

Труды XXI научной конференции по радиофизике

**СЕКЦИЯ
«ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ»**

Председатель – В.В. Матросов, секретарь – К.Н. Алешин.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ И ПСЕВДОПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ХАОТИЧЕСКОЙ ЛАБИРИНТНОЙ МОДУЛЯЦИИ

Л.В. Савкин

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

В работе исследуются методы передачи информации, в которых в качестве носителя [1] полезного (информационного) сигнала выступает «лабиринтный» хаос Томаса [2]. Сами методы, ввиду специфики геометрии фазового портрета «лабиринтного» хаоса, ранее [3] было предложено объединить под общим названием методов *хаотической лабиринтной модуляции* (манипуляции) (ХЛМ).

Систему (осциллятор) Томаса третьего порядка в общем случае можно представить в форме системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 \sin(x_2) - b_1 x_1, \\ \dot{x}_2 = a_2 \sin(x_3) - b_2 x_2, \\ \dot{x}_3 = a_3 \sin(x_1) - b_3 x_3, \end{cases} \quad (1)$$

где a_1, a_2, a_3 – параметры системы Томаса, отвечающие за симметрию фазового портрета; b_1, b_2, b_3 – параметры диссипации системы.

Пусть рассматривается простейший случай симметричного управления системой Томаса n -го порядка, т.е. когда $a_1 = a_2 = a_3 = a$, и $b_1 = b_2 = b_3 = b$. Тогда запишем систему (1) в более общей форме

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, a, b), \quad (2)$$

где $\dot{\mathbf{x}} = (\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n)$ – производная вектор-функция осциллятора Томаса n -го порядка, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – векторная функция независимой переменной t ; $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ – вектор гармонических функций $\sin(x)$; a, b – параметры осциллятора Томаса. Динамика системы (2), соответствующая наличию «лабиринтного» хаоса Томаса, существует, к примеру, при значениях параметров системы $a = 7$ и $b = 0.03$.

Пусть также передаваемый информационный сигнал представляет собой непрерывную функцию от времени, которую обозначим как $I = I(t)$. Исходя из сделанных допущений, сформулируем определения параметрической и псевдопараметрической ХЛМ.

Определение 1. Под *параметрическими* методами ХЛМ будем понимать такие способы ввода информационного сигнала $I(t)$ в хаотический (например, $x_1(t)$), в которых один или несколько параметров системы ОДУ (2) будут полностью определяться законом (функцией) информационного сигнала $I(t)$. При этом те параметры, которые не зависят от закона информационного сигнала, должны оставаться постоянными.

В зависимости от того, сколько параметров осциллятора Томаса меняются по закону модулирующего (информационного) сигнала, можно также выделять *однопараметрические* и *многопараметрические* методы ХЛМ.

Например, в случае однопараметрической (по параметру a) ХЛМ, систему (2) можно уточнить следующим образом:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, a = I(t), b), \quad (3)$$

где $b = \text{const}$.

На основе предложенного определения параметрических методов ХЛМ далее предлагается определение псевдопараметрических методов ХЛМ.

Определение 2. Под *псевдопараметрическими* методами ХЛМ будем понимать такие способы ввода информационного сигнала $I(t)$ в хаотический, в которых хотя бы один из параметров системы (2) пусть и будет независим от закона информационного сигнала $I(t)$, но будет зависеть от некоторой функции $W(t)$. При этом остальные параметры системы ОДУ, описывающей осциллятор Томаса, должны оставаться постоянными, т.е.

$$\dot{x} = f(x, a = W(t), b), \quad (4)$$

где $b = \text{const}$, $W(t) \neq I(t)$.

В докладе представлены результаты численного моделирования систем передачи информации на основе параметрических и псевдопараметрических методов ХЛМ. На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

- 1) В работе показано, что «лабиринтный» хаос Томаса может быть использован в качестве носителя информации.
- 2) Для обеспечения минимального времени полной синхронизации ведущей и ведомой систем Томаса необходимо использовать симметричное управление параметрами осциллятора Томаса. Данное утверждение справедливо как по отношению к параметрическим методам ХЛМ, так и псевдопараметрическим.
- 3) Показано также, что практическая реализация эффективных систем передачи информации на основе параметрических и псевдопараметрических методов ХЛМ требует использования прецизионных [1, 4, 5] генераторов «лабиринтного» хаоса Томаса. Последние, в частности, предлагается реализовать на базе ПЛИС класса FPGA.

- [1] Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамические хаос: новые носители информации для систем связи. – М.: Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2002. 252 с.
- [2] Sprott J.C., Chlouverakis K.S. // International Journal of Bifurcation and Chaos, Appl. Sci. Eng., Vol. 17, No. 6. 2007. P. 2097.
- [3] Савкин Л.В. // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2016. Т. 16, № 5. С. 280.
- [4] Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А., Панас А.И. Генерация хаоса. – М.: Изд-во ТЕХНОСФЕРА, 2012. 424 с.
- [5] Savkin L.V. // Dynamics, Bifurcation, and Chaos 2016 (DBC III). International Conference-School of Lobachevsky University. July 18 – 22, 2016. Book of abstracts. Nizhny Novgorod, 2016. P. 36.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ПОПУЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ С АКТИВНОЙ ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ

Д. А. Адамчик, В. Б. Казанцев

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Особый класс моделей в нейродинамике составляют т. н. популяционные модели, описывающие динамику нейронных сетей на макроскопическом уровне. В простейшем случае, когда сеть состоит из нейронов одного вида, для описания ее эволюции достаточно всего одной переменной — мгновенной популяционной активности (A). Согласно [1], ее динамика носит простой релаксационный характер:

$$\tau_m \frac{dA}{dt} = -A + g(I) \quad (1)$$

Стационарное значение A определяется т. н. функцией отклика $g(I)$ — характеристикой изолированного нейрона, показывающей зависимость частоты его отклика от величины постоянного тока инъекции. Так как в реальности ток на входе нейрона создается его пресинаптическими «соседями», то между ним (входным током) и популяционной активностью имеется связь, которая в первом приближении может быть положена линейной:

$$I = JA \quad (2)$$

Динамика системы, описываемой уравнением (1) с учетом (2), весьма ограничена — в зависимости от силы связей J система может иметь либо одно, либо два устойчивых состояния равновесия, в последнем случае разделенных седловой точкой [1].

Динамический репертуар популяционной активности можно существенно расширить, если учесть обратную связь между нейронной сетью и окружающей ее активной внеклеточной средой. Рассмотрим в качестве примера сеть интернейронов с переменной тонической проводимостью [2]. Функцию отклика находим приближенно путем редукции исходной модели к модели квадратичного интегратора [3]:

$$g(I) = \frac{1}{\tau_r + \tau_m \kappa^{-1/2}}, \quad \kappa = -\frac{1 + (G/G_m)^2}{4} + \frac{k}{G_m^2} [I + G(\varepsilon - \varepsilon_m)] \quad (3)$$

Здесь τ_r и τ_m суть постоянные времени, а κ — безразмерный параметр, зависящий как от величины синаптического, I , так и от параметров тонического тока, G и E — удельной тонической проводимости и потенциала реверсии ГАМК(A)-рецепторов, соответственно. Удельная тоническая проводимость определяется концентрацией внеклеточной ГАМК (C) и связана с последней соотношением [4]:

$$G = \bar{G} \frac{\alpha C}{\alpha C + \beta} \quad (4)$$

Изменение во времени внеклеточной концентрации ГАМК определяется главным образом двумя процессами — работой транспортеров ГАМК и т. н. спилловером —

выбросом ГАМК в синаптическую щель с последующей ее диффузией в окружающее пространство. Таким образом, приходим к уравнению:

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{C - C_0}{\tau_c} + \frac{Q_m A \tau_p}{1 + A \tau_p} \quad (5)$$

Уравнения (1) и (5) вместе с соотношениями (2-4) образуют динамическую систему на плоскости. Численное моделирование показывает, что в зависимости от параметров она допускает периодические решения, отвечающие колебаниям популяционной активности (см. рис. (а)). Параметры моделирования: $\bar{G} = 1 \text{ mS/cm}^2$, $E = -50 \text{ mV}$, $J = 50 \text{ ms} \cdot \mu\text{A/cm}^2$, $\tau_p = 100 \text{ ms}$, $\tau_c = 100 \text{ ms}$, $C_0 = 0.05 \text{ mM}$, $Q_m = 0.02 \text{ mM/ms}$. Полный фазовый портрет системы при данных значениях параметров изображен на рис. (б), а отвечающий колебаниям устойчивый предельный цикл — на рис. (в).

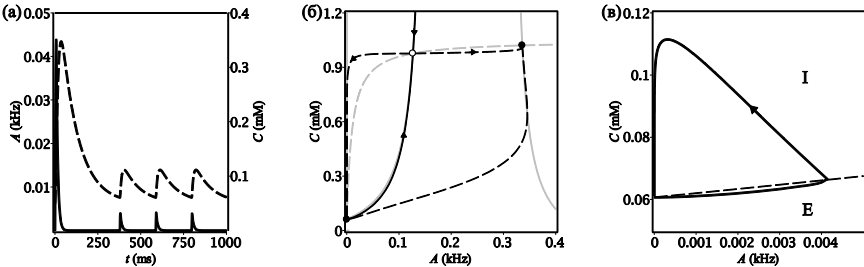


Рис.

Периодические решения в рассматриваемой модели имеют простую физическую интерпретацию. Они возникают тогда, когда управляющие параметры (C_0 , Q_m) и начальные условия таковы, что изображающая точка вынуждена постоянно переходить из области возбуждающей в область тормозящей ГАМК и обратно (области E и I на рис. (в)). В каждой из этих областей изменение динамических переменных (A , C) носит релаксационный характер, что замечательно иллюстрирует рис. (а).

- [1] Gerstner W., Kistler W. M., Naud R., and Paninski L. Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition. – Cambridge University Press. 2014.
- [2] Adamchik D. A., Matrossov V. V., Semyanov A. V., and Kazantsev V. B. // JETP Lett. 2015. Vol. 102, No. 9. P. 624.
- [3] Adamchik D. A. and Kazantsev V. B. // J. Computational Neuroscience. 2017. Vol. 43, No. 2. P. 107.
- [4] Destexhe A., Mainen Z. F., and Sejnowski T. J. Methods in neuronal modeling. – MIT Press, 1998.

режим путем изменения всего трех параметров – величин сопротивлений $R1$ и $R3$ и коэффициента деления частоты m .

Проведено экспериментальное разбиение пространства параметров нейроподобного генератора на области существования различных динамических режимов, представленное на рис. 3. Номер области на рисунке соответствует количеству импульсов в пачке. В области 1 наблюдаются квазисинусоидальные колебания и пачечные колебания с одним импульсом в пачке (рис. 2а), в области 2 – с двумя импульсами в пачке и т.д. В области «хаос» наблюдаются пачечные колебания со случайным количеством импульсов в пачке (рис. 2в).

