

$$\Omega_0^a=\{(x,y,z)\in\Omega_0:\quad x>0,\quad y>0\},\quad B^a=B\cap\overline{\Omega_0^a},$$

$$\Omega_0^{up} = \{ (x, y, z) \in \Omega_0 : \quad y > 0 \}, \quad B^{up} = B \cap \overline{\Omega_0^{up}} \quad .$$

Имеют место утверждения.

Теорема. Собственные колебания в задаче N^{up} существуют:

- в случае **А**, если выполняется неравенство:

$$\iiint_{B^{up}} \cos\left(\frac{\pi y}{d_2}\right) d\Omega > 0 ; \tag{4}$$

- в случае **Б** – всегда.

При этом наименьшее собственное значение задачи N^{up} принадлежит интервалу $(0,\Lambda^2_{up})$.

Собственные колебания в задаче N^a существуют:

- в случае **В**, если выполняется неравенство:

$$\iiint_{B^a} \left[\frac{1}{d_1^2} \cos\left(\frac{\pi x}{d_1}\right) + \frac{1}{d_2^2} \cos\left(\frac{\pi y}{d_2}\right) - \left(\frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{d_1}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{d_2}\right) \right] d\Omega > 0 ; \tag{5}$$

- в случае **Г** – всегда.

При этом наименьшее собственное значение задачи N^a принадлежит интервалу $(0,\Lambda^2_a)$. Здесь и далее $\Lambda^2_{up}=(\pi/2d_2)^2$, $\Lambda^2_a=(\pi/2d_1)^2+(\pi/2d_2)^2$.

Следствие 1. Пусть B есть симметричное относительно плоскости y=0 компактное множество с кусочно-гладкой границей такое, что $\mu_3(B) > 0$ и кроме того, B содержится в области $\{ (x,y,z) \in \Omega_0 : | y | < d_2 / 2 \}$. Тогда существует наименьшее собственное значение задачи N^{up}, принадлежащее интервалу $(0, \Lambda^2_{up})$.

Следствие 2. Пусть B есть симметричное относительно плоскостей x=0 и y=0 компактное множество с кусочно-гладкой границей такое, что $\mu_3(B) > 0$ и кроме того, B содержится в области $\{ (x,y,z) \in \Omega_0 : | x | < d_1 / 2, \ | y | < d_2 / 2 \}$. Тогда существует наименьшее собственное значение задачи N^a, принадлежащее интервалу $(0, \Lambda^2_a)$.

Литература

1. Попов А.Н. // Журн. техн. физики. 1986, т. 56, № 10., с.1916.
2. Parker R., Stoneman S.A. // Proc. Inst. Mech. Engr. 1989. v.203, p.9.
3. Ursell F. // Proc. R. Soc. Lond. 1991. A 435, p.575.
4. Callan M.,Linton C.M.,Evans D.V. // J. Fluid Mech. 1991. v.229, p.51.
5. Evans D.V., Levitin M., Vassiliev D. // J. Fluid Mech. 1994,v.261, p.21.
6. Сухинин С.В. // Динамика сплошной среды: Сб. науч. трудов/ РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1995, Вып.110., с.139.
7. Сухинин С.В., Бардаханов С.П. // Прикл. механика и техн. физика.1998, № 2,с.69.
8. Сухинин С.В. // Прикл. механика и техн. физика.1999, № 4, с.133.
9. Юмов И.Б. // Сб. науч. трудов: Физико-математические науки. Математика. Вып. 5, Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2000, с.97.

ДВУМЕРНОЕ ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА СВЯЗАННЫХ МОД С ЦЕЛЬЮ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Б.В.Свешников, А.П.Шитвов

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

Введение

Метод связанных мод (МСМ), являющийся, в сущности, модификацией хорошо известного в радиофизике метода «укороченных уравнений», относится к наиболее эффективным подходам к моделированию разнообразных ПАВ-устройств с регулярными электродными структурами. Наибольшее распространение получило применение этого метода в одномерном приближении, когда параметры системы в поперечном направлении полагаются однородными. Однако одномерная модель оказывается неэффективной, например, при анализе широко используемых «аподизованных» встречно-штыревых преобразователей (ВШП) с пространственно неоднородной областью акустоэлектрического взаимодействия. Обычно применяемое представление таких преобразователей в виде параллельно соединённых субканалов [1] не дает возможности учесть влияние дифракции на характеристики реальных устройств. Рассматриваемая в настоящей работе модель ПАВ-систем с распределённой обратной связью (РОС), обусловленной брэгговским отражением ПАВ от одномерной “решетки” поверхностных неоднородностей, позволяет лучше понять специфику волновых процессов в аподизованных преобразователях и фильтрах на их основе. Полученные аналитические выражения, описывающие характеристики подобных устройств (в том числе, с учетом дифракции), способны в перспективе значительно сократить время компьютерного анализа более сложных систем, состоящих из «блоков» с двумерной архитектурой.

Основные модельные представления

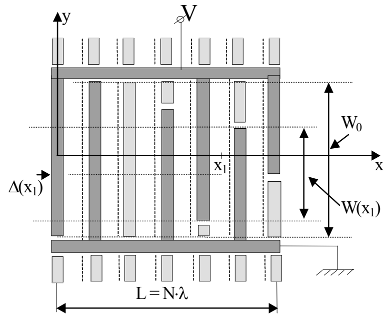


Рис. 1

На Рис.1 схематически изображен ВШП произвольного типа. Здесь активные электроды структуры отмечены более тёмной штриховкой. В совокупности с «холостыми штырями», применяемыми с целью предотвращения искажений волнового фронта ПАВ (отмечены более светлой штриховкой), они образуют регулярную одномерную брэгговскую решётку. Приняты следующие обозначения: W_0- максимальная апертура активной области; C_0- полная статическая ёмкость эквивалентного однородного ВШП с максимальной апертурой W_0; $\Delta(x_1)$- смещение центра перекрытия соседних активных электродов (активная апертура $W(x_1)$) от центральной оси системы (y=0) в сечении x=x_1. Возможная «направленность» излучения ВШП, обусловленная либо топологической асимметрией преобразователя, либо «естественным» сдвигом фаз колебаний упругой и электрической динамических подсистем ПАВ $\varphi_0 \neq (2n+1)\pi/2$, присущим, в той или иной мере, большинству подложек, учитывается введением разности координат «центра отражения» (ЦО) и «центра возбуждения» (ЦВ) ПАВ в пределах одного активного периода [2]. В качестве «опорной» подсистемы выберем электрический потенциал ПАВ. В этом случае ЦВ определяется как координаты поперечных сечений, в пересчёте к которым электрические потенциалы встречных пучков синфазны. В пересчёте к ЦО коэффициент отражения потенциала ПАВ от периода короткозамкнутого ВШП является чисто мнимой величиной. Полагая, что влияние электродов носит характер слабого возмущения граничных условий, и совместив начало координат с одним из ЦВ, представим «возмущённый» электрический потенциал на поверхности подложки в виде суперпозиции двух встречных волн с «медленно меняющимися» на периоде решётки амплитудами $U_{1,2}(x,y)$:

$$\Phi(x,y) = \Phi_o\{U_1(x,y)\exp(-ik_o x) + U_2(x,y)\exp(ik_o x)\}e^{i\omega t}\ .$$

Основные соотношения

Полагая $W_0 >> \lambda$, ограничимся рассмотрением параксиальных волновых пучков, вектор фазовой скорости которых параллелен оси x. Допустим, что этот вектор составляет малый угол ($|\beta|<<1$) с осью чистой моды. Во многих случаях анизотропию скорости ПАВ вблизи направления чистой моды можно представить в параболическом приближении [1]: $v(\theta) \approx v_0(1+\gamma\theta^2/2)$. При этом вектор групповой скорости ПАВ образует с осью X угол $\delta \approx \gamma\beta$. Систему укороченных уравнений, связывающих амплитуды $U_{1,2}$ и градиент электрического тока I, индуцируемого полями ПАВ и приложенным напряжением V, можно записать в следующем виде:

$$\mp \frac{|1+\tilde{a}|}{2ik_o} \cdot \frac{\partial^2 U_{1,2}}{\partial y^2} + \ddot{a}\frac{\partial U_{1,2}}{\partial y} + \frac{\partial U_{1,2}}{\partial x} = \mp iAU_{1,2} \mp iBe^{\pm i\varphi}U_{2,1} \pm i\acute{a} \cdot f(x,y) \cdot V \qquad (1)$$

$$\frac{dI}{dx} = -i2\alpha Po \int\limits_{y_1(x)}^{y_2(x)} c(x)\{U_1(x,y) + U_2(x,y)\}dy + i\omega C_1 \cdot V \qquad (2)$$