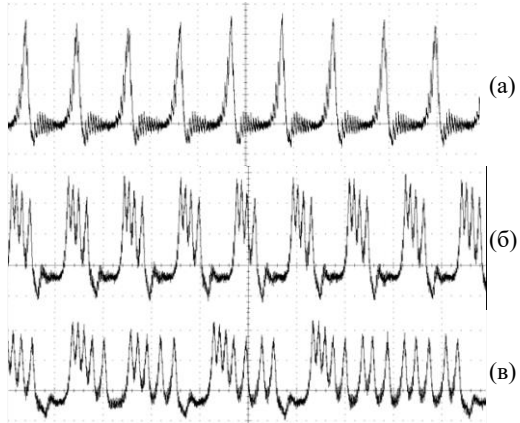


Рис. 2

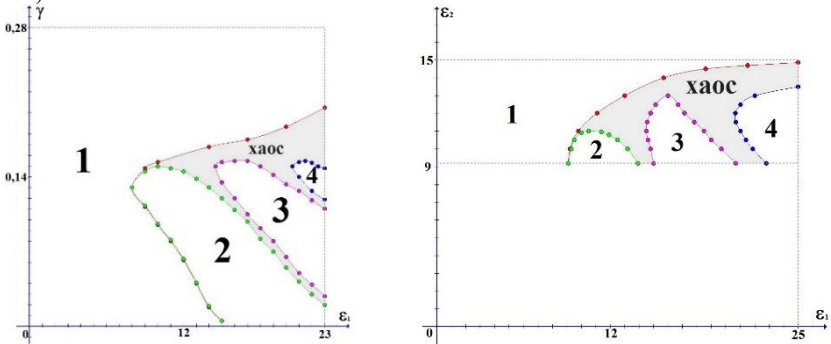


Рис. 3

Полученные экспериментальные осциллограммы и разбиения пространства параметров качественно соответствуют теоретическим результатам.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-32-00643 мол_а и Гранта Президента МК-2726.2017.2.

- [1] Мищенко М.А. // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. Т. 5, № 3. С. 279.
- [2] Мищенко М.А., Шалфеев В.Д., Матросов В.В. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 4. С. 122.
- [3] Чернышев И.В., Мищенко М.А., Матросов В.В. Патент на полезную модель №158122. Российская Федерация, 2015.

ВОЗБУЖДЕНИЕ НЕЙРОПОДОБНОГО ГЕНЕРАТОРА НА БАЗЕ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ ИМПУЛЬСНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ

Н.С. Жукова, М.А. Мищенко

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Рассмотрена модель нейроподобного элемента на основе системы фазовой синхронизации с полосовым фильтром, предложенная в работе [1]. Реализующиеся в такой системе режимы качественно отображают некоторые режимы изменения мембранного потенциала нейрона, например, регулярную импульсную активность и пачечные разряды с различным числом импульсов в пачке, а также хаотические колебания [2].

Изучена динамика системы в ответ на стимуляцию периодическими импульсами с различными амплитудой и периодом. Параметры системы зафиксированы в области, соответствующей режиму генерации квазигармонической активности или пачечной активности с одним импульсом в пачке. При этом параметр, отвечающий за частоту генерации, выбран таким образом, что период следования импульсов бесконечно большой, то есть генерация невозможна без подачи внешнего стимула.

Обнаружено, что для возникновения одного отклика нейрона необходимо некоторое количество импульсов внешнего стимула. При увеличении амплитуды стимулирующих импульсов и при фиксированной частоте следования увеличивается соотношение частот нейроподобного генератора и внешней стимуляции. Показана возможность синхронизации сигналов с различными соотношениями частот.

Изучено влияние частоты стимуляции на динамику откликов нейроподобного генератора. На рис. 1 показано, что зависимость значений соотношений частот от амплитуды имеет ступенчатую форму, где ширина каждой ступени – это ширина полосы одинаковых значений соотношений частот. Обнаружено, что при увеличении периода следования стимулирующих импульсов ступени расширяются.

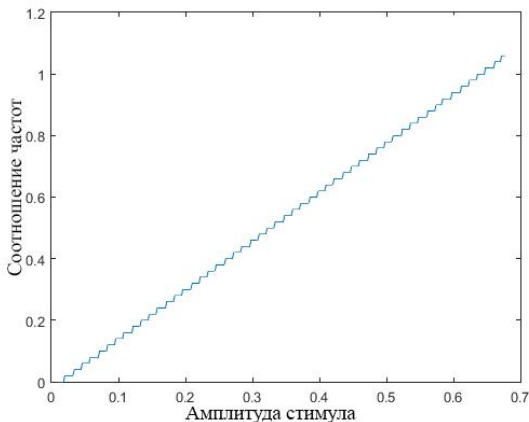


Рис. 1

На рис. 2 представлена зависимость значений соотношений частот на выходе и входе нейрона от периода и амплитуды стимула. Показано, что чем больше значение периода следования стимулирующих импульсов, тем большая величина амплитуды стимула требуется для получения первого отклика нейроподобного генератора. При увеличении периода следования импульсов стимула некоторые соотношения частот перестают существовать, полосы возбудимости с фиксированным соотношением частот расширяются и частично перекрываются.

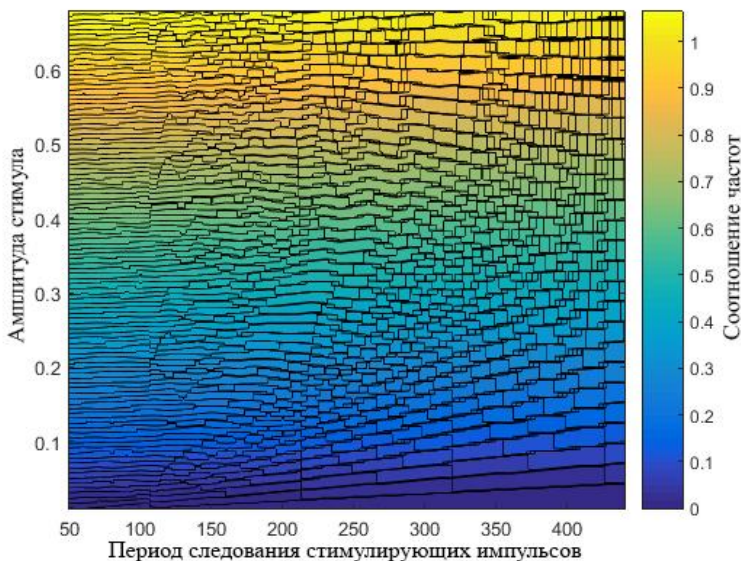


Рис. 2

Таким образом, исследовано влияние параметров периодической импульсной стимуляции на динамику модели нейроподобного генератора на основе системы фазовой синхронизации. Изучена зависимость соотношений частот генерации и стимуляции от периода следования и амплитуды стимулирующих импульсов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-60080 мол_а_дк, а также при поддержке Гранта Президента МК-2726.2017.2

- [1] Мищенко М.А. Нейроподобная модель на основе системы фазовой автоподстройки частоты // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. Т. 5(3). С. 279.
- [2] Мищенко М.А., Шалфеев В.Д., Матросов В.В. Нейроподобная динамика в системе фазовой синхронизации // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 4. С. 122.

САККАДИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ГЛАЗ ПРИ СВОБОДНОМ ОБЗОРЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

С.Н. Шкарин, М.А. Мищенко

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Зрительное внимание – это механизм, позволяющий сфокусировать наши ресурсы визуальной обработки на поведенческой релевантной визуальной информации. Ключевым фактором исследований являются движения глаз, раскрывающие, куда и как долго наблюдатели смотрят в пределах зрительной сцены. Движения глаз состоят из фиксаций и саккад. Последовательность фиксаций называется зрительной траекторией. Саккады – баллистические изменения в положении глаз, позволяющие скачкообразно перемещаться с одного положения на другое. Извлечение зрительной информации происходит в течение всего периода фиксации.

Большинство вычислительных моделей зрительного внимания вычисляют единую топографическую карту значимости, которая кодирует способность области привлечь наш взгляд. Хотя карты значимости – удобный способ указать, куда мы смотрим в пределах сцены, эти модели не полностью учитывают сложности нашей зрительной системы.

В настоящее время карты значимости уже нашли применение в широком круге областей, как научных, так и прикладных, основными из которых являются когнитивная психология, техническое зрение, обработка изображений и видеопоследовательностей.

Согласно исследованиям [1] в данной работе была использована модель движения глаз, которая описывает формирование зрительных траекторий по карте значимости, учитывая распределение амплитуд ориентации саккады, а также феномен памяти.

Для определения точки фиксации, рассмотрим двумерную дискретную условную вероятность $p(x|x_{t-1}, \dots, x_{t-T})$, которая описывает вероятность фиксации в точке x , при условии предыдущих фиксаций в точках x_{t-1}, \dots, x_{t-T} . Данную вероятность можно записать в следующем виде:

$$p(x|x_{t-1}, \dots, x_{t-T}) = p_{BU}(x)p_B(d, \varphi)p_M(x, t)$$

где $p_{BU}(x)$ – представляет собой уровень значимости в точке x . Данная величина, как и остальные, принадлежит диапазону значений $[0, 1]$. Для нахождения уровня значимости была использована компьютерная модель, описанная в работе [2]. В основе алгоритма лежит прямое и обратное двумерное дискретное косинусное преобразование с последующим размытием.

$p_B(d, \varphi)$ – представляет собой совместное двумерное распределение вероятностей амплитуд и ориентации саккад. d – амплитуда саккады, которая выражается в значении угла, между двумя точками фиксации относительно наблюдателя, а φ – это угол в плоскости изображения между этими двумя точками. Согласно статье [3], оптимальная величина саккады равна 2° , в тоже время максимальная может достигать 20° . Кроме того, экспериментальные результаты показывают неравномерное распределение ориентации саккад: горизонтальные саккады оказываются значительно более вероятными, чем вертикальные.

Формально, $p_B(d, \varphi)$ можно задать как модификацию двумерного Гауссова распределения (рис. 1). Были подобраны параметры распределения для воспроизведения экспериментальных данных о величине и направлении саккад.

$p_M(x, t)$ – представляет состояние памяти местоположения x в момент времени t . Эта зависящая от времени величина воспроизводит эффект торможения возврата и указывает на вероятность повторного попадания в данную точку фиксации. Предполагаем, что этот эффект исчезает после 8 фиксаций, и пространственно снижается как функция Гаусса.

По написанной модели были смоделированы зрительные траектории для различных изображений (рис. 2,3). Изображения были взяты из базы данных [4]. Количество фиксаций было выбрано равным 10.

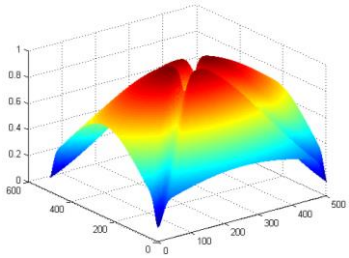


Рис. 1



Рис. 2.

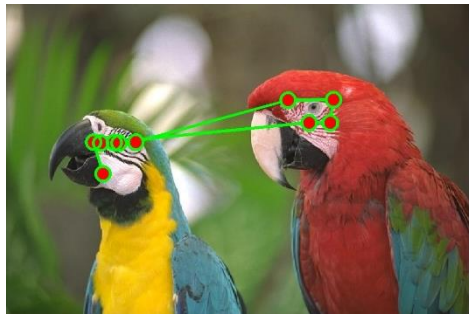


Рис. 3.

Генерируемые моделью зрительные траектории хорошо соотносятся с экспериментальными данными о фиксациях при обзоре изображений, зарегистрированных на людях. Заметим, что исследуемый алгоритм описывает траектории, соответствующие только свободному обзору изображения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-60080 мол_а_дк.

- [1] Le Meur O. and Liu Z. // Vision Research. 2015. Vol. 13 P. 152.
- [2] Hou X., Harel J., and Koch C. // IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence. Vol. 34, No. 1. P. 194.
- [3] Botev Z., Grotowski J., and Kroese D. P. // The Annals of Statistics. 2010. Vol. 38. P. 2916.
- [4] Le Meur O., Le Callet P., Barba D., and Thoreau D. // IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence. 2006. Vol. 28. P. 802.

СИНХРОНИЗАЦИЯ СИГНАЛИЗАЦИИ В НЕЙРОННОЙ СЕТИ ЗА СЧЕТ АСТРОЦИТАРНОЙ РЕГУЛЯЦИИ

А.В. Ермолаева, С.Ю. Гордлеева, В.Б. Казанцев, В.В. Матросов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Процессы генерации, передачи и преобразования электрических сигналов в нейронных сетях являются основой обработки информации в мозге. Однако, как показывают исследования нейробиологов последних лет, глиальные клетки, а именно самый распространенный их тип, астроциты, способны воздействовать на сигнальные функции нейронов, регулируя возбудимость нейронной мембраны и эффективность синаптической передачи [1]. Астроциты, в отличие от нейронов, не способны генерировать электрические сигналы. Однако они способны генерировать импульсы химической активности – кратковременное увеличение внутриклеточной концентрации кальция, в ответ на прохождение сигнала через синаптическую связь между соседними нейронами. Генерация кальциевого сигнала в астроцитах приводит к выбросу нейроактивных веществ, изменяющих эффективность синапса [2]. Целью данной работы является исследование воздействия астроцитов на сигнализацию в нейронной сети за счет регуляции синаптической передачи.

Модель нейронной сети

В работе рассматривалась нейронная сеть, состоящая из 8 случайно связанных между собой (с вероятностью 20%) нейронов Ходжкина-Хаксли [3]. Из них 80% – возбуждающих и 20% – тормозных. Динамика мембранного потенциала каждого нейрона описывалась следующей системой уравнений:

$$C_m \frac{dV_{m_j}}{dt} = -g_{Na} m_j^3 h_j (V_{m_j} - E_{Na}) - g_K n_j^4 (V_{m_j} - E_K) - g_l (V_{m_j} - E_l) + I_{app} + I_{stim} + I_{syn}$$

$$\frac{dx_j}{dt} = \alpha_x (1 - x_j) - \beta_x x_j,$$

где V_{m_j} – мембранный потенциал нейрона, $j = 1, \dots, 8$ – номер нейрона, $x = m, h, n$ – воротные переменные, I_{stim} – процесс Пуассона (моделирующий импульсы, поступающие на нейроны с внешней нейронной сети). Значения параметров и вид функций приведен в работе [3]. Синаптическое взаимодействие между нейронами описывалось с помощью тока I_{syn} , который имеет вид:

$$I_{syn} = \frac{g_{syn} (V_m^{(2)} - E_{syn})}{1 + e^{\frac{-(V_m^{(1)} - \theta_{syn})}{k_{syn}}}},$$

$V_m^{(1)}$, $V_m^{(2)}$ – потенциал на мембранах пресинаптического и постсинаптического нейрона соответственно, g_{syn} – сила синаптической связи.

Модель астроцитарной сети

В работе рассматривалась астроцитарная сеть, которая представляет собой решётку из 8 астроцитов Уллаха [4], имеющих непосредственную связь лишь с ближайшими соседями. Астроциты связаны между собой с помощью так называемых гяп-контактов, по которым между ними происходит диффузия кальция и ИТФ. Кальциевая динамика каждого астроцита описывалась следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dCa_{jk}}{dt} &= I_{channel} - I_{pump} + I_{leak} + I_{in} - I_{out} + I_{Cadif} \\ \frac{dIP3_{jk}}{dt} &= \frac{IP3^* - IP3_{jk}}{\tau_{IP3}} + I_{PLC} + I_{IP3dif} + I_{glu} \\ \frac{dz_{jk}}{dt} &= a_2 \left(d_2 \frac{IP3_{jk} + d_1}{IP3_{jk} + d_3} (1 - z_{jk}) - Ca_{jk} z_{jk} \right),\end{aligned}$$

где Ca_{jk} – внутриклеточная концентрация кальция, $IP3_{jk}$ – внутриклеточная концентрация ИТФ, z_{jk} – доля неактивированных каналов на ЭР. Значения параметров и вид функций приведён в работе [4]. Процесс генерации ИТФ за счёт воздействия нейропередатчика, высвободившегося в процессе синаптической передачи, описывается током I_{glu} . Диффузионная связь в астроцитарной сети описывалась с помощью следующих токов:

$$\begin{aligned}I_{Cadif} &= d_{Ca} (Ca_{j-1,k} + Ca_{j+1,k} + Ca_{j,k-1} + Ca_{j,k+1} - 4Ca_{j,k}) \\ I_{IP3dif} &= d_{IP3} (IP3_{j-1,k} + IP3_{j+1,k} + IP3_{j,k-1} + IP3_{j,k+1} - 4IP3_{j,k}),\end{aligned}$$

где I_{Cadif} – диффузия кальция, $d_{Ca} = 0.001$, I_{IP3dif} – диффузия ИТФ, $d_{IP3} = 0.12$.

Взаимодействие сетей

Влияние астроцитов на синаптические связи в нейронной сети определяется коэффициентом силы синаптической связи $g_{syn}^{neff} = g_{syn} (1 + g_{astro} Ca_{jk})$, где g_{astro} – коэффициент регуляции синаптической связи за счет воздействия астроцитов, Ca_{jk} – концентрация кальция близрасположенного астроцита.

Воздействие нейронов на астроциты описывается током I_{glu} :

$$\begin{aligned}I_{glu} &= \frac{\alpha_{glu}}{1 + e^{-\frac{G-0.4}{0.01}}} \\ \frac{dG}{dt} &= -\alpha_G G + \beta_G H(V_m), \quad H(V_m) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{V_m}{0.5}}},\end{aligned}$$

где G описывает внеклеточную концентрацию нейропередатчика, высвободившегося при синаптической передаче, V_m – мембранный потенциал пресинаптического нейрона, H – функция активации, которая имеет вид функции Хэвисайда. Параметры имеют следующие значения: $\alpha_{glu} = 10 \text{ s}^{-1}$, $\alpha_G = 25 \text{ s}^{-1}$, $\beta_G = 500 \text{ s}^{-1}$.

Результаты

Рассмотрим активность нейронной сети без учета воздействия астроцитов. Все нейроны находились под воздействием Пуассоновского процесса с определённой частотой (15 Гц). Ниже приведена временная реализация активности нейронной сети (см. рис. 1). Кроме того, для визуализации степени синхронизации сети нейронов была построена зависимость количества нейронов, которые сгенерировали спайк в окне 20 мс, от времени счёта (см. рис. 2). Из графика видно, что синхронизация не наблюдается.

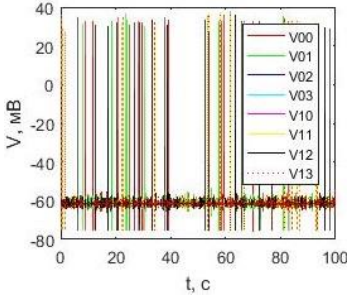


Рис. 1

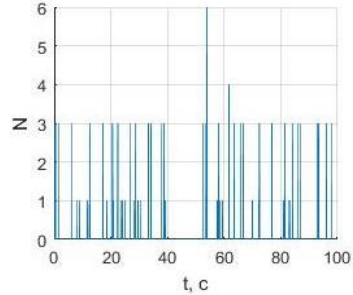


Рис. 2

Далее приведены результаты численного моделирования нейрон-глиальной сети с учетом воздействия астроцитов (см. рис. 3). При этом воздействие нейронов на астроциты не рассматривалось. Астроциты были переведены в автоколебательный режим, в котором они последовательно генерировали кальциевые сигналы (это показано красным цветом на рис. 4).

На длительности генерации астроцитами кальциевых сигналов наблюдалась синхронизация нейронной сети (см. рис. 4). Значение $N = 8$ означает, что все нейроны в сети генерируют потенциалы действия.

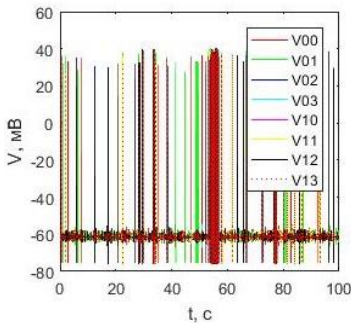


Рис. 3

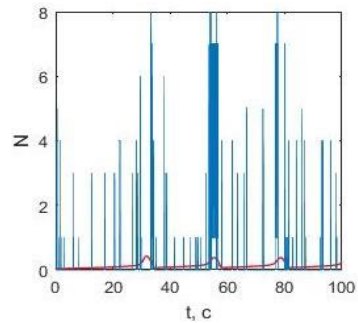


Рис. 4

Далее было включено воздействие нейронов на астроциты, и построены реализации потенциала действия для первого нейрона из сети (рис. 5), концентрации кальция

в первом астроците из сети (рис. 6) и зависимость количества нейронов, которые сгенерировали сигнал в заданном окне, от времени счёта. В данном случае также наблюдается синхронизация сигнализации в нейронной сети (см. рис. 7).

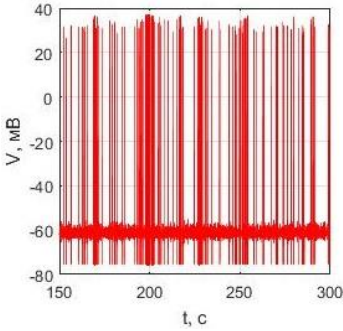


Рис. 5

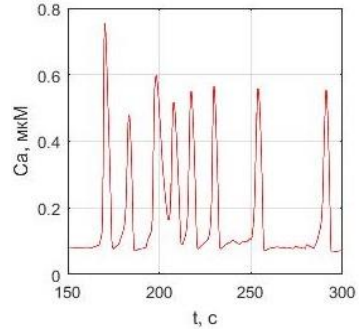


Рис. 6

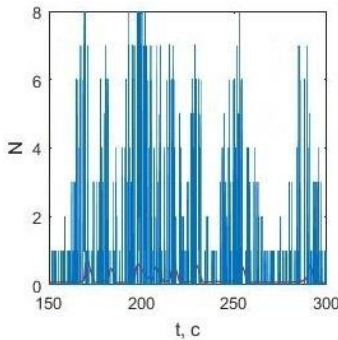


Рис. 7

Таким образом, в ходе данного исследования на основе экспериментальных данных была разработана модель нейрон-астроцитарной сети и показано, что за счёт воздействия астроцитов на синаптическую передачу в нейронной сети наблюдается синхронизация.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФ грант № 16-12-00077.

- [1] Nicholls J.G., et al. From Neuron to Brain. – Sinauer Associates, 2001. 580 p.
- [2] De Pitta M., Volman V., Berry H., Ben-Jacob E. // PLoS Computational Biology. 2011. Vol. 7, № 12. P. 1.
- [3] Hodgkin A.L., Huxley A.F. // Physiol. 1952. № 117. P. 500.
- [4] Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H. // Cell Calcium. 2006. № 39. P. 198.