Здесь C_1 - статическая ёмкость периода ВШП; $f(x,y)=c(x)[H(y-y_1(x))-H(y-y_2(x))]$ - функция «перекрытия», характеризующая поперечный размер области акустоэлектрического взаимодействия ($H(x)$- функция Хевисайда); $y_{2,1}(x) = \pm W(x)+\Delta(x)$; функция $c(x)$ описывает возможное дополнительное взвешивание удалением активных электродов и изменением полярности приложенного к ним напряжения. Коэффициент $|1+\gamma|$ характеризует «скорость» дифракционного расплывания пучка ПАВ. В свою очередь, $A=(\omega-\omega_0)/v(\beta)-i\cdot\varsigma$, и $B=2\Gamma/\lambda$, где ς - коэффициент затухания; 2Γ- амплитуда коэффициента отражения ПАВ от периода ВШП: φ - фазовый параметр направленности излучения ВШП; P_0- поток мощности ПАВ, возбуждаемой единичным напряжением, приложенным к изолированному периоду с единичной апертурой. В силу закона сохранения энергии, коэффициент возбуждения α можно соотнести с «активной» проводимостью периода ВШП: $\alpha\lambda = \sqrt{\frac{\chi \cdot \omega C_1}{2P_O \cdot W_O}}$. Величина χ имеет наглядный физический смысл эффективного коэффициента связи, определяемого отношением реальной и мнимой частей проводимости активного периода исходного ВШП. Полагая, что характерная длина формирования волноводной моды в системе значительно превышает её длину ($W_0^2 >> \lambda L$), коэффициенты A и B можно считать независящими от поперечной координаты. Тогда искомое решение системы уравнений (1,2) можно получить, используя преобразование Фурье по поперечной координате. В результате, все необходимые Y-параметры системы выражаются в замкнутой аналитической форме. Например, нормированная акустическая проводимость ВШП определяется следующим соотношением: $\overline{Y} = \frac{1}{ð}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \widetilde{Y}(q)dq$ где:

$$\widetilde{Y}(q) = \frac{2i(\overline{a} - b\cos\varphi)}{\bar{\hat{\imath}}}\int\limits_0^1\int\limits_0^x \grave{U}(x,q)^{*}\grave{U}(z,q)) \cdot (\sin\left((z-x)\bar{\hat{\imath}}\right)dzdx + \frac{\int\limits_0^1\int\limits_0^1 \grave{U}(x,q)^{*}\grave{U}(z,q)P(x,z,q)dzdx}{\bar{\hat{\imath}}\left(\bar{\hat{\imath}}\cos\bar{\hat{\imath}} + i\overline{a}\cdot\sin\bar{\hat{\imath}}\right)} \qquad (3)$$

$$\bar{\hat{\imath}} = \sqrt{\overline{a}^2 - b^2};\ \overline{a} = a - \tilde{n}q^2;\ a = AL;\ b = 2N\tilde{A}\quad \tilde{n} = \frac{|1+\tilde{a}|L\lambda}{ðWo^2}, \qquad (4)$$

$$\grave{U}(x,q) = c(x)\cdot\frac{\sin\left(q\widetilde{W}(x)\right)}{q}\exp\left(-iq\tilde{\ddot{A}}(x)\right),\ \tilde{\ddot{A}}(x) = \frac{2\ddot{A}(x)}{Wo} - x\ddot{a}, \qquad (5)$$

$$P(x,z,q) = i\bar{\hat{\imath}}\cdot(\overline{a} - b\cdot\cos(j))\cdot\sin\bar{\hat{\imath}}\cdot\cos\left((x-z)\bar{\hat{\imath}}\right) + \bar{\hat{\imath}}\cdot b\cdot\sin(j)\cdot\sin\left((z+x-1)\bar{\hat{\imath}}\right)$$
$$+\overline{a}^2\cos\bar{\hat{\imath}}\cdot\cos\left((x-z)\bar{\hat{\imath}}\right) - b^2\cos\left((z+x-1)\bar{\hat{\imath}}\right) + 2\overline{a}b\cdot\cos(\varphi)\cdot\sin(z\bar{\hat{\imath}})\cdot\sin\left((1-x)\bar{\hat{\imath}}\right) \qquad (6)$$

Заметим, что соотношения (3-6) доказывают, в частности, интуитивно очевидную возможность компенсации влияния эффекта «сноса» пучка ПАВ в поперечном направлении за счёт смещения центров перекрытия активных электродов так, чтобы они оказались на линии, параллельной вектору групповой скорости ПАВ: $\tilde{\ddot{A}}(X) = 0$. Это обстоятельство свидетельствует об адекватности предложенной модели.

Литература

1. Д.Морган. Устройства обработки сигналов на поверхностных акустических волнах.- М.: Радио и Связь, 1990, 416с.
2. B.V.Sveshnikov and A.P.Shitvov.//IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, 1996, pp.169-172.

АКУСТИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛЬДА ВБЛИЗИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

В.В.Чернов, И.Н.Диденкулов, А.В.Лебедев, Д.А.Селивановский

Институт прикладной физики РАН

Лед имеет сложное кристаллическое строение. Существует несколько типов льда, отличающихся в том числе и акустическими характеристиками. Эти характеристики изменяются с температурой, и, т. о., возможно диагностировать структурные изменения во льде. Акустические измерения позволяют также оценить накопление дефектов структуры льда, образование нарушений целостности ледяного монолита. Мы рассмотрели возможности метода резонансной спектроскопии, который позволяет проводить измерения всех компонент вязко-упругого тензора при наличии минимума априорной информации об ориентации кристаллографических осей в образце [2]. Ниже приводится результат предварительной оценки использования этого метода для образцов льда, отличающихся степенью анизотропии. Для оценок использовались усредненные сведения о скоростях звука в различающихся степенью анизотропности образцах льда [1]. Резонансная акустическая спектроскопия позволяет оценить степень изотропности для образцов из льда, составленного из хаотично ориентированных кристаллитов, и монокристалла льда типа ***Ih*** с гексагональной структурой решетки. Также оказалось возможным выделить температурные зависимости компонент вязко-упругого тензора. На рис.1 представлены распределения собственных частот образца льда в виде цилиндра диаметра 50 мм и длиной 100 мм.

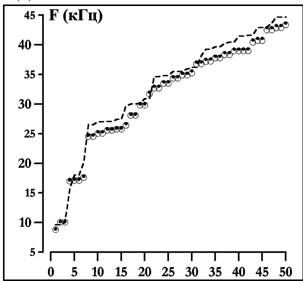


Рис.1.

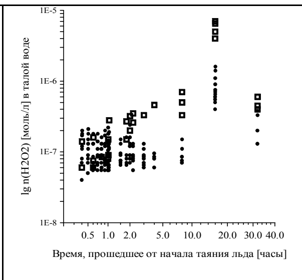


Рис.2.

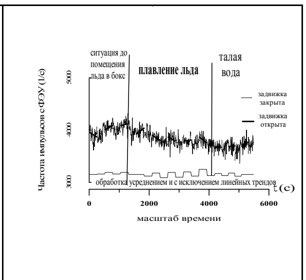


Рис.3.

Пунктирная линия - собственные частоты изотропного льда, символы – монокристаллического льда при разных температурах. Для монокристаллического льда сплошные точки соответствуют температуре –15 ^{o}C, пустые кружки соответствуют температуре –1 ^{o}C.

Степень анизотропности образца может быть оценена, как видно из графика, с высокой точностью. Ранее [2] данный метод был успешно апробирован в исследовании анизотропии обазцов монолитного гранита. В этих опытах оказалось возможным измерение 40 резонансов для одного из вариантов размещения датчиков. Получающееся перекрытие некоторых резонансных откликов при этих измерениях удалось расшифровать, применяя согласованную фильтрацию. Следует отметить, что добротность колебаний образцов гранита в 1.5–2 раза ниже прогнозируемой величины добротности образцов льда, и поэтому точность измерений во льде соответственно будет выше. Исследование температурной зависимости потерь позволяет оценить такой важный параметр как энергию активации процессов релаксации [3]. В свою очередь, сопоставление величины энергии активации с энергией связи молекул позволяет определить механизм, ответственный за релаксацию, и роль примесей (чистоту льда). В качестве примера эффективного использования метода резонансной акустической спектроскопии для исследования процессов релаксации можно указать работу [4].

С другой стороны, известны физико-химические явления, сопровождающие таяние льда: появление в талой воде пероксида водорода (H_2O_2) [5]. Исследование этого явления также сулит получение новых сведений о процессе фазового перехода лед - вода. Оказалось, что механизм образования H_2O_2 при таянии подобен такому же при сонолизе воды, т.е. включает процесс диссоциации воды на радикалы.

Сонолиз воды, т.е. гомолитический распад воды под действием звука с появлением радикалов: ($H_2O \rightarrow .H+.OH.$) с последующим появлением в воде пероксида водорода, как следствия реакции рекомбинации радикалов: ($H_2O_2 \leftarrow .OH+.OH$), сопровождается свечением воды - сонолюминесценцией (СЛ). Считается, также, что СЛ - это рекомбинационное свечение при реакциях радикалов воды: $.H+.H \rightarrow H_2$ (экзо e=4.4 эВ, соответствующий квант света λ=280 нм), $.OH+.OH \rightarrow H_2O_2$ (e=2.34 эВ, λ=510 нм), а также реакция образования вновь воды: $.OH+.H \rightarrow H_2O$ (e=5.2 эВ, λ=230 нм). В водной среде свет преобразуется, и, в конечном итоге, СЛ имеет сплошной спектр, начинающийся в УФ области (но не ранее λ=230 нм) и спадающий к красной области практически экспоненциально. Основная часть энергии рекомбинационного свечения при СЛ преобразуется в тепло и становится при сонолизе частью диссипативных потерь звукового поля. Видимая часть спектра СЛ обычно возвращает лишь малую часть энергии, потраченной при диссоциации воды, а именно: $\approx 10^{-5} \mathrm{x} W_x$ [7,8], где W_x - часть энергии звукового поля, потраченная на диссоциацию воды. Эта энергия может быть оценена с ипользованием данных о образующейся концентрации H_2O_2 как: $W_x = D_{1R} \cdot 2 \cdot \mathrm{n}(H_2O_2) \cdot N \cdot k$. Здесь D_{1R} = 5.2 эВ - первая энергия радикальной диссоциации валентной связи $H\text{-}OH$ изолированной молекулы воды, стехиометрический коэффициент 2 учитывает необходимость диссоциации двух молекул воды для получения молекулы H_2O_2, N - число Авогадро, $n(H_2O_2)$ [моль/л] - концентрация измеренного H_2O_2. Коэффициент k – это отношение количества радикалов, образующих вновь воду к тем, которые образуют H_2O_2 (или H_2). Для температуры около 0^0С, как было нами ранее показано [7], $k \approx 100$.

Для иссследования процессов диссоциации воды при фазовом переходе вода-лед-вода нами были поставлены опыты [6], в которых вода с малым начальным содержанием H_2O_2 ($n(H_2O_2) < 10^{-12}$ моль/л) замораживалась, и лед таял в условиях отсутствия света или заметного радиационного фона. В результате в талой воде обнаруживался H_2O_2 с концентрациями $n(H_2O_2) \approx 10^{-7}$ моль/л. При этом, если лед замораживался из чистой дегазированной воды и таял без контакта с атмосферой, то в талой воде со временем содержание H_2O_2 монотонно спадало с темпом на порядок за сутки. Этот факт объясняется нами тем, что стенки сосудов, в которых замерзала вода и таял лед так или иначе поставляли в воду катализаторы разложения H_2O_2 Свидетельством справедливости такого рассуждения является то, что вторичное замораживание и таяние приводит к увеличению концентрации H_2O_2 примерно в 2 раза (как правило, несколько меньше, т.е. в 1.8 раза), но после третьего перемораживания концентрация H_2O_2 оказывается даже меньше, чем после первого перемораживания ($n(H_2O_2) < 10^{-8}$ моль/л).

Если же замерзание воды и таяние льда протекало под атмосферой воздуха, то характер изменения во времени концентрации H_2O_2 сильно отличался. После растаивания льда, когда вначале концентрация H_2O_2 составляла, как и в случае с дегазированной водой, $n(H_2O_2)\approx10^{-7}$ моль/л, концентрация H_2O_2 начинала монотонно возрастать. Так продолжалось, обычно около суток, а после этого концентрация H_2O_2 начинала падать, и к концу вторых суток сравнивалась с первоначальным значением: $n(H_2O_2)\approx10^{-7}$ моль/л (см. Рис.2.).

Этот факт возможно объяснить тем, что в воде с растворенным кислородом протекает реакции ступенчатого захвата гидратированных атомов водорода - продуктов распада воды: $.H + O_2 \to .HO_2 \ +.H \to H_2O_2$. При этом практически все радикалы воды, получившиеся в результате ее частичной диссоциации в процессе фазовых переходов вода-лед-вода образуют H_2O_2. Т.е. упомянутый коэффициент k становится по величине близок к единице. Этот процесс идет на фоне описанного для случая дегазированной воды разложения H_2O_2 под действием катализаторов, и поэтому, в конечном итоге, концентрация H_2O_2 не достигает максимально возможных величин: $n(H_2O_2)\approx10^{-5}$ моль/л, но не превышает обычно $n(H_2O_2)\approx(1\text{-}3)\text{x}10^{-6}$ моль/л. Этот же факт дает представление о времени жизни радикалов воды в воде, где они находятся после появления в сильно гидратированном состоянии.

Еще одна группа опытов с таянием льда под атмосферой воздуха проводилась при мелкодисперсном измельчении монолитного льда, замороженного под атмосферой воздуха. На измельчение льда затрачивалась удельная энергия, составляющая примерно третью часть от теплоты плавления, но при этом концентрация H_2O_2 в максимуме оказывалась на порядок большей, чем при таянии монолитного льда. Это свидетельствует о высокой эффективности диссоциации водных молекул при разламывании кристаллов льда. Это также может быть свидетельством того, что диссоциация воды происходит и в процессе кристаллизации воды при замерзании.

Данные опыты позволили оценить $W_x=D_{1R}\cdot 2\cdot n\ (H_2O_2)\cdot N\cdot k$ для процесса фазового перехода вода-лед-вода. Здесь k, как упоминалось, близко к единице, т.к. в присутствии кислорода воздуха все образующиеся радикалы воды при рекомбинации дают H_2O_2, а образование вновь воды при рекомбинации $.OH+.H\to H_2O$ останавливается.

Мы предположили, что процессы притаянии льда приведут, как и в случае сонолиза, к люминесценции тающего льда. Ниже описываются первые результаты попыток зафиксировать такое свечение. Опыты проводились в светонепроницаемом боксе, оснащенном ФЭУ49 (диаметр фотокатода 150 мм, полоса восприятия света -

от 300нм). Дистиллированная вода замораживалась при доступе воздуха в цилиндрическом сосуде (диаметр 150 мм, высота 5 мм). После замораживания образец льда помещался в бокс. Поверхность льда располагалась в 10 см под фотокатодом ФЭУ. Между льдом и фотокатодом располагалась сдвигаемая светонепроницаемая заслонка. В режиме счета фотонов сравнивались выходы ФЭУ при открытой и закрытой заслонке (при этом регистрируется только темновой ток ФЭУ). Эти измерения проводились в течение всего периода таяния льда, и некоторое время после полного растаивания. В опытах обнаружено свечение льда, которое начинается с начала его таяния и продолжается некоторое время после полного растаивания льда. Затем свечение исчезает, вернее, его уже не удается выделить в темновых шумах ФЭУ. Было выяснено, что общая энергия светового потока составляет порядка $10^{-5}\cdot W_x$, где W_x определялось по содержанию H_2O_2 в талой воде. Ход таких измерений иллюстрируется на рис.3.

В данных опытах точности измерений были не лучше порядка. Тем не менее, имеется согласие между соотношением энергии светового потока и энергии, затраченной на химические преобразования воды и при сонолизе, и при фазовом переходе вода-лед-вода. В дальнейшем предполагается исследовать спектральные характеристики свечения льда при его таянии. В случае, если они окажутся сходными со спектральными характеристиками СЛ, то это будет дополнительным свидетельством подобия механизмов диссоциации воды при фазовом переходе вода-лед-вода и при сонолизе воды.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (01-02-17411, 00-15-96741).

Литература

1. Богородский В.В., Гаврило В.П. Лед. –Л.: Гидрометеоиздат, 1980, 384с.
2. Lebedev A., Bredikhin V., Soustova I., Sutin A., Kusunose K. //In: Proc. 6th Intern. Workshop on Nonlinear Elasticity in Materials, 2001. /Ed. Koen Van den Abele. – Leuven: Leuven Univ., 2001, p.37.
3. Migliori A., Sarrao J.L. Resonant ultrasound spectroscopy. NY: John Wiley and Sons, 1998, 430p.
4. Cannelli, G., et al. //Phys. Rev. B. 1997. V.55. №22. P.14865.
5. Клосс А.И. //Докл. АНСССР. 1988. Т.303. №6. С.1403.
6. Домрачев Г.А., Родыгин Ю.Л., Селивановский Д.А., Стунжас П.А. //В кн.: Химия морей и океанов. М.: Наука, 1995, с.169
7. Домрачев Г.А., Селивановский Д.А., Диденкулов И.Н., РодыгинЮ.Л., Стунжас П.А. //ЖХФ. 2001. Т.75. №2. С.374.
8. Диденко Ю.Т., Настич Д.Н., Пугач С.Н. и др. //ЖХФ. 1994. Т.68. №11. С.2080.

РАССЕЯНИЕ ЗВУКА ВИХРЕВОЙ СТРУКТУРОЙ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ВОЗДУШНЫМ ПОТОКОМ РЕШЕТКИ ЦИЛИНДРОВ

А.Б.Езерский, П.Р.Громов, П.Л.Соустов, В.В.Чернов

Институт прикладной физики РАН

Введение

Лабораторная акустическая диагностика, позволяющая контролировать все параметры течений, может быть полезна для моделирования акустического зондирования атмосферы. Однако для сравнения данных лабораторных экспериментов с данными натурных исследований по акустической диагностике атмосферы [1] необходимо изучить рассеяние на более сложных течениях. В ближней атмосфере турбулентность может, по-видимому, содержать и когерентные составляющие. Поэтому представляется важным исследовать возможности акустической диагностики для турбулентных течений, содержащих крупномасштабные организованные структуры.