ГЕНЕРАЦИЯ КАЛЬЦИЕВЫХ СИГНАЛОВ В МОДЕЛИ АСТРОЦИТА, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ЕГО ГЕОМЕТРИЮ

И.В. Гортинская, С.Ю. Гордлеева, В.Б. Казанцев, В.В. Матросов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Совсем недавно было обнаружено, что астроциты, самый распространенный тип глияльных клеток, как и нейроны являются сигнальными клетками мозга. В последних исследованиях было показано, что астроциты способны генерировать импульсы химической активности в ответ на прохождение импульсных сигналов по нейронной сети. Астроциты имеют сложную ветвистую морфологическую структуру. Тело клетки (называемое сомой) у астроцитов, сравнительно крупное, имеет много отростков, распространяющихся радиально. Отростки имеют цилиндрическую форму и многочисленные ответвления. С увеличением расстояния от тела астроцита радиус сечения отростков уменьшается. Астроциты генерируют кальциевые сигналы (кратковременное повышение внутриклеточной концентрации кальция) в ответ на воздействие нейроактивных веществ (в частности, глутамата), выделяемых во внеклеточное пространство при синаптических событиях в нейронной сети. Согласно недавним экспериментальным данным, кальциевые импульсы в отростках и теле клетки отличаются между собой по частоте и длительности. Однако биофизические механизмы распространения кальциевых сигналов в астроците до конца не ясны. Для описания динамики внутриклеточных концентраций в астроците в работе предложена модель, которая основывается на системе дифференциальных уравнений, описывающих биофизические процессы в клетке и учитывает ее геометрию [1]. Модель кальциевой динамики получена путем изменения модели Ли-Ринцеля [2] и представляет собой следующую систему дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \frac{d[Ca^{2+}]_i}{dt} = c_1 \cdot (I_{channel} - I_{pump} + I_{leak}) \\ \frac{d[IP_3]_i}{dt} = prod_{PLC\beta} + prod_{PLC\delta} + deg r_{IP_3-3K} - deg r_{IP-5P} \\ \frac{dh}{dt} = a_2 \cdot (d_2 \cdot \frac{[IP_3]_i + d_1}{[IP_3]_i + d_3} \cdot (1-h) - h \cdot [Ca^{2+}]_i) \\ \frac{d[Ca^{2+}]_{ER}}{dt} = \frac{1}{c_1} \cdot (-I_{channel} + I_{pump} - I_{leak}) \end{cases}$$

где $[Ca^{2+}]_i$ – концентрация кальция в цитозоле, $[IP_3]_i$ – концентрация инозитолтрифосфата (ИТФ) в цитозоле, h – доля неактивированных кальциевых каналов, $[Ca^{2+}]_{ER}$ – концентрация кальция в ЭР, c_1 – отношение объема ЭР к объему цитозоли. Переменная h описывает процессы ИТФ зависящие от активации кальциевых рецепторов на ЭР. Важным отличием от модели Ли Ринцеля является уравнение для концентрации ИТФ, где $prod_{PLC\beta}$ описывает динамику ИТФ, которая определяется процессом генерации ИТФ при связывании нейромедиатора с мембраной

астроцита, $prod_{PLC\delta}$ – динамика ИТФ за счет увеличения внутриклеточной концентрации кальция, а так же 2 процесса релаксации ИТФ deg_{IP3-3K} и deg_{IP-5}

$$prod_{PLC\beta} = v_{\beta} \frac{g^{0.7}}{g^{0.7} + (K_R + K_p \cdot \frac{[Ca^{2+}]_i}{[Ca^{2+}]_i + K_{\pi}})^{0.7}}$$

где g – концентрация нейромедиатора.

$$prod_{PLC\delta} = \frac{v_{\delta}}{1 + \frac{[IP_3]_i}{k_{\delta}}} \cdot \frac{[Ca^{2+}]_i^2}{[Ca^{2+}]_i^2 + K_{PLC\delta}^2}$$

$$deg_{IP3-3K} = v_{3K} \cdot \frac{[Ca^{2+}]_i^4}{[Ca^{2+}]_i^4 + K_D^4} \cdot \frac{[IP_3]_i}{[IP_3]_i + K_3}$$

$$deg_{IP-5P} = r_{5p} \cdot [IP_3]_i$$

В качестве источника нейромедиатора была использована модель синапса Цодыкса-Макрама [4]:

$$\begin{cases} r(t) = x(t) \cdot y(t) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{(1-x(t))}{\tau_{rec}} - x(t) \cdot s(t) \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{y(t)}{\tau_{facil}} + U_0 \cdot (1-y(t)) \cdot s(t) \\ \frac{dg}{dt} = -\frac{g}{\tau_{clear}} + \rho_C \cdot G_T \cdot r(t) \end{cases}$$

где $x(t)$ – доля нейротрансмиттера в не активированном состоянии, $y(t)$ – доля нейротрансмиттера в активированном состоянии, $g(t)$ – концентрация нейромедиатора, высвобожденного из пресинаптической терминали, $s(t)$ – Пуассоновская последовательность импульсов, которая моделирует активность пресинаптического нейрона.

Графики на рис. 1 иллюстрируют отклик астроцита на прохождение высокочастотного сигнала в близрасположенном синаптическом контакте для трех различных соотношений объемов ЭР и цитозоли (при амплитуде импульсов в процессе Пуассона $A = 4$ и длительности воздействия 1 с). Видно, что амплитуда кальциевого отклика зависит от значения параметра c_1 . На рис. 2 представлена зависимость амплитуды кальциевого отклика и значения равновесной концентрации кальция в астроците от соотношения объемов ЭР к цитозоли. Показано, что при увеличении

соотношения объемов внутриклеточного хранилища и клетки кальциевый отклик и равновесный уровень концентрации кальция в астроците увеличивается.

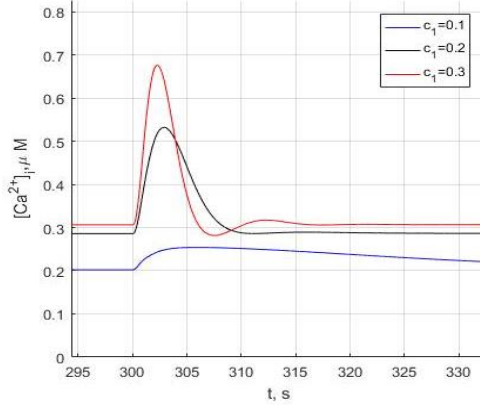


Рис. 1

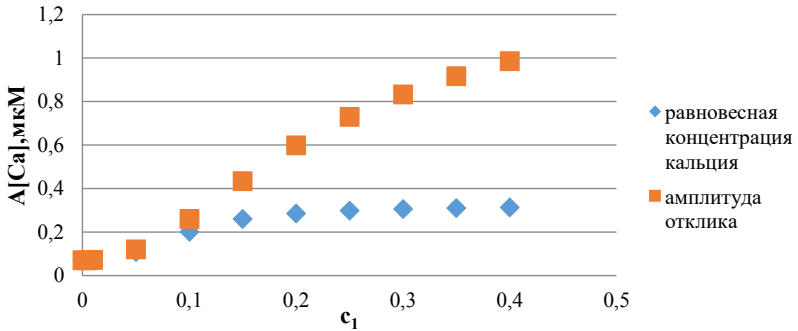


Рис. 2

Работа поддержана грантом Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых МК-2909.2017.4.

- [1] Oschmann F. et al. Spatial separation of two different pathways accounting for the generation of calcium signals in astrocytes // PLoS computational biology. 2017. Vol. 13, № 2. P. e1005377.
- [2] Li Y. X., Rinzel J. Equations for InsP3 receptor-mediated [Ca²⁺]ᵢ oscillations derived from a detailed kinetic model: a Hodgkin-Huxley like formalism // Journal of theoretical Biology. 1994. Vol. 166, № 4. P. 461.
- [3] Tsodyks M. V., Markram H. // Proceedings of the National Academy of Sciences. 1997. Vol. 94, № 2. P. 719.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ С ПЛАСТИЧНЫМИ СВЯЗЯМИ

М.В. Бажанова¹⁾, А.Ю. Симонов¹⁾

1) ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Одним из направлений в области создания искусственного интеллекта является моделирование нейронных сетей в попытках воспроизвести нервную систему человека.

Нейрон – это структурно-функциональная единица нервной системы, которая представляет собой нервную клетку с отходящими от нее отростками. Место соединения одного нейрона с другим нейроном называют синапсом. Синапс служит для передачи сигнала между клетками, частота и амплитуда переданного сигнала в результате передачи могут регулироваться.

В настоящее время известны как пороговые модели единичных нейронов (“integrate-and-fire”), так и биологически правдоподобные (модель нейрона Ходжкина-Хаксли [1], модель ФитцХью-Нагумо [2], модель Моррис-Лекара [3], модель нейрона Ижикевича [4]).

Для моделирования нервных клеток в этой работе была выбрана модель, предложенная Ижикевичем [2], так как она является спайковой моделью, хорошо описывающей динамику нейрона, и, что важно для скорости численных расчетов при построении сетей из большого числа нейронов, она отличается относительной простотой, в отличие, например, от модели Ходжкина-Хаксли. Связанные между собой нейроны образуют нейронную сеть, свойства которой будут зависеть не только от параметров самих нейронов, но также от структуры и характера связей. Характерной особенностью сети является способность к обучению, то есть изменению параметров самих элементов или их связей. Изменение связей происходит благодаря синаптической пластичности – возможности изменения силы синапса в ответ на активацию постсинаптических рецепторов [5].

По продолжительности действия пластичность можно разделить на кратковременную (секунды, минуты) и долговременную (часы, месяцы, годы), по характеру – на депрессию (ослабление связей) и потенциацию (усиление связей).

Биофизические механизмы кратковременной пластичности обычно связывают с истощением нейромедиатора (синаптического ресурса) и с высвобождением кальция из эндоплазматического ретикулума на пресинапсе. В зависимости от того, какой процесс преобладает, может наблюдаться либо депрессия, либо фасилитация.

Для описания явления кратковременной пластичности в работе использована математическая модель, предложенная Михаилом Цодыксом и Генри Марккрамом [6]:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \frac{1-x}{\tau_{rec}} - ux\delta(t-t_{sp}-d) \\ \frac{du}{dt} &= \frac{-u}{\tau_{fac}} + U(1-u)\delta(t-t_{sp}-d) \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{-y}{\tau_{psc}} + wxu\delta(t-t_{sp}-d)\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь x – количество нейромедиатора в пресинаптической терминали; u – количество запасенного кальция в терминали; τ_{rec} – время восстановления нейромедиатора; τ_{fac} – время вывода кальция из пресинаптической терминали (определяет усиливающие способности синапса), δ – дельта функция; t, t_{sp} – текущее время и время генерации спайка на пресинапсе; d – задержка от пресинапса к постсинапсу; U – доля нейромедиатора от всего его количества в пресинапсе, выделенного за один спайк; y, τ_{psc} – количество нейромедиатора в синаптической щели и характерное время его истечения. Переменная y , в зависимости от модели, может определять либо ток на постсинаптическом нейроне (current based synapse), либо проводимость (conductance based synapse); w – вес связи.

Ток данного синапса I_{syn} определяется уравнением:

$$I_{syn} = y \quad (2)$$

Для учета эффекта долговременной пластичности, которая описывает изменением весов связей, использована математическая модель, предложенная в работе [10] и получившая название триплетной модели:

$$\begin{aligned} \frac{dr_1(t)}{dt} &= \frac{-r_1(t)}{\tau_+} + \delta(t - t_{pre}) \\ \frac{dr_2(t)}{dt} &= \frac{-r_2(t)}{\tau_x} + \delta(t - t_{pre}) \\ \frac{do_1(t)}{dt} &= \frac{-o_1(t)}{\tau_-} + \delta(t - t_{post}) \\ \frac{do_2(t)}{dt} &= \frac{-o_2(t)}{\tau_y} + \delta(t - t_{post}) \end{aligned} \quad (4)$$

r_1 можно назвать детектором пресинаптических событий, значение которого затухает с постоянной времени τ_+ , t_{pre} – время спайка на пресинаптическом нейроне. Динамика r_2 аналогична r_1 , лишь с тем отличием, что величина τ_x больше τ_+ . Подобно этому, o_1 и o_2 детектируют спайк на постсинапсе с постоянными времени τ_- и τ_y соответственно, а t_{post} – время спайка на постсинаптическом нейроне.