В качестве такого течения для лабораторной акустической диагностики мы выбрали след за решеткой из круглых цилиндров. Визуализация подобного течения была выполнена в [2] для ламинарного и турбулентного течения. След образовывался за гребенкой из 20-ти вертикально расположенных цилиндров, помещенных в водяной поток с добавлением мыльной плёнки. Диаметр цилиндров составляет 0.12 см, а расстояние между соседними цилиндрами 0.3см. Было выяснено, что при ламинарном обтекании имеет место регулярный срыв вихрей и существование отдельной дорожки Кармана за каждым цилиндром. В случае же турбулентного режима течение становится беспорядочным и состоит из большого кол-ва вихрей, расположенных случайным образом. Таким образом, изменяя число цилиндров и скорость набегающего потока, можно реализовать различные типы течений: - от набора регулярных дорожек с большой степенью когерентности до неупорядоченного ансамбля взаимодействующих вихрей. Сравнение характеристик рассеянного звука для различных режимов позволит с помощью дистанционной акустической диагностики проследить переход от ламинарного режима к турбулентному в следе за решеткой цилиндров. Кроме того, возможность изучения рассеяния звука при различных параметрах течения (диаметров цилиндров и расстояния между ними, а так же скорости набегающего потока) позволит добиться лучшего понимания результатов натурных экспериментов по рассеянию звука атмосферной турбулентностью.

Эксперимент и результаты.

Эксперименты проводились в воздушном потоке в малотурбулентной (уровень турбулентных пульсаций скорости в набегающем потоке был менее 0.4%) аэродинамической трубе ИПФ РАН с размером рабочей части *30 x 30 x 120 см*. Изучалось рассеяние ультразвука с частотой $f_0 = 122.1$ кГц ($\lambda_0 = 2.7\,мм$) на вихревой дорожке за цилиндрами диаметром ($d = 2\,мм$), установленными эквидистантно в ряд через *L=8-50 мм* (данное расстояние варьировалось в зависимости от условий эксперимента) в открытой рабочей части трубы. Скорость набегающего потока изменялась так, чтобы исследовать рассеяние как для ламинарного $\mathrm{Re} = 80$, (где $\mathrm{Re} = U_0 d / \nu$, U_0 - скорость набегающего потока и ν - кинематическая вязкость воздуха), так и для и турбулентного Re=490 течения. Число цилиндров варьировалось от одного до десяти. В качестве источника звука использовался пьезокерамический излучатель, помещенный за экраном с квадратным отверстием со стороной $a = 2 см$. Излучатель был расположен на расстоянии *65 см* от центра дорожки таким образом, что бы было выполнено приближение зоны Фраунгофера ($D_\Phi \sim \Lambda^2 / \lambda_0 \sim 30\ см$, где Λ - размер излучателя). Периодическая вихревая дорожка возникала за цилиндрами вниз по потоку. Для измерения параметров ультразвука в эксперименте применялся высокочастотный микрофон типа 4135 B&K, сигнал с которого при помощи гетеродинирования переносился в диапазон 0-20 кГц. Микрофон располагался на расстоянии 1.6 м от вихревой дорожки и его положение менялось в диапазоне углов от 45 градусов до –45 градусов относительно направления на источник ультразвука. Измерения спектральных характеристик рассеянного сигнала выполнялись при помощи компьютера. В частности, были измерены диаграммы направленности рассеянного излучения при различных числах Рейнольдса (80 и 500) для различного числа цилиндров.

В эксперименте отмечается некоторая несимметрия в амплитудах и углах рассеяния в +1 и –1 гармоники вне зависимости от числа цилиндров. Как показали прямые измерения поля скорости в дорожке, выполненные при помощи термоанемометров, в нашем эксперименте мы имеем дело с дорожкой, которая несколько развернута ($< 3^\circ$) относительно направления потока. Поэтому угол между направлением падающего звука $\vec{k}_0$ и направлением движения вихрей отличен от $\pi/2$. Как показывает расчет, это должно приводить к асимметрии, обнаруженной в эксперименте. Каждая гармоника имеет характерную ширину диаграммы направленности, которая определяется тем, что рассеивающий объем имеет конечный размер, и характерную спектральную ширину, так как поле скорости в дорожке кроме когерентной составляющей имеет, вообще говоря, и турбулентную компоненту. В эксперименте с тремя цилиндрами расстояние *L* выбиралось максимально большим (*L=4.5 см*), так что бы свести к минимуму взаимодействие дорожек, образовавшихся за разными цилиндрами, между собой. В случае же 10-ти цилиндров расстояние между ними *L* выбиралось равным *1 см*. Из сравнения диаграмм направленности гармоник, а также общего вида спектров рассеянного сигнала, можно сделать несколько выводов. Как и следовало ожидать, увеличение числа цилиндров приводит к увеличению амплитуды рассеянного сигнала. Если сравнивать амплитуды сигнала рассеянного на одном и трёх цилиндрах, то это увеличение пропорционально $\sqrt{3}$. Это, очевидно, свидетельствует о том, что срыв вихрей с разных цилиндров происходит некогерентно и мы имеем сложение интенсивностей, а не амплитуд.

Однако если сравнивать амплитуды при рассеянии на 10-ти цилиндрах и на одном цилиндре, увеличение уже гораздо меньше, чем $\sqrt{10}$. Сравнение амплитуд рассеянных гармоник для числа *Re=80* приведено в таблице.

Кол-во цилиндров	+1-я гармоника в mV	-1-я гармоника в mV	Коренная зависимость $\sim\sqrt{n}$
1	$3.9\cdot10^{-2}$	$3.7\cdot10^{-2}$	—
3	$5.6\cdot10^{-2}$	$4.9\cdot10^{-2}$	$5.32\cdot10^{-2}$
10	$6.4\cdot10^{-2}$	$6.2\cdot10^{-2}$	$12\cdot10^{-2}$

Более медленное, чем $\sqrt{n}$ увеличение амплитуды гармоник связано с тем, что в экспериментах с десятью цилиндрами соседние дорожки начинают взаимодействовать друг с другом. Это приводит к уменьшению циркуляции вихрей в дорожках и как следствие, к уменьшению амплитуды рассеянного сигнала. Так, при расположении цилиндров на расстоянии *5d (1 см)* характерная циркуляция вихрей в дорожках Γ уменьшается примерно на 40 % из-за взаимодействия дорожек между собой.

Обратимся теперь к результатам аналогичных экспериментов, выполненных для Re=490 (турбулентное обтекание). Сравнивая экспериментальные данные, видим, что переход к турбулентному обтеканию приводит, во-первых, к увеличению амплитуды рассеяния для того же числа цилиндров (это увеличение просто $\sim\Gamma$), и во-вторых, к уширению диаграммы направленности каждой гармоники в силу увеличения турбулентной составляющей. Эффект, связанный с взаимодействием дорожек между собой и, как следствие, уменьшение циркуляции вихрей, сохраняется и для случая Re=490.

Заключение

Таким образом, дистанционная акустическая диагностика вихревой структуры, образующихся в воздушном потоке за решеткой цилиндров, разнесенных в направлении, перпендикулярном скорости потока, позволила обнаружить эффект взаимодействия вихрей, приводящий к тому, что в близкорасположенных дорожках Кармана происходит уменьшение циркуляции индивидуальных вихрей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 01-02-17428.

Литература

1. Рапопорт В.О., Митяков Н.А., Зиничев В.А., Белова Н.И., Сазонов Ю.А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1998, XLI, № 7, с. 241 – 248.
2. Maarten A. Rutgers, Xiao-Iun Wu and Walter I. Goldburg, // Phys. Fluids, September 1996, Vol. 8, No. 9.

ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЫ С ЭФФЕКТИВНЫМИ ГРАНИЦАМИ

В.К.Сидоров

Горный институт УрО РАН

Введение

Излагаемая модель является первым приближением трехмерной модели гетерогенной среды, которая в перспективе позволила бы рассчитывать скорость, коэффициент затухания и поле отраженных волн по гетерогенной структуре. Модель строилась и обосновывалась на геологических объектах. Геологическая среда уникальна по своим экспериментальным возможностям, поскольку позволяет проводить измерения в очень широком диапазоне частот: от единиц герц до единиц мегагерц. На практике мы имеем дело с тремя видами таких измерений и соответствующими им диапазонами частот. Лабораторные измерения на образцах горных пород проводятся в диапазоне от сотен килогерц до единиц мегагерц, размеры образца порядка нескольких сантиметров. Скважинные акустические измерения (акустический каротаж) проводятся в диапазоне от единиц до десятков килогерц, база зонда 1-5 м. Сейсмические исследования захватывают диапазон от единиц герц до первых килогерц, а толщины исследуемых сред варьирует от десятков до сотен и тысяч метров. Для каждого диапазона частот имеет место своя, если так можно выразиться, гетерогенность, и поэтому прямое сопоставление результатов измерений конкретных физических величин для разных частотных диапазонов является некорректным. Вместе с тем эксперимент обнаружил нечто общее для всего диапазона частот. Независимо от «масштаба структуры», характерен вполне определенный вид частотных зависимостей: в низкочастотной области коэффициент затухания зависит от частоты линейно, скорость от частоты не зависит [1,2]. В высокочастотной области коэффициент затухания возрастает нелинейно, причем та область, где начинается возрастание, зависит от «масштаба структуры» или размеров неоднородностей

С учетом этих трех феноменологических оснований – отсутствия дисперсии скорости, линейного возрастания коэффициента затухания в низкочастотной области и появлением нелинейности в высокочастотной – строилась одномерная модель гетерогенной среды.

Одномерная модель

Одномерный вариант модели ассоциируется со слоистой структурой, которая, с одной стороны, является одномерным приближением модели гетерогенной среды, а с другой – реальной геологической средой с известными сейсмоакустическими свойствами. При построении модели используется формализм распределений физических величин: для определенного участка сечения слоистой среды рассчитывается, с учетом толщины слоев и соответствующих им скоростей, распределение интервальных времен (величин, обратных скорости). По этому распределению вычисляются скорость и параметр затухания.