Изменение веса происходит следующим образом:

$$\begin{aligned} w(t) &= w(t) - o_1(t)(A_2^- + A_3^- r_2(t - \varepsilon)), t = t_{pre} \\ w(t) &= w(t) + r_1(t)(A_2^+ + A_3^+ o_2(t - \varepsilon)), t = t_{post} \end{aligned} \quad (5)$$

A_2^+ и A_2^- – амплитуда изменения веса по правилу Хебба [9-11], A_3^+ и A_3^- – амплитуды для потенциации и депрессии, связанные с триплетами.

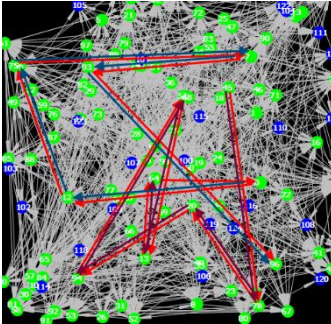


Рис. 1

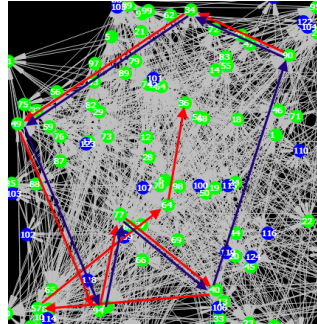


Рис. 2

В работе было проведено моделирование и обучение сетей с данными видами пластичности, где единственный нейрон описан моделью Ижикевича [4]. В основе моделирования лежит теоретическое предположение о возможности поддержания ритмической активности в нейронной сети [11]. Сохранение следов памяти о предшествующем событии возможно благодаря нейронным цепочкам и петлям, образованным этими цепочками. Соответственно, от длины цепей зависит время, в течение которого сеть будет помнить о сигнале. Чем длиннее цепи, тем дольше в сети может остаться след. На рис. 1 стрелками темного цвета выделены отклики на сигнал 1 и сигнал 2, идущие последовательно, ярко-красными – реакция сети на сигнал 1 после 150 с симуляции. Вследствие пластичности сохраняется память о том, что сигнал 2 связан с сигналом 1 и наступает после 1-го. Пример раstra активности сети после обучения изображен на рис. 3, где момент подачи внешнего сигнала отмечен красной стрелкой. При обучении сигнал 2 подавался через 1500 мс после первого. Видно, что временной интервал между пиками активности обученной сети хорошо соответствует выбранному интервалу между сигналами $dt = 1500$ мс.

Особое внимание стоит уделить петлям. Если сигнал многократно повторяется через некоторый период T , в этом случае под действием долговременной пластичности может образоваться петля со временем обхода сигнала по ней T_p , где $T_p = T$ (цепь и петля на рис. 2). При возникновении достаточно сильной связи, замыкающей петлю, даже единичное воздействие достаточной силы будет вызывать циклическую активность нейронов, входящих в нее, что может быть интерпретировано как память о ритме. Рис. 4 изображает растр ритмической активности сети, вызываемой единичным сигналом после обучения.

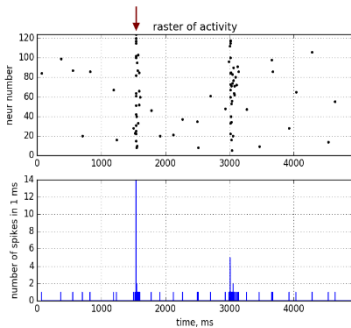


Рис. 3

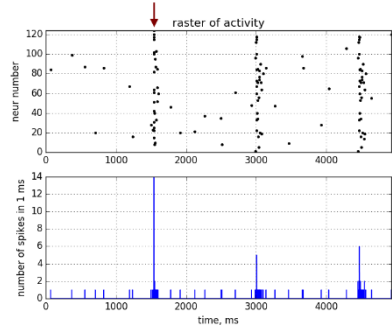


Рис. 4

Таким образом, в сети реализуется ее собственное представление времени, что позволяет связывать между собой события, которые разделены некоторым временным промежутком, а замкнутые петли обеспечивают длительное хранение информации и память о ритмах.

- [1] Hodgkin, A. L., Huxley, A. F. // The Journal of physiology. 1952. Vol. 117 (4), P. 500.
- [2] Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. // Proceedings of the IRE. IEEE. 1962. Vol. 50, № 10. P. 2061.
- [3] Morris C., Lécarr H. // Biophysical journal. 1981. Vol. 35, № 1. P. 193.
- [4] Izhikevich E.M. // IEEE Trans. Neural Netw. 2003. Vol. 14, № 6. P. 1569.
- [5] Citri A., Malenka R.C. // Neuropsychopharmacology. 2008. Vol. 33, № 1. P. 1.
- [6] Tsodyks M., Markram H. // PNAS. 1997. Vol. 94. P. 719.
- [7] Hebb D.O. The organization of behavior; a neuropsychological theory. - New York: John Wiley and Sons, Inc, 1949. 335 p.
- [8] Stent G.S. // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. National Acad Sciences. 1973. Vol. 70, № 4. P. 997.
- [9] Kempter R., Gerstner W., Van Hemmen J. // Physical Review E. APS. 1999. Vol. 59, № 4. P. 4498.
- [10] Jean-Pascal Pfister and Wulfram Gerstner // The Journal of Neuroscience. 2006. P. 9673.
- [11] Yuanyuan Mi, Xuhong Liao, Xuhui Huang, Lisheng Zhang, Weifeng Gu, Gang Hu, Si Wu // Pnas. 2013. Vol. 110, № 50. E4931.

ИССЛЕДОВАНИЕ МИОГРАФИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ АКТИВНОСТИ МЫШЦ ПРИ ПРАВИЛЬНЫХ И ОШИБОЧНЫХ ДВИЖЕНИЯХ В СПОРТЕ

М.О. Шамшин, Г.Н. Сесекин, М.А. Хоружко, В.Б. Казанцев, А.С. Пимашкин

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Биомеханика – раздел естественных наук, изучающий механику тканей, органов и их систем. Актуальной проблемой в области биомеханики для спорта является разработка методики оптимизации обучения спортсменов различным техникам. Электромиография (ЭМГ) является методом спортивной биомеханики, с помощью которого можно оценивать уровни напряжения мышц спортсменов. Данный подход позволит оценивать в реальном времени качество выполнения движений и корректировать за счет обратной связи, например, вибротактильной стимуляции, что ускорит освоение правильных движений. Актуальной является частная задача спортивной биомеханики – разработка приемов освоения техники спортсменами. На базе ННГУ планируется разработка специальной системы с ЭМГ-сенсорами и вибро-обратной связью, применимой к данной задаче. Задача данной системы – автоматически определять корректность выполняемого физического упражнения на основе извлекаемых ЭМГ-данных.

Известно, что с помощью электромиографии можно извлекать биомеханические параметры тела [1], [2]. В частности, по этим данным представляется возможным производить оценку корректности позы при выполнении физического упражнения.

В исследованиях стрельбы из лука с одновременной регистрацией активности мышц ЭМГ стало известно, что существует высокая корреляция целого ряда параметров (ЭМГ, *BVP*, колебания центра тяжести, поза прицеливания) с процессом стрельбы [3]. Показано, что такие косвенные параметры ЭМГ-сигнала, как интегральные характеристики и дисперсия сигнала мышечной активности могут быть использованы для оценки профессионализма лучников [4], [5]. Однако первостепенное значение для качества попадания в цель играет поза лучника. Неправильное распределение механической нагрузки в теле приводит к скорому переутомлению некоторых мышц, а значит, и к тремору и ошибкам [6].

В работах по данной тематике отсутствует анализ информативности тех или иных мышц с точки зрения формирования той или иной позы/жеста. Это важный неисследованный вопрос, ведь, зная в какой степени можно полагаться на ЭМГ-данные мышц в отдельности, можно разработать более качественную систему классификации позы по данным ЭМГ множества мышц. Таким образом, целью работы является разработка системы мониторинга качества выполнения движений каждой группы мышц в отдельности и выявление мышц, ответственных за формирование правильного движения.

В работе, были поставлены следующие задачи:

- 1) выявление общих закономерностей динамики ЭМГ сигналов при формировании универсального паттерна изометрических мышечных сокращений на примере прицеливания из олимпийского лука;
- 2) сравнение качества информативности каждой мышцы в задаче классификации ЭМГ-паттерна прицеливания на «правильную позу» и «неправильную позу».

Сигналы ЭМГ записывались с четырех групп мышц, предположительно участвующих в формировании паттерна: дельтовидная мышца (латеральный отдел), трапецие-

видная мышца (средний и нижний отделы), бицепс. Для записи использовался беспроводной многоканальный ЭМГ-усилитель. В качестве сигнала силы напряжения мышц мы использовали величину *root mean square* (RMS) сигнала ЭМГ, взятого на каждом интервале 200 мс. Чтобы оценивать участие мышц в формировании позы, мы упростили задачу многоканальной классификации до задачи порогового детектирования. Границы областей классификации сигнала RMS были определены для каждой мышцы отдельно и равны 2-му и 98-му перцентилю от распределения РМС каждой мышцы при правильном паттерне.

Чтобы оценить степень участия мышц в формировании позы, мы выбрали критерии качества детектирования сигналов RMS – точность классификации и F-меру, отдавая предпочтение точности ($\beta = 0.5$). Такой выбор сделан с целью максимизировать число True Negatives (TN), которое отвечает правильному «молчанию» классификатора, когда испытуемый либо расслаблен, либо применил ошибочную позу), чтобы максимально не допустить ошибочные паттерны прицеливания.

Сигналы, на исследовании которых базируется данная работа, приведены на рис. 1. На рисунке представлены примеры ЭМГ-сигналов нижнего отдела трапециевидной мышцы у одного из испытуемых. а) сигнал, полученный при ошибочной позе прицеливания б) сигнал, полученный при корректной позе прицеливания.

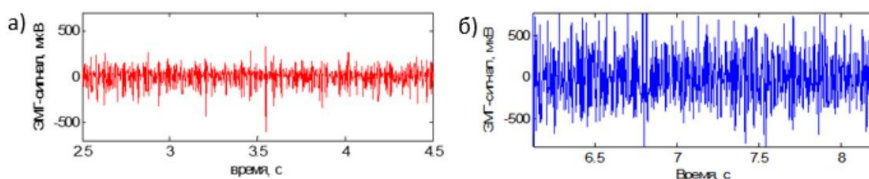


Рис. 1

Были сделаны записи корректного паттерна и ошибочного паттерна для трех человек. Сигналы были проанализированы и проведена сравнительная оценка. Сравнение сигналов RMS для разных мышц при правильном и ошибочном движении для трех испытуемых (рис. 2). По оси ординат – нормированные значения RMS. Синим цветом обозначены значения мышечной активности при правильном паттерне, красным – при ошибочном. Промежуточные линии прямоугольников – медианы RMS, торцы прямоугольников – первый и третий квартили RMS.