Скорость определяется как обратная величина интервального времени. Интервальное время в слоистой среде вычисляется по распределению интервальных времен как среднее:

$$\left\langle \mathrm{V}^{-1} \right\rangle = \frac{1}{\lambda} \sum_i V_i^{-1} \Delta l_i \,, \tag{1}$$

где $\langle V^{-1} \rangle$ - интервальное время в слоистой среде, λ – длина волны, V_i^{-1} – интервальное время в слое толщиной Δl_i , $\lambda = \sum \Delta l_i$.

Параметр затухания ***K*** (тангенс угла наклона линейной частотной зависимости коэффициента затухания) рассчитывается по тому же распределению интервальных времен:

$$K = \frac{1}{\lambda} \sum_i \left| \left\langle \mathrm{V}^{-1} \right\rangle - V_i^{-1} \right| \Delta l_i \,, \tag{2}$$

где $\langle V^{-1} \rangle$ вычисляется по (1).

Согласно (1) и (2) интервальное время и параметр затухания в слоистой среде при достаточной устойчивости распределений интервальных времен (при статистической выдержанности скоростной дифференциации) и достаточно больших длинах волн не зависят от длины волны, следовательно, и от частоты. Другими словами, отсутствие дисперсии скорости и линейность частотной зависимости коэффициента затухания вводятся в модель априори.

Эффективные границы - принципиально новый элемент модели, они вводятся следующим образом. Определяется декремент затухания δ (для случая линейной зависимости коэффициента затухания от частоты) через параметр затухания (2) и интервальное время (1):

$$\delta = \frac{K}{\left\langle \mathrm{V}^{-1} \right\rangle} = \frac{1}{\lambda \left\langle \mathrm{V}^{-1} \right\rangle} \sum_i \left| \left\langle \mathrm{V}^{-1} \right\rangle - V_i^{-1} \right| \Delta l_i \,. \tag{3}$$

Далее строится алгоритм определения отражающих границ. В основе он содержит процедуру вычисления декремента затухания в скользящем окне вдоль сечения через слоистую среду. Задаваясь частотой, в интервале, привязанном к скользящей точке, набирается такое количество слоев, чтобы суммарное время распространения через них равнялось периоду (обратной величине частоты). Для этой системы слоев строится распределение интервальных времен, по которому, согласно (1), (2) и (3) рассчитывается декремент затухания. В результате для каждой определенной частоты вдоль сечения через слоистую среду рассчитываются две кривые: кривая собственно декремента затухания и разностная кривая. Первая определяет декремент затухания в окне, привязанном своей серединой к точке скольжения. Разностная кривая определяет разность декрементов затухания, рассчитанных выше и ниже точки скольжения, и может содержать как положительные, так и отрицательные значения. Сопоставление этих двух кривых дает информацию о положении и коэффициентах отражения границ в данной слоистой среде. Границы находятся в тех точках сечения, где имеет место пересечение разностной кривой с уровнем нулевых значений, а их коэффициенты отражения равны значениям самых близких локальных максимумов на кривой декремента затухания.

Если мы применим алгоритм к двуслойной среде, слои которой имеют толщину, превышающую длину волны, то во всем диапазоне частот максимумы вычисленных кривых вблизи границы будут иметь одно и то же значение:

$$\delta_{\max} = \frac{|V_1 - V_2|}{V_1 + V_2},$$

которое соответствует коэффициенту отражения от границы двух сред с одинаковой плотностью и скоростями V_1 и V_2. Следовательно, алгорйтм не противоречит известным физическим представлениям.

Применение алгоритма к средам с неоднородной слоистостью, каковыми являются геологические разрезы, выявило два эффекта: исчезновение границы на частотах ниже некоторой граничной частоты и увеличение количества границ с возрастанием частоты. Если увеличение количества границ - поскольку оно приводит к увеличению затухания на высоких частотах - лишь подтверждает адекватность модели реальным средам (о чем говорилось во введении), то эффект исчезновения границ на определенных частотах свидетельствует о появлении принципиально нового объекта, который мы определили как «эффективные границы». На рис.1 приведен пример амплитудно-частотного спектра сейсмической «эффективной границы», представляющий собой произведение амплитудных спектров коэффициента отражения и функции затухания слоистой толщи. Первый из них имеет граничную частоту, ниже которой его значения равны нулю, а второй в самом общем случае представляет экспоненту, показатель которой равен произведению параметра затухания (2), мощности толщи и частоты (переменной).

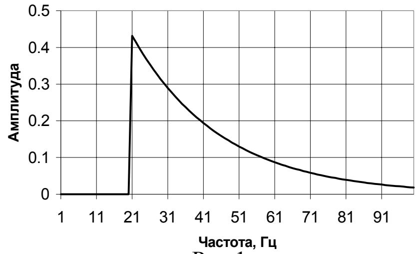


Рис.1

В рамках изложенной модели все отраженные волны в гетерогенных средах формируются на «эффективных границах», амплитудно-частотные спектры которых в первом приближении определяются только двумя, но индивидуальными для каждой границы, параметрами – граничной частотой и показателем экспоненты. Именно эта их особенность создает предпосылки для создания принципиально новых фильтрующих алгоритмов, которые могут найти применение в сейсморазведке, акустическом каротаже, дефектоскопии, медицине (УЗИ) и других областях, использующих отраженные волны.

Литература

1. Кнопов Л. Затухание упругих волн в Земле//Физическая акустика, т. 3Б /Под ред. У. Мэзона. - М: Мир, 1968, с.344 .
2. Справочник физических констант горных пород /Под ред. Кларка мл. - М: Мир, 1969, с.165.

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ С КУБИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ

И.С.Павлов

Нижегородский филиал Института машиноведения РАН

Введение

Способность акустических волн проникать в толщу сред, непрозрачных для оптических и электромагнитных волн, делает их весьма ценными при тестировании материалов. Использование упругих волн ультразвукового и гиперзвукового диапазонов позволяет с высокой точностью выявлять мелкие дефекты и неоднородности в среде [1]. Методы акустической диагностики материалов опираются на построение физических и математических моделей сред, на исследования законов распространения и взаимодействия акустических волн и на установление взаимосвязи между параметрами структуры материала и характеристиками упругих волн.

Математическая модель слоистой среды

В слоистых кристаллах взаимодействие частиц одного слоя (базисной плоскости) намного сильнее (на 1-2 порядка), чем взаимодействие между частицами, лежащими в разных плоскостях. Примерами таких сред могут служить, в частности, кристаллы графита и поваренной соли. Если пренебречь взаимодействиями между соседними слоями, то можно рассматривать колебания двумерной решетки, состоящей из частиц, лежащих в базисной плоскости.

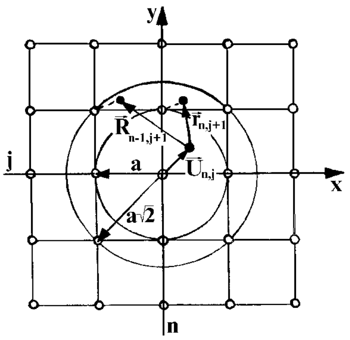


Рис. 1.

Рассматривается двумерная квадратная решетка, состоящая из точечных частиц массы m (рис.1). При движении в плоскости каждая частица имеет 2 степени свободы. Смещение произвольно выбранной частицы с номером $N=(n,j)$ из положения равновесия характеризуется вектором $\mathbf{U}(N)=(u_{n,j},v_{n,j})$ [2,3].

Считается, что частица N взаимодействует лишь с 8 ближайшими соседями по решетке, 4 из которых лежат на горизонтальной и вертикальной прямых, а другие

4 - на диагоналях (рис.1). Первые расположены на окружности радиуса a (1-ая координационная сфера), а остальные 4 - на окружности радиуса $a\sqrt{2}$ (2-ая координационная сфера). На каждую частицу со стороны соседней действует упругая сила, моделируемая с помощью пружинок, соединяющих частицы [3]. Будем считать, что "горизонтальные" и "вертикальные" пружины, соединяющие частицу N с частицами 1-ой сферы имеют начальное растяжение δ_1, а начальное растяжение "диагональных" пружин равно δ_2. Введенные таким образом предварительные деформации пружин учитывают внутренние напряжения в среде. k_p и k'_p $(p = 1{,}2)$ - соответственно линейные и нелинейные константы упругости пружин p-ой сферы.

При сделанных предположениях в квазиконтинуальном приближении нелинейная динамика двумерной анизотропной среды описывается следующими уравнениями [3]:

$$
\begin{aligned}
&u_{tt} - c_1^2 u_{xx} - c_2^2 u_{yy} - s^2 v_{xy} + \frac{a^2}{4}\left(c_1^2 u_{xxxx} + c_2^2 u_{yyyy} + s^2 v_{xxyy}\right) = \\
&= \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha_1 u_x^2 + \alpha_2 v_x^2 + \alpha_3 u_y^2 + \alpha_4 (v_y^2 + 2u_x v_y) + \alpha_5 u_y v_x\right) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial y}\left(2\alpha_2 u_y v_y + 2\alpha_3 u_x u_y + \alpha_5 (u_x + v_y) v_x\right),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
&v_{tt} - c_2^2 v_{xx} - c_1^2 v_{yy} - s^2 u_{xy} + \frac{a^2}{4}\left(c_2^2 v_{xxxx} + c_1^2 v_{yyyy} + s^2 u_{xxyy}\right) = \\
&= \frac{\partial}{\partial x}\left(2\alpha_2 u_x v_x + 2\alpha_3 v_x v_y + \alpha_5 (u_x + v_y) u_y\right) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\alpha_1 v_y^2 + \alpha_2 u_y^2 + \alpha_3 v_x^2 + \alpha_4 (u_x^2 + 2u_x v_y) + \alpha_5 u_y v_x\right).
\end{aligned}
$$

Здесь c_1 и c_2 - скорости соответственно продольных и поперечных волн, s - константа линейной связи между продольными и сдвиговыми волнами, а α_j (j=1÷5) - коэффициенты нелинейной связи между ними.

Зависимость акустических характеристик от параметров микромодели

В линейном приближении ($k'_1 = k'_2 = 0$) скорости волн следующим образом зависят от параметров микромодели (рис. 2, $k_{21}=k_2/k_1$):

$$
c_1^2 = \left(2k_1 + k_2 + \delta'_2\, k_2\right)/\,\rho a^2, \qquad c_2^2 = \left(k_2 + 2\delta'_1\, k_1 + \delta'_2\, k_2\right)/\,\rho a^2,
$$

$$
s^2 = 2k_2(1 - \delta'_2)\,/\,\rho a^2, \tag{2}
$$

где $\delta'_1 = \delta_1 / a$ и $\delta'_2 = \delta_2 / a\sqrt{2}$ - относительные удлинения пружин, характеризующие начальные внутренние напряжения в среде, $\rho = m / a^2$ - поверхностная плотность среды.

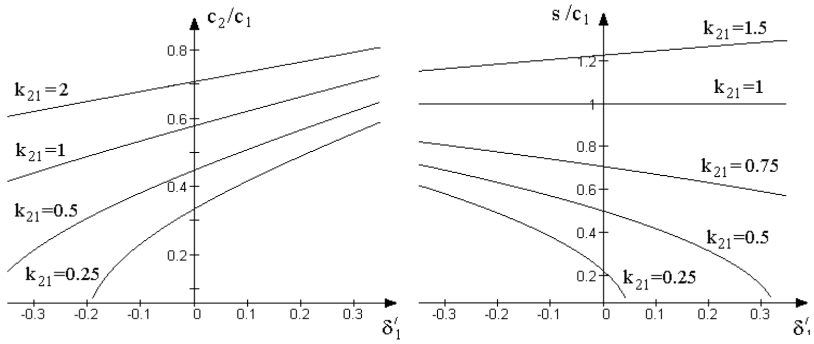


Рис. 2.

Более детальный анализ зависимостей акустических характеристик среды от параметров микромодели показывает, что для моделирования изотропной среды с внутренними напряжениями необходимо взять константы k_1 и k_2 мало отличающимися друг от друга. Простейшей же моделью изотропной среды является модель с нулевыми внутренними напряжениями и одинаковыми константами упругого взаимодействия: $\delta'_1 = \delta'_2 = 0$ и $k_1 = k_2$. Учет начальных растяжений пружин (т.е. учет внутренних напряжений в материале) позволяет добиться более точного соответствия между свойствами модели и реального материала [3]. В частности, коэффициент Пуассона в предложенной модели может отличаться от 0,25, что невозможно в двумерных решетках без учета начальных растяжений пружин [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия отечественной науке и РФФИ (гранты № 00-02-16582 и 01-01-00386).

Литература

1. Беляева И.Ю., Зайцев В.Ю., Островский Л.А. // Акустический журнал, 1993, т.39, № 1, с.25-32.
2. Косевич А.М. Теория кристаллической решетки (физическая механика кристаллов).- Харьков, Вища школа, 1988.
3. Potapov A.I., Pavlov I.S., Gorshkov K.A., Maugin G.A. // Wave Motion, 2001, v.34, N 1, pp. 83-95.
4. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.7, Физика сплошных сред, М.: Мир, 1977.

ЛЕВИТАЦИЯ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

П.Е. Токмаков, И.Н. Диденкулов[1)]

Нижегородский госуниверситет, [1)]Институт прикладной физики РАН

Введение

В последние годы расширяется круг исследований процессов, происходящих с газовыми пузырьками в акустических полях [1]. Целью наших экспериментов было изучение поведения газовых пузырьков в сильных акустических полях, создаваемых в резонаторах различной формы: цилиндрическом и сферическом. Представляет интерес изучение сходства и различий в поведении пузырьков в различных резонаторах, а также возможность их описания с помощью несложных теоретических расчетов.

Описание экспериментальной установки

Для наблюдения поведения газовых пузырьков в акустическом поле использовались установки, показанные на рисунках 1,2. Наибольшая амплитуда достигается при возбуждении акустических колебаний на резонансных частотах.

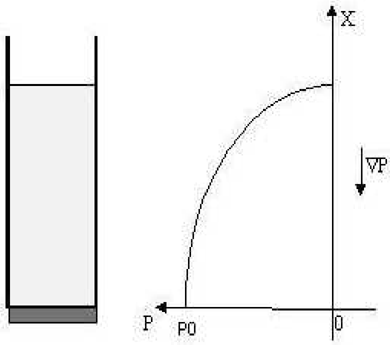


Рис. 1. Цилиндрическй резонатор.

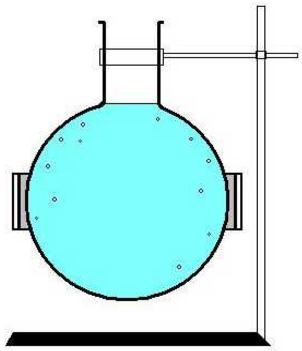


Рис. 2. Сферический резонатор.

Цилиндрическая установка представляет собой стеклянный цилиндр, закрепленный на вибростенде. Решение волнового уравнения для цилиндрического сосуда со свободной поверхностью даёт следующее условие резонанса: на длине сосуда должно укладываться $N \times \lambda/4$ длин волн (N=1, 2, 3…). Распределение давления в резонаторе на первой моде показано на рисунке 1.

Сферический резонатор представляет собой закрепленную в штативе сферическую стеклянную колбу. Возбуждение резонатора производилось с помощью приклеенных к колбе пьезокерамических элементов. Условия резонанса для сферического резонатора находится из решения уравнения Гельмгольца ($\nabla^2\Phi + k^2\Phi = 0$) в сферической системе координат (r, θ, φ) методом разделения переменных. Поэтому

$\Phi = u(\varphi)v(\cos\theta)w(r)$. Будем считать, что зависимости по азимутальному углу φ нет. Уравнение Гельмгольца допускает частные решения вида:

$$\Phi_{kj}(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{r}} Z_{j+1/2}(kr) Y_j(\theta,\varphi) \quad (j = 1, 2, \ldots)$$

$$\Phi_{k0}(r,\theta,\varphi) = \frac{e^{\pm ikr}}{r} \quad (j = 0 - \textit{центральная симметрия}),$$

где $Y_j(\theta,\varphi)$ – сферическая поверхностная гармоника.

Граничные условия для условий эксперимента можно приближенно записать как $p(r=a)=0$, где а – радиус колбы, считая, что на всей сферической поверхности жидкости реализуются условия свободной границы.

Выражение для давления в нашем случае будет иметь вид: $p \sim A\, j_j(kr)$, где $j_j(kr)$ – сферическая функция Бесселя, а A – некоторая константа. Из граничного условия находим резонансные частоты сферической колбы.

Мы рассматриваем лишь радиальную компоненту поля (j=0). При этих условиях функция Бесселя имеет следующий вид [2]:

$$j_0(z) = \frac{1}{z}\sin(z).$$

Значения первых трех резонансных частот приведены в таблице.

Таблица. Резонансные частоты колбы

	***l*=1**	***l*=2**	***l*=3**
***j*=0**	11515 Hz	23030 Hz	34546 Hz

Здесь ***l*** – номер корня.

Наблюдаемые эффекты и закономерности поведения газовых пузырьков в акустическом поле

Поведение пузырька сильно зависит от его размера. Маленькие пузырьки всплывали на поверхность жидкости, не удерживаясь акустическим полем. Более крупные пузырьки, всплывая с некоторой глубины, начинали удерживаться акустическим полем в толще воды и причудливым образом двигаться в определенном сечении цилиндра.

Движение таких пузырьков хаотическое, они очень быстро, скачками, меняли свое положение, но четко прослеживалось то, что пузырек не выходит за определенную область пространства. Можно было наблюдать, что пузырек окружают многочисленные пузырьки меньших размеров, то отрываясь от большого пузырька, то вновь прилипая к нему. В этих условиях пузырек, вероятно, постоянно обменивается газом, содержащимся внутри него, с окружающей его жидкостью, то есть он представляет собой "дышащую" сферу.

Маленькие пузырьки, соединяясь, образовывают пузырьки больших размеров, которые, в свою очередь, могут снова соединяться, либо разваливаться на более мелкие. Поверхность пузырька словно "бурлит", покрываясь пеленой более мелких собратьев. На поверхности пузырька наблюдались всплески и провалы - это проявление капиллярных волн на сфере, разделяющей газ и жидкость.