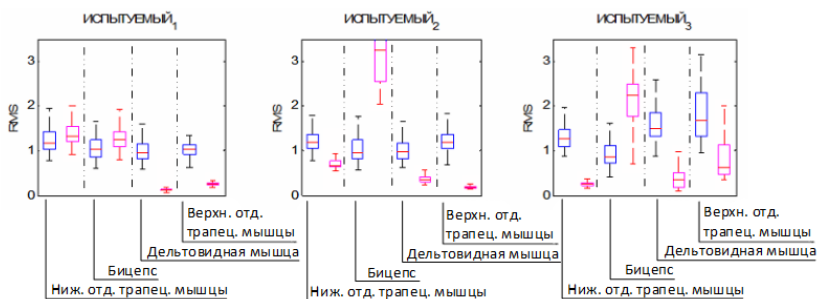


Рис. 2

Показано, что для латерального отдела дельтовидной мышцы и среднего отдела трапециевидной мышцы согласно t-тесту были обнаружены статистически достоверные различия для каждого испытуемого. Таким образом, было установлено, что данные мышцы с высокой надежностью могут использоваться в задаче классификации ошибочной и корректной позы при стрельбе из лука.

В итоге, в данной работе разработаны методы оценки качества выполнения движения с помощью классификации сигналов ЭМГ отдельных мышц пороговым детектированием. Из рассмотренных четырех мышц наиболее информативными для определения качества совершения движения (правильно или неправильно) по сигналам ЭМГ оказались латеральная сторона дельтовидной мышцы и средний отдел трапециевидной мышцы.

Высокая информативность сигналов латеральной стороны дельтовидной мышцы и среднего отдела трапециевидной мышцы наблюдались у всех испытуемых.

Полученные результаты могут использоваться для разработки системы автоматической корректировки движений (обучения) за счет методов обратной связи (электростимуляция, вибро-тактильная стимуляция).

- [1] Farina D., Jiang N., Rehbaum H., Holobar A., Graimann B., Dietl H., Aszmann O. C. // Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering. 2014. Vol. 22, № 4. P. 797.
- [2] Chaudhary A., Raheja J. L. // Computers and Electrical Engineering. 2013. Vol. 39, № 2. P. 560.
- [3] Ahmad Z., Taha Z., Hassan H. A., Hisham M. A., Hadi Johari N., Kadirgama K. // Materials Science and Engineering. 2013. Vol. 50, № 2. P. 263.
- [4] Soyulu A. R., Ertan H., Korkusuz F. // Human Movement Science. 2006. Vol. 25, № 6. P. 767.
- [5] Ertan H., Soyulu A. R., Korkusuz F. // Journal of Electromyography and Kinesiology. 2005. Vol. 15, №2. P. 222.
- [6] Ebenbichler G. R., Kollmitzer J., Erim Z., Löscher W. N., Kerschank K., Posch M., Bochsanský T. // Clinical Neurophysiology. 2000. Vol. 111, № 1. P. 106.

ДИНАМИКА ДВУХ СПИНОВЫХ НАНОГЕНЕРАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ ЧЕРЕЗ СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ

К.Н. Алешин^{1,2)}, В.В. Матросов¹⁾, К.Г. Мишагин^{1,2)}

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ ЗАО «Время-Ч»

Введение

Наногенератор представляет собой многослойную проводящую структуру, состоящую из ферромагнитных слоёв, разделённых слоями из материалов, не проявляющих ферромагнитные свойства. Генерация СВЧ излучения в таких структурах обусловлена совместным действием трёх факторов на магнитный момент одного из ферромагнитных слоёв (его называют *свободным слоем*): прецессией магнитного момента вокруг направления эффективного магнитного поля, релаксацией магнитного момента (затуханием) и эффектом переноса спинового момента электрическим током, проходящим через слои наногенератора. Вне зависимости от наличия внешнего магнитного поля внутри ферромагнитного слоя существует выделенное направление эффективного поля, обусловленное полем анизотропии, полем обменного взаимодействия и т.д., поэтому даже при отсутствии внешнего магнитного поля с помощью пропускания электрического тока через такую многослойную структуру можно добиться эффективного возбуждения спиновых волн внутри свободного слоя [1].

Основные преимущества наногенераторов как источников высокочастотного излучения это малые геометрические размеры – десятки нанометров, малое потребление электрического тока в рабочем режиме – порядка 1-10 мА, широкий диапазон рабочих частот – 10-100 ГГц и более. Однако малая мощность излучения (~1нВ) и высокий уровень фазовых шумов препятствуют использованию таких наногенераторов в полезных устройствах. Для устранения указанных недостатков наногенераторы можно объединить в связанный ансамбль для взаимной синхронизации, тогда когерентное сложение мощностей излучения приведёт к увеличению выходной мощности излучения и подавлению шумов в результирующем сигнале.

В этой работе рассмотрена модель ансамбля из двух взаимно связанных наногенераторов и изучены характеристики его динамических режимов.

Исходная модель для мод спиновой волны

В случае, когда связь между наногенераторами организована посредством спиновых волн, распространяющихся внутри свободного слоя, можно воспользоваться аппаратом, предложенным в статье [2]. Тогда для двух наногенераторов, связанных через спиновые волны, динамика первой моды описывается уравнением [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dc_1}{dt} = & -j\omega_1 c_1 - (\eta_1 - \beta_1 J_1) c_1 - jT_1 \alpha_1 n_1 c_1 - \frac{3\beta_1 J_1}{2SN} \\ & \times \left(u_1^2 + v_1^2 \right) n_1 c_1 - j \frac{2}{3} T_1 \lambda^2 \left(\delta_1 n_2 c_1 + \delta c_1^* c_2 c_2 \right) \\ & - \frac{\beta_1 J_1}{SN} \lambda^2 \left[2 \left(u_2^2 + v_2^2 \right) n_2 c_1 + u_2^2 c_1^* c_2 c_2 \right] \end{aligned} \quad (1)$$

где, c_1 – комплексная амплитуда моды спиновой волны, возбуждаемой первым наногенератором, ω_1 – её собственная частота, η_1 – скорость релаксации, β_1 – параметр, характеризующий эффект переноса спина, J_1 – плотность электрического тока, λ – параметр связи, j – мнимая единица. Значение и смысл остальных параметров приведены в [3]. Уравнение для второй моды получается из (1) заменой индексов 1 на 2 и 2 на 1. Анализ движений модели двух наногенераторов в четырехмерном фазовом пространстве выявил два вида аттракторов: предельные циклы и инвариантные торы. Однако более полную информации о динамике спиновых волн удастся получить, если перейти к фазовым уравнениям, которые получаются из уравнений (1) при переходе к действительным амплитуде и фазе $c_i = \rho_i \exp j\varphi_i$. Фазовые уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_1 = -(a_2 + a_3 \rho_1^2) \rho_1 - \lambda^2 \rho_2^2 \rho_1 (a_{21} - a_{12} \sin \theta + a_{22} \cos \theta), \\ \dot{\rho}_2 = -(b_2 + b_3 \rho_2^2) \rho_2 - \lambda^2 \rho_1^2 \rho_2 (b_{21} + b_{12} \sin \theta + b_{22} \cos \theta), \\ \frac{1}{2} \dot{\theta} = (-\gamma - b_1 \rho_2^2 + a_1 \rho_1^2) - \lambda^2 \rho_1^2 (b_{11} + b_{12} \cos \theta - b_{22} \sin \theta) \\ \quad + \lambda^2 \rho_2^2 (a_{11} + a_{12} \cos \theta - a_{22} \sin \theta), \end{cases} \quad (2)$$

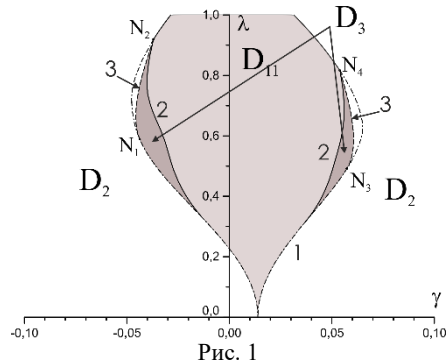
где $\theta = \varphi_2 - \varphi_1$, $\gamma = (\omega_2 - \omega_1) / \omega_1$ – относительная разность частот мод спиновой волны. Параметры модели (2) представляются через параметры модели (1) и рассчитываются в соответствии с условиями реального физического эксперимента в [3].

Система (2) имеет цилиндрическое фазовое пространство $S \times \mathbb{R}^2$. Состояния равновесия системы (2) соответствуют предельным циклам системы (1), следовательно, режиму синхронизации, так как в этом случае амплитуды мод и их разность фаз постоянны во времени. Предельные циклы первого и второго рода (2) соответствуют инвариантным торам (1), однако между ними есть принципиальная разница: циклы 1-го рода – это образы квазисинхронного режима при котором частоты двух генераторов будут равны в среднем на периоде колебаний, а циклы 2-го рода – это образы режима биений, при котором частоты наногенераторов несоизмеримы. Таким образом, фазовый подход, представленный уравнениями (2) позволяет более точный анализ динамических режимов ценой потери информации о точных значениях частот мод спиновой волны.

Разбиение плоскости управляющих параметров

Для системы (2) проведено качественно-численное исследование и получено разбиение плоскости управляющих параметров (γ, λ) на области, отвечающие различным динамическим режимам. Результат исследования представлен на рис. 1.

Область D_{11} отвечает синхронному режиму, область D_2 – режиму биений, а область D_3 – бистабильному режиму относительно синхронизации и биений. При параметрах из области бистабильности от выбора начальных условий зависит режим, в котором будет находиться система, при этом в фазовом пространстве системы (2) одновременно существуют устойчивый предельный цикл второго рода и устойчивое состояние равновесия. Размеры бассейнов притяжения этих аттракторов определяют вероятность



установления режима, соответствующего выбранному аттрактору. Границы области D_{11} определяются кривыми седлоузловой бифуркации (линия 1) и кривыми бифуркации Андронова-Хопфа с положительной первой ляпуновской величиной (линия 3). Линия 2 представляет собой кривую бифуркации петли сепаратрис седла, которая ограничивает область существования предельного цикла второго рода. При малых значениях параметра связи кривая 2 переходит в кривую бифуркации петли сепаратрис седлоузла и совпадает с кривой 1. Точки N_i – точки нейтральности, в которых выполнено бифуркационное условие размерности больше 1. В этих точках происходит разветвление бифуркационных кривых 1, 2 и 3.

Характеристики синхронизации: полоса захвата и полоса удержания

Явление синхронизации неразрывно связано с понятиями полосы захвата и полосы удержания. На рис. 2 представлена зависимость полосы захвата и полосы удержания от параметра связи λ . Значения на кривой Hold соответствуют ширине полосы удержания при выбранном значении параметра связи, значения на кривой Lock соответствуют ширине полосы захвата. Из этой зависимости можно найти оптимальное значение параметра связи при котором достигается наибольшая ширина полосы захвата, однако следует принимать во внимание, что в такой системе увеличение параметра связи может вести к уменьшению амплитуды одной из мод [4] и, следовательно, нужно найти баланс между амплитудой колебаний и шириной полосы захвата для получения максимального уровня излучения и большой помехоустойчивости.

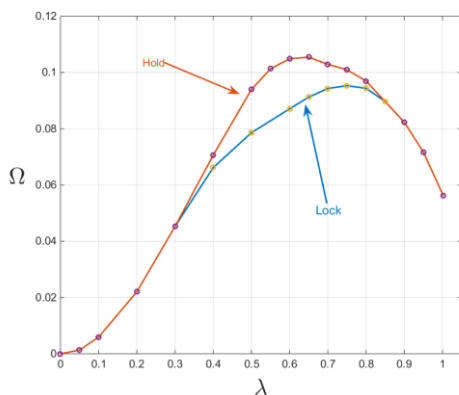


Рис. 2

- [1] Slonczewski J. C. Current-driven excitation of magnetic multilayers // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1996. Vol. 159, № 1-2. P. L1.
- [2] Rezende S. M., De Aguiar F. M., Azevedo A. Magnon excitation by spin-polarized direct currents in magnetic nanostructures // Physical Review B. 2006. Vol. 73, № 9. P. 094402.
- [3] Rezende S. M. et al. Mode locking of spin waves excited by direct currents in microwave nano-oscillators // Physical review letters. 2007. Vol. 98, № 8. P. 087202.
- [4] Алешин К.Н., Матросов В.В., Мишагин К.Г. Синхронизация колебаний наногенератора внешним источником // Письма в ЖТФ 2017. Т. 43, №. 6. С. 8.

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ДЛИННЫХ ЦЕПОЧЕК ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ

К.Н. Алешин^{1,2}, В.В. Матросов¹

¹

²

Введение

Ансамбли связанных фазовых осцилляторов представляют собой мощный инструмент для исследования систем взаимодействующих элементов. Модели таких систем появляются в результате описания реальных явлений окружающей действительности, а фазовый подход позволяет точно и полно описывать коллективную динамику колебательных элементов и получать численные оценки режима синхронизации и автоколебательных режимов.

При исследовании систем различной природы большое значение имеет топология связей между парциальными элементами ансамбля. Множество работ по исследованию биологических систем посвящено синхронизации в ансамблях с нелокальными связями типа «все со всеми», например, при описании сетей клеток-пэйсмэйкеров, метаболической синхронизации клеточных популяций и т.д. [1]. Кроме связи «все-со-всеми», существуют модели ансамблей с однонаправленной связью, используемые для описания химических реакций [2], изучения генерации волн в нейрональных цепочках [3]. Заметим, что ансамбли с однонаправленной связью представляют теоретический интерес [4-6] в том числе и при исследовании химерных состояний [7]. В этой работе представлен результат исследования модели цепочки нелинейных осцилляторов с нелинейными однонаправленными связями и приведены результаты оценки некоторых характеристик режимов такой цепочки.

Математическая модель

В качестве базовой модели используем модель цепочки фазовых осцилляторов с однонаправленной связью, описываемую уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \gamma - \sin \varphi_1, \\ \dot{\varphi}_n = \gamma - \sin \varphi_n - \delta \sin \varphi_{n-1}, \end{cases} \quad n \in [2, N], \quad (1)$$

где φ_i – разность фаз i -го осциллятора и опорного сигнала; γ – частотная расстройка; δ – параметр связи; N – количество элементов цепочки; производная берётся по безразмерному времени t . Прототипом этой модели, может служить, например, цепочка генераторов, окружённых петлями фазовой автоподстройки.

Фазовое пространство системы (1) представляет собой N -мерный тор S^N . Каждый парциальный элемент i может быть в трёх состояниях: 1) работать синхронно с опорным сигналом, тогда φ_i постоянна во времени; 2) работать квазисинхронно с опорным сигналом, при этом φ_i представляет собой ограниченную функцию, периодическую во времени τ ; 3) работать в режиме биений относительно опорного сигнала, разность фаз φ_i в этом случае не будет ограниченной функцией. Режимы цепочки как целого определяются динамикой парциальных элементов и описаны в [8].

Заметим, что система (1) инвариантна относительно замены $(\gamma, \Phi) \rightarrow (-\gamma, -\Phi)$, где $\Phi = (\varphi_1, \varphi_1, \dots, \varphi_N)$, поэтому ограничим рассматриваемую область параметров условием $\gamma > 0$. Кроме того в этой работе ограничимся рассмотрением только области положительных значений параметра связи: $\delta > 0$.

Для удобства анализа разделим рассматриваемое пространство параметров на области:

- 1) $\gamma < 1, \delta < 1$ – малая частотная расстройка и слабая связь;
- 2) $\gamma > 1, \delta < 1$ – большая частотная расстройка и слабая связь;
- 3) $\gamma < 1, \delta > 1$ – малая частотная расстройка и сильная связь;
- 4) $\gamma > 1, \delta > 1$ – большая частотная расстройка и сильная связь.

Случай 1 подробно рассмотрен в книге [9], при этом в фазовом пространстве системы есть только один аттрактор – устойчивое состояние равновесия, следовательно, вся цепочка находится в режиме глобальной синхронизации. Случаи 2-4 рассмотрим отдельно и для численного определения степени синхронизма воспользуемся понятием параметра порядка η :

$$\eta = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\exp j\varphi_k|, \quad (2)$$

где j – мнимая единица. Если η близок к единице, значит цепочка сфазирована. Если η близок к нулю, то тогда цепочка расфазирована. На пространственных диаграммах цветом будем отмечать величину:

$$\Delta = \log_{10} \frac{\langle |\dot{\varphi}_i| \rangle}{\gamma}, \quad (3)$$

где операция $\langle \rangle$ означает усреднение по нескольким соседним точкам траектории.

Область 2: большая частотная расстройка и слабая связь

При $\gamma > 1$ первый элемент всегда находится в режиме биений относительно опорного сигнала, значит разность фаз φ_i нарастает во времени (её фазовая скорость всегда больше нуля) и из-за связи происходит накачка последующих элементов энергией. Если связь отсутствует $\delta = 0$, то решение уравнений (1) может быть получено аналитически для каждого парциального элемента в отдельности [8]. Если связь отлична от нуля, но достаточно мала, то все элементы работают на несоизмеримых частотах (рис. 1 при $\gamma = 1.1$ и $\delta = 0.01$).

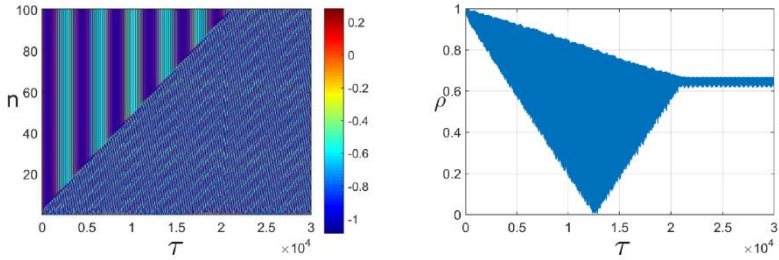


Рис. 1

При некотором значении δ происходит переход к режиму подавления колебаний. Начиная со второго элемента разность фаз ϕ_i становится ограниченной, и её амплитуда колебаний стремится к нулю с ростом индекса элемента в цепочке. В том режиме специальный выбор начальных условий может приводить к генерации распространяющегося вдоль цепочки незатухающего возмущения. При достаточно большом значении $\delta^* < 1$ время жизни возмущения становится конечным. Пространственно-временные реализации и скорость распространения возмущений представлены на рис. 2а и рис. 2б соответственно.

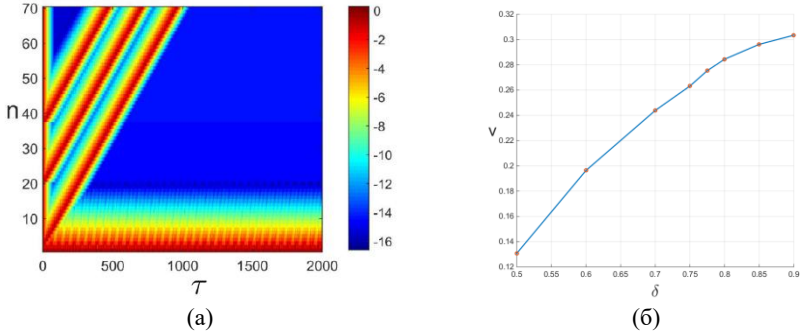


Рис. 2

Области 3 и 4

При значениях параметров из областей 3 и 4 в системе наблюдается режим частичной синхронизации, при котором часть цепочки находится в квазисинхронном режиме, а остальные элементы находятся в режиме биений. Пространственно-временные диаграммы приведены на рис. 3.

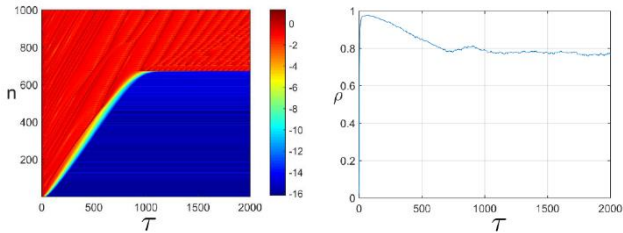


Рис. 3

В литературе (например, [7]) такое состояние системы называют *химерой*. Заметим, что увеличение параметров δ и γ приводит к уменьшению размеров квазисинхронной части цепочки.

Заключение

Исследовано поведение длинной цепочки однонаправленно связанных фазовых осцилляторов при различных параметрах связи и частотной расстройки. Найден механизм генерации распространяющихся незатухающих возмущений вдоль цепочки, исследована зависимость скорости их распространения от величины параметра связи. Найдена область параметров, в которой система работает в режиме частичной синхронизации.

- [1] Strogatz S. H. From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2000. Vol. 143, № 1. P. 1.
- [2] Vanag V. K., Smelov P. S., Klinshov V. V. Dynamical regimes of four almost identical chemical oscillators coupled via pulse inhibitory coupling with time delay // *Physical Chemistry Chemical Physics*. 2016. Vol. 18, № 7. P. 5509.
- [3] Fernandez B., Mintchev S. M. Wave generation in unidirectional chains of idealized neural oscillators // *The Journal of Mathematical Neuroscience*. 2016. Vol. 6, № 1. P. 5.
- [4] Rogge J. A., Aeyels D. Stability of phase locking in a ring of unidirectionally coupled oscillators // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 2004. Vol. 37, № 46. P. 11135.
- [5] El-Nashar H. F. Exact solution at a transition to frequency synchronization of three coupled phase oscillators // *Canadian Journal of Physics*. 2016. – Vol. 94. № 9. P. 808.
- [6] Leyva I. et al. Explosive transitions to synchronization in networks of phase oscillators // *Scientific reports*. 2013. Vol. 3. P. 1281.
- [7] Shepelev I. A., Zakharova A., Vadivasova T. E. Chimera regimes in a ring of oscillators with local nonlinear interaction // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2017. Vol. 44. P. 277.
- [8] Алешин К. Н., Матросов В. В., Шалфеев В. Д. Динамика малых ансамблей систем фазовой синхронизации с однонаправленными связями // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. 2016. Т. 59, № 1. С. 55.
- [9] Афраймович В. С. и др. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации. – Горький, ИПФ РАН, 1989.