Если левитирующий пузырек находился в определенном слое жидкости, то при увеличении частоты генератора он сразу всплывает на поверхность. Такое же поведение имеет место при уменьшении амплитуды звукового поля: пузырек перестает удерживаться силой радиационного давления и всплывает под действием силы Архимеда.

Аналогичный эксперимент был проведён со сферической колбой. При достаточно большой амплитуде акустического поля в жидкости наблюдалось образование пузырьков различных размеров. Как и в случае цилиндрического сосуда, пузырьки удерживались звуковым полем около некоторых положений, совершая хаотические колебания. Причём пузырьки разных размеров удерживались на разных горизонтах в жидкости. Все пузырьки зависали не в самой толще жидкости, а у стенок колбы. Поведение газовых полостей в воде при различных частотах внешнего акустического поля похоже на поведение в цилиндрическом сосуде.

Силы, действующие на пузырек в сильном акустическом поле

Рассмотрим условия левитации пузырька в цилиндрическом вертикальном сосуде. Ось x направим вертикально вверх. Давление в этом случае можно записать в виде:

$$p = p_0 e^{i\omega t}\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) = 2 p_0 e^{i\omega t} \cos kx \,,$$

где p_0 – амплитуда давления, $k=\omega/c$ –волновое число, c – скорость звука в жидкости. Условием левитации (зависания пузырька в определенном слое жидкости) является, в простейшем случае, условие равенства силы Архимеда силе радиационного давления, которая имеет вид:

$$\vec{F} = \frac{\pi R_0^3}{3\gamma P_0 (1 - \omega^2/\omega_0^2 - i\delta)} \cdot \nabla |p|^2$$

где $\delta = 1/Q = \varepsilon/\omega_0$ – декремент затухания, а Q – добротность. Окончательно получаем выражение для координаты зависания пузырька в зависимости от его резонансной частоты ω_0:

$$x = \frac{1}{2k} \arcsin\left[\frac{\rho g \gamma}{p_0 k}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)\right].$$

Наблюдаемые в эксперименте особенности левитации пузырьков разных размеров согласуются с приведенной формулой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (01-02-17653, 00-1596619).

Литература

1. Клей К., Медвин Г. Акустическая океанография. М., Мир, 1984.
2. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М., 1960.

КОЛЕБАНИЯ УПРУГИХ СПИРАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Е.В. Шишкина

Институт проблем машиноведения РАН

Введение

Рассматривается задача о распространении линейных волн в бесконечном спиральном стержне, а также задача о собственных “продольных” и “крутильных” колебаниях винтовой цилиндрической пружины. Построены и проанализированы дисперсионные зависимости и их аппроксимации. Приведены значения первых частот собственных колебаний пружины со свободными концами, вычисленные на основе представления о пружине как пространственном спиральном стержне и на основе соответствующих эквивалентных моделей [1, 3].

Исследование волновых процессов

В связанном базисе (базисе Френе) $\{\mathbf{e}_k(s)\}$, $k=\overline{1,3}$:

$\mathbf{Q}=Q_k\mathbf{e}_k$, $\mathbf{M}=M_k\mathbf{e}_k$, $\mathbf{u}=u_k\mathbf{e}_k$, **ê** $=\theta_k\mathbf{e}_k$, $\mathbf{I}=I_{kk}\mathbf{e}_k\mathbf{e}_k$, $\mathbf{a}=a_{kk}\mathbf{e}_k\mathbf{e}_k$, $\mathbf{b}=b_{33}\mathbf{e}_3\mathbf{e}_3$,

где $\mathbf{Q}$ — вектор внутренних сил, $\mathbf{M}$ — вектор внутренних моментов, $\mathbf{u}$ — перемещение сечения, **ê** — вектор малого поворота сечения, $\mathbf{I}$ — линейный тензор инерции, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ — тензоры жесткости.
Поведение стержня может быть описано системой уравнений Кирхгофа-Клебша [2], записанной с учетом его геометрии.

$$
\begin{aligned}
&u_1' = -r_1u_2 - r_2u_3 - \theta_2, && u_2' = r_1u_1 + \theta_1,\\
&u_3' = r_2u_1 + (1/b_{33})Q_3, && \theta_1' = -r_1\theta_2 - r_2\theta_3 + (1/a_{11})M_1,\\
&\theta_2' = r_1\theta_1 + (1/a_{22})M_2, && \theta_3' = r_2\theta_1 + (1/a_{33})M_3,\\
&Q_1' = -r_1Q_2 - r_2Q_3 + \rho\ddot{u}_1, && Q_2' = r_1Q_1 + \rho\ddot{u}_2,\\
&Q_3' = r_2Q_1 + \rho\ddot{u}_3, && M_1' = -r_1M_2 - r_2M_3 - Q_2 + I_{11}\ddot{\theta}_1,\\
&M_2' = r_1M_1 + Q_1 + I_{22}\ddot{\theta}_2, && M_3' = r_2M_1 + I_{33}\ddot{\theta}_3.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь $r_1=\sin\alpha_0/R_0$, $r_2=\cos\alpha_0/R_0$, R_0 — радиус витка стержня, а α_0 — угол наклона витков стержня в недеформированном состоянии; ρ — линейная плотность материала.

Рассмотрим стержень с малым углом наклона витков, которым в первом приближении можно пренебречь. При этом система уравнений (1) распадается на две независимые группы уравнений, одна из которых соответствует случаю, когда стержень в целом совершает продольные колебания, а вторая — крутильные. Дисперсионные зависимости частоты λ от волнового числа p представлены на рис.1:

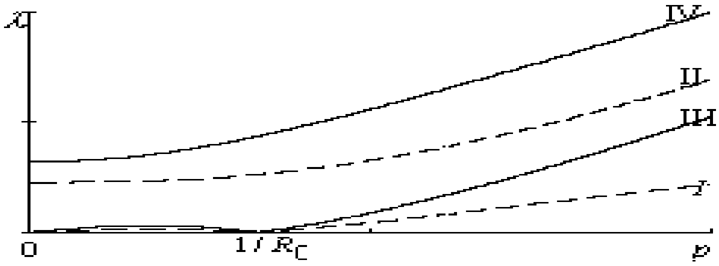


Рис. 1

Кривая I соответствует случаю, когда главной причиной, вызывающей продольные в обобщенном смысле колебания стержня, является его скручивание. Кривая имеет асимптоту $\lambda = p\sqrt{G/\rho_V}$ (ρ_V — объемная плотность материала), а в окрестности нуля она может быть аппроксимирована прямой, совпадающей с дисперсионной характеристикой инженерной эквивалентной модели (т.н. эквивалентный брус) [1]. По мере возрастания частоты, к скручиванию стержня добавляется также изгиб витков. Этой ситуации соответствует ветвь II. Кривая III показывает, что когда стержень в целом совершает колебания, которые можно назвать крутильными, основной причиной, их вызывающей, является изгиб витков стержня в своей плоскости. В окрестности нуля данная дисперсионная ветвь может быть аппроксимирована прямой, совпадающей с дисперсионной характеристикой эквивалентной модели для крутильных колебаний [3]. Когда частоты достаточно высоки, кроме изгиба витков существенной оказывается также растяжимость осевой линии стержня. Этой ситуации соответствует высокочастотная ветвь IV. Дисперсионные ветви II, III и IV имеют общую асимптоту $\lambda = p\sqrt{E/\rho_V}$.

Дисперсионные зависимости для случая, когда угол наклона витков не является пренебрежимо малым, представлены на рис.2

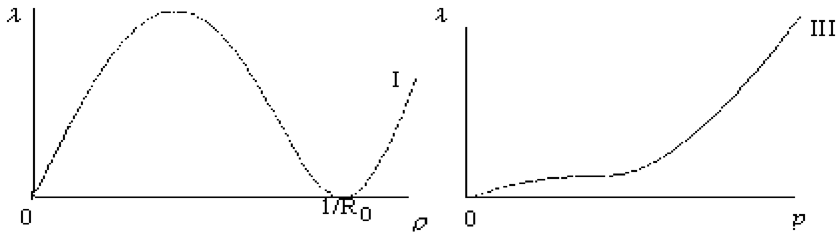


Рис. 2

Дисперсионная ветвь III “приподнимается” над осью абсцисс (см. рис. 2). При этом она по-прежнему имеет асимптоту $\lambda = p\sqrt{E/\rho_V}$. Однако, в окрестности нуля кривая не может быть аппроксимирована дисперсионной характеристикой эквивалентной модели. Этот результат становится понятен, если вспомнить, что при построении упомянутой выше эквивалентной модели пружина рассматривается как "набор плоских колец". Пренебрегая углом α_0, мы, фактически, получили, что стержень представляет собой плотно свитую линию, каждый виток которой —незамкнутое кольцо. Поэтому данная аппроксимация имела место. При учете же величин следующих порядков малости, витки уже не являются разомкнутыми кольцами, и классическая одномерная модель не может давать точной аппроксимации данной кривой. Кроме того, при учете наклона витков колебания оказываются перевязанными и не разделяются, строго говоря, на "продольные" и "крутильные". Тем не менее, при достаточно малых α_0, одномерная модель может быть использована для оценки низких частот собственных колебаний. По тем же причинам, что и в случае ветви III, кривая I в окрестности нуля не может быть аппроксимирована прямой, соответствующей дисперсионной характеристике эквивалентного бруса. Однако она также сохраняет свою асимптоту. Высокочастотные ветви II и IV при учете угла подъема витков качественно не меняются.

Собственные колебания

Наиболее часто используемые на практике эквивалентные модели, описывающие собственные колебания пружин, не всегда позволяют оценить частоты с достаточной степенью точности. В таких случаях целесообразным представляется использование описанного выше пространственного моделирования пружины спиральным стержнем. Рассмотрим стальную пружину радиусом 30 мм, диаметром сечения 0,4 мм, состоящую из 6 витков. Торцы пружины свободны. В табл. 1 приведены значения трех первых частот собственных "продольных" $\lambda_{пр}$ и "крутильных" $\lambda_{кр}$ колебаний, вычисленные на основе уравнений Кирхгофа-Клебша, и значения этих же частот, вычисленные при помощи эквивалентных моделей ($\mu_{пр}$ и $\mu_{кр}$).

Табл. 1

№	$\lambda_{пр}$, рад/с	$\lambda_{кр}$, рад/с	$\mu_{пр}$, рад/с	$\mu_{кр}$, рад/с
1	411	463	414	497
2	598	902	828	993
3	614	1200	1242	1490

Видно, что уже при оценке вторых собственных частот расхождение значительное.

Литература

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. - М.: Высш. шк., 1980, 408 с.
2. Елисеев В.В. Механика упругих стержней. - СПб: Изд-во СПбГТУ, 1994, 84 с.
3. Davies R.M. The vibrations of helical springs // Engineering, 1939, V. 148, N3837, 28/VII, p.113-115; N3839, 11/VIII, p.174-175.

НЕЛИНЕЙНОЕ РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ НА СИСТЕМЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ СЛОЕВ

Д.П. Алексеев, И.Н. Диденкулов[1)]

Нижегородский госуниверситет, [1)]Институт прикладной физики РАН

Введение

В традиционных подходах к решению задач акустической диагностики широко используются методы, основанные на рассеянии акустических волн на неоднородностях среды. Эти методы применяются в океанографии [1], гидролокации [2], сейсмологии [3], дефектоскопии [4], медицине. Нелинейные акустические методы диагностики развиты в гораздо меньшей степени. Однако потребность в них существенно выросла в последние годы в связи с тем, что нелинейные акустические параметры различных материалов, как оказалось, могут характеризовать степень неидеальности их структуры (наличие микрозернистости), или повреждений (наличие трещин) [5]. В современной технике широкое распространение получают многослойные конструкции. С этой точки зрения представляет интерес исследование нелинейного рассеяния звука на периодических структурах. В настоящей работе рассматривается задача о комбинационном рассеянии плоских волн на системе периодических нелинейных слоев.

Комбинационное рассеяние волн на системе нелинейных слоев

Рассмотрим систему из N нелинейных слоев с параметрами $\rho_0\, c_0$, находящихся в среде с такими же параметрами. На эту систему падают две плоские волны с близкими частотами ω_1 и ω_2 (см. рис. 1.):

$$\widehat{A}_{\omega_1} = A_{\omega_1} e^{i(\omega_1 t - k_1 x)} \quad , \qquad \widehat{A}_{\omega_2} = A_{\omega_2} e^{i(\omega_2 t - k_2 x)}$$

на каждом слое из-за нелинейности происходит взаимодействие этих волн с генерацией частот $\Omega = \omega_1 - \omega_2$.

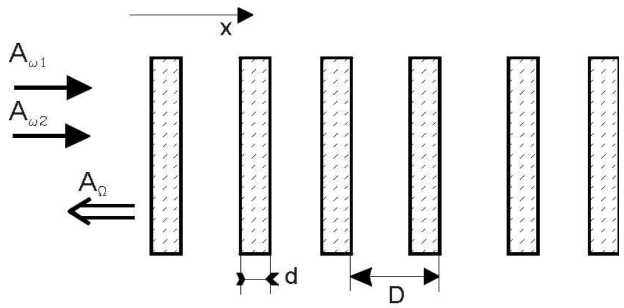


Рис. 1.

Будем искать характеристики поля волны разностной частоты рассеянной в обратном направлении. При этом будем исходить из следующих предположений: 1) каждый слой очень тонкий: $d<<\lambda_1\lambda_2\lambda_\Omega$, 2) на каждом слое падающие волны теряют определенную часть энергии, (обозначим δ - коэффициент прохождения акустической волны через слой), 3) генерация волн разностной частоты происходит согласно условию $A_\Omega=QA^*A$, где Q- коэффициент нелинейного преобразования. Также учтем, что частоты ω_1 и ω_2 близки, и поэтому они имеют одинаковый коэффициент ослабления при прохождении через слой, а коэффициент ослабления волны разностной частоты значительно меньше и его можно не учитывать.

Рассмотрим сначала случай нормального падения первичных волн на среду. Пусть на среду падают волны

$$\widehat{A}_{\omega_1} = A_{\omega_1} e^{i(\omega_1 t - k_1 x)},\ \widehat{A}_{\omega_2} = A_{\omega_2} e^{i(\omega_2 t - k_2 x)}.$$

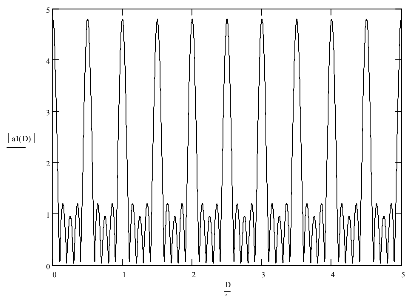
На каждом слое будут генерироваться волны разностной частоты. Волна от N-го слоя имеет вид:

$$\widehat{A}_\Omega^{(N)} = \frac{1}{2} Q A^*_{\omega_1} A_{\omega_2} e^{i[(\omega_2-\omega_1)t-(k_2-k_1)x]-iD(N-1)[k-k_1-k_2]}\delta^{2(N-1)}$$

Суммируя поля, рассеянные от каждого слоя, получим:

$$\widehat{A}_\Omega^{(N)} = \widehat{B}\delta^{2(N-1)} e^{i2(N-1)kD},$$

где B - комплексная амплитуда поля разностной частоты. Нетрудно найти условие максимума рассеяния назад. Из условия $e^{iD[k_2-k_1-k_1+k_2]} = e^{iD2[k_2-k_1]} = e^{iD2k}$ имеем $2kD=2\pi$, откуда $D=\lambda/2$. Это условие совпадает с классическим условием Бреговского рассеяния, но в данном случае оно относится к волне разностной частот, генерируемой за счет нелинейности слоев. На рис. 2 и 3 показаны зависимости амплитуды обратно рассеянной волны от соотношения D/λ и от количества слоев для значений коэффициента прохождения 0.98 и 0.99.



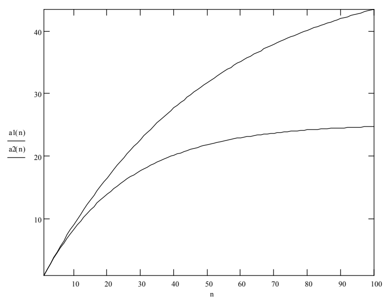


Рис.2. Рис. 3.

Рассмотрим теперь случай наклонного падения волн (рис.4). В этом случае изменится расстояние между слоями. Считаем, как и прежде, толщину слоев тонкими. Можно ввести эффективное расстояние между слоями: $D_1=D/cos\alpha$. Выполняя аналогичные преобразования, как и в случае нормального падения первичных волн, можно получить то же самое выражение для амплитуды рассеянного поля. Отличие состоит лишь в другом выражении для B; кроме того, D заменено на D_1.

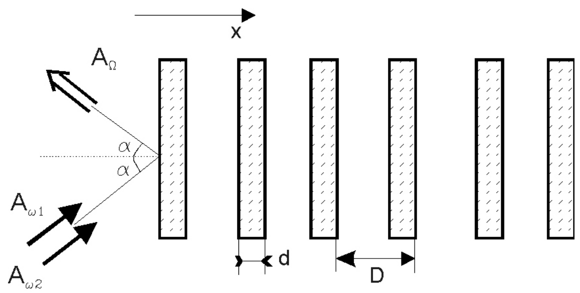


Рис. 4.

Следовательно, резонансные свойства комбинационного рассеяния сохраняются и для наклонного падения волн на слои. В этом случае условие Брегговского резонанса выглядит следующим образом: $D_1 = D/cos\alpha = \lambda/2$.

Заключение

Таким образом, при нелинейном рассеянии волн на периодической решетке возможно резонансное усиление волны разностной частоты, распространяющей в обратном направлении, при выполнении Брегговского условия. Это свойство резонансного комбинационного рассеяния может быть использовано в задачах диагностики многослойных конструкций с акустически нелинейными элементами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (01-02-16938, 00-15-96741).

Литература

1. Клей К., Медвин Г. Акустическая океанография. - М.: Мир, 1980. 528с.
2. Урик Р.Дж. Основы гидроакустики. - Л.: Судостроение, 1978. 446с.
3. Николаев А.В. Проблемы нелинейной сейсмики. // Проблемы нелинейной сейсмики. - М.:Наука, 1987. с.5.
4. Ермолов И.Н. Теория и практика ультразвукового контроля. М.: Машиностроение, 1981. 240 с.
5. Сутин А.М. Назаров В.Е. //Изв. Вузов. Радиофизика, 1995, т.38. №3-4, с.169.