ДИНАМИКА КАЛЬЦИЯ В МОДЕЛИ ДВУХ СВЯЗАННЫХ АСТРОЦИТОВ**Н.В. Болдырева, В.В. Матросов***ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

Астроциты – клетки центральной нервной системы, участвующие в регуляции синоптической передачи сигналов между нейронами, что выражается в изменении концентрации внутриклеточного кальция. В то же время астроциты взаимодействуют друг с другом посредством диффузии вторичного посредника инозитолтрифосфата, регулирующего выпуск кальция из внутриклеточных источников (эндоплазматического ретикула). Процессы изменения концентрации внутриклеточного кальция в системе из двух астроцитов описываются следующей моделью, представленной в работе [1]:

$$\begin{aligned}\dot{p}_i &= P(p_i, q_i, z_i) + k_{IP3} \cdot (p_{i+1} - p_i) \\ \dot{q}_i &= Q(p_i, q_i, z_i) \\ \dot{z}_i &= R(p_i, q_i, z_i)\end{aligned}$$

где функции правых частей имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}P(p_i, q_i, z_i) &= \frac{p^* - p_i}{\tau_{IP3}} + v_4 \cdot \frac{q_i + (1 - \alpha) \cdot k_4}{q_i + k_4}, \\ Q(p_i, q_i, z_i) &= J_{chan} - J_{pump} + J_{leak} + J_{in} - J_{out}, \\ R(p_i, q_i, z_i) &= a_2(d_2 \frac{p_i + d_1}{p_i + d_3} (1 - z_i) - z_i q_i) \\ J_{chan} &= c_1 v_1 p_i^3 q_i^3 z_i^3 \left(\frac{c_0}{c_1} - (1 + \frac{1}{c_1}) q_i \right) / [(p_i + d_1)(q_i + d_5)]^3, \\ J_{pump} &= \frac{v_3 q_i^2}{k_3^2 + q_i^2}, J_{leak} = c_1 v_2 \left(\frac{c_0}{c_1} - (1 + \frac{1}{c_1}) q_i \right), \\ J_{in} &= v_5 + \frac{v_6 p_i^2}{k_2^2 + p_i^2}, J_{out} = k_1 q_i.\end{aligned}$$

Компонентами модели являются: концентрация внутриклеточного кальция (q_i), инозитолтрифосфата (p_i) и доля инактивированных кальциевых рецепторов (z_i) для каждой клетки. Параметры модели имеют следующие значения: $c_0 = 2.0$ мкМ; $c_1 = 0.185$; $v_1 = 6$ с⁻¹; $v_2 = 0.11$ с⁻¹; $v_3 = 2.2$ мкМ·с⁻¹; $v_5 = 0.025$ мкМ·с⁻¹; $v_6 = 0.2$ мкМ·с⁻¹; $k_1 = 0.5$ с⁻¹; $k_2 = 1.0$ мкМ; $k_3 = 0.1$ мкМ; $k_4 = 1.1$ мкМ; $a_2 = 0.14$ мкМ⁻¹·с⁻¹; $d_1 = 0.13$ мкМ; $d_2 = 1.049$ мкМ; $d_3 = 0.9434$ мкМ; $d_5 = 0.082$ мкМ; $\alpha = 0.8$; $\tau_{IP3} = 7.143$; $p^* = 0.16$ мкМ. В работе исследовалось влияние связи на динамику системы, поэтому в качестве контрольных параметров были выбраны коэффициент диффузионной связи k_{IP3} и максимальный уровень генерации инозитолтрифосфата (v_4).

Проследить за изменением динамики системы при увеличении коэффициента диффузионной связи k_{ip3} позволяют диаграммы максимумов концентрации кальция (или ИТФ) для фиксированного значения параметра ν_4 . На рис. 1 представлена диаграмма максимумов при $\nu_4 = 0.4939$. При

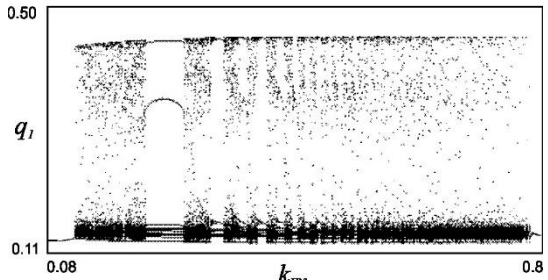


Рис. 1

таком выборе параметров в отсутствие связи в системе реализуется стационарный режим с постоянным уровнем концентрации кальция, в фазовом пространстве системы ему соответствует устойчивое состояние равновесия. При увеличении коэффициента связи состояние равновесия теряет устойчивость, в фазовом пространстве системы рождается предельный цикл (в результате бифуркации Андронова-Хопфа), система переходит в колебательный режим с регулярными периодическими изменениями уровня концентрации кальция. При дальнейшем увеличении параметра k_{ip3} в результате бифуркации двукратного предельного цикла в фазовом пространстве системы рождается хаотический аттрактор, колебания кальция становятся нерегулярными. При больших значениях k_{ip3} система возвращается к регулярным колебаниям, а затем к состоянию равновесия. В области существования хаотического аттрактора присутствуют окна регулярной динамики, среди которых встречаются бистабильные режимы (рис. 2 б). Харак-

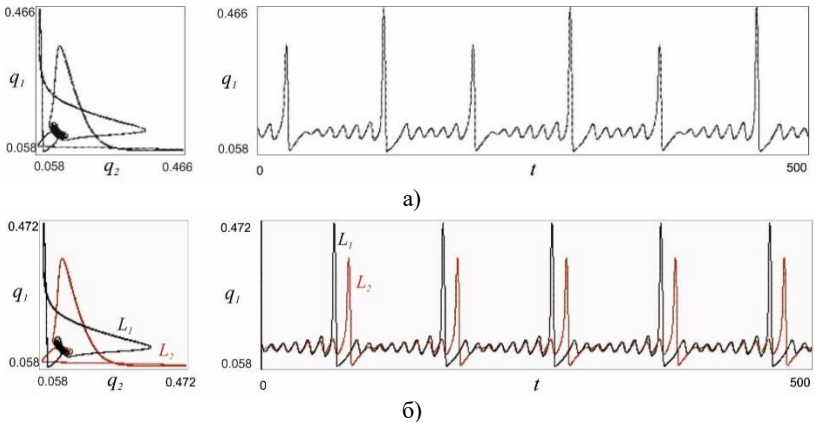


Рис. 2

терные проекции фазовых траекторий и осциллограммы концентрации кальция в первой клетке приведены на рис. 2 а) $k_{ip3} = 0.25$, б) $k_{ip3} = 0.3842$.

На рис. 3 представлено разбиение плоскости параметров v_4 и k_{IP3} , полученное путем численного моделирования на основе методов теории колебаний и качественного анализа динамических систем. Сплошная линия 1 соответствует бифуркации Андронова-Хопфа, в точках а и б первая ляпуновская величина равна нулю, на участках выше точек а и б – отрицательна, а между точками – положительна. При пересечении

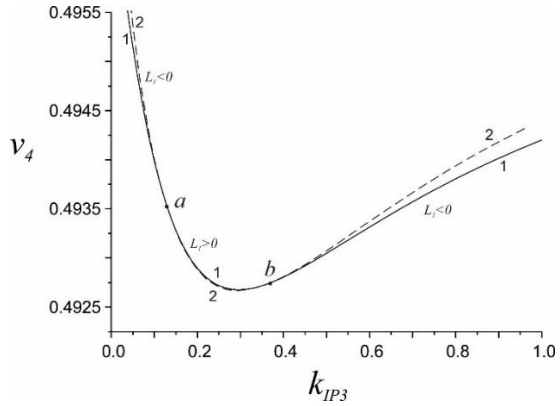


Рис. 3

участка бифуркационной кривой Андронова-Хопфа, расположенного между точками а и б, колебания возникают жестко. Здесь существует узкая область (между пунктирной и сплошной линиями), где хаотический аттрактор существует совместно с устойчивым состоянием равновесия. Пунктирная линия 2 соответствует бифуркации двукратного предельного цикла, в результате которой рождается хаотический аттрактор. Таким образом, при выборе значений параметров из области ниже линии 1 система будет находиться в устойчивом состоянии равновесия с постоянным уровнем концентрации кальция, а при выборе значении параметров выше линии 2 в системе реализуются хаотические колебания.

В результате данной работы в пространстве параметров системы (k_{IP3} ; v_4) выделены области с различной динамикой кальция, установлено существование областей бистабильности и исследованы механизмы смены динамических режимов.

[1] Ullax G., Jung P., Cornell-Bell A.H. // Cell Calcium. 2006. № 39. P.197.

КВАНТОВЫЕ АТТРАКТОРЫ В СИСТЕМАХ С БЕСПОРЯДКОМ

И.И. Юсипов, М.В. Иванченко, С.В. Денисов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

В изолированной от внешней среды одночастичной квантовой системе пространственный беспорядок может привести к Андерсоновской локализации [1]. Ожидается, что это явление, будучи результатом интерференции волн, может не сохраниться в случае, когда в системе есть диссипация. Однако в работе [2] было показано, что в открытой андерсоновской модели возможно существование асимптотических состояний, сохраняющих признаки андерсоновской локализации. Такое асимптотическое состояние может быть спроектировано с помощью некоторого набора локальных диссипативных операторов, осуществляющих отбор локализованных в пространстве андерсоновских мод [3-5]. При данном отборе будут создаваться не чистые состояния, а состояния с требуемыми локализационными свойствами (смешанные).

Рассматривается эволюция открытой N -мерной квантовой системы, описываемой уравнением Линдблада:

$$\dot{\rho} = L(\rho) = -i[H, \rho] + D(\rho) \quad (1)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения описывает гамильтонову динамику системы. Второе слагаемое описывает взаимодействие с окружающей средой Линдблада

$$D(\rho) = \sum_{k=1}^S \gamma_k(t) \left(V_k \rho V_k^\dagger - \frac{1}{2} \{V_k^\dagger V_k, \rho\} \right) \quad (2)$$

и состоит из набора S операторов $\{V_k\}_{1, \dots, S}$.

Асимптотическая матрица плотности ρ_∞ формируется совместным действием гамильтонова и диссипативного операторов. Если все диссипативные операторы эрмитовы, $V_k \equiv V_k^\dagger$, то данная матрица является тривиальной, и выполняется равенство $\rho_\infty = I/N$. Диссипация вводится посредством локальных диссипаторов, которые нетривиально действуют на конечное число соседних сайтов [3].

Открытая одночастичная модель, описываемая уравнением (1), имеет гамильтониан следующего вида [6]:

$$H = \sum_k \varepsilon_k b_k^\dagger b_k - \left(b_k^\dagger b_{k+1} + b_{k+1}^\dagger b_k \right) \quad (3)$$

где $\varepsilon_k \in [-W/2, W/2]$ – случайные некоррелированные на узлах энергии, W – сила беспорядка, b_k и b_k^\dagger – операторы разрушения и рождения бозона на k -ом узле.

Один диссипативный оператор действует на пару узлов:

$$V_k = \left(b_k^\dagger + e^{i\alpha} b_{k+l}^\dagger \right) \left(b_k - e^{-i\alpha} b_{k+l} \right) \quad (4)$$

При $\alpha=0$ данный оператор пытается синхронизовать динамику на k -ом и $(k+l)$ -ом сайтах, преобразуя антисимметричную противофазную моду в симметричную синфазную. Этот тип диссипации с $l=1$ был представлен в работах [3, 4].

В работе анализируется пространственная структура стационарного решения ρ_∞ уравнения (1), которое является единственным [7]. Для его поиска используется столбцовая векторизация матрицы плотности, и асимптотическое решение определяется как ядро индуцированного Лиувиллианом супероператора $[\rho_\infty = \theta]$. После приведения его к матричной форме и нормализации следа, получается матрица плотности асимптотического состояния ρ_∞ .

При $\alpha=0$ и $l=1$ в уравнении (4), то есть для случая синфазной диссипативной связи между соседними узлами [3, 4], асимптотическая матрица плотности имеет "пятнистую" структуру с несколькими наиболее яркими областями локализации. На рис. 1 представлены абсолютные значения элементов асимптотической матрицы плотности ρ_∞ в исходном базисе (рис. 1 а) и базисе андерсоновских мод (рис. 1 б), показана соответствующая часть) для конкретной реализации беспорядка модельной системы, уравнения (1) - (3), и синфазных диссипаторов, связывающих соседние узлы, с $\alpha=0$ и $l=1$ в уравнении (4). Остальные параметры: $W=1$, $N=100$, $\gamma=0.1$. Следует заметить, что при выражении оператора плотности через базис андерсоновских мод A_n , мы получаем матрицу, близкую к диагональной, с большим вкладом от собственных состояний из нижней части спектра.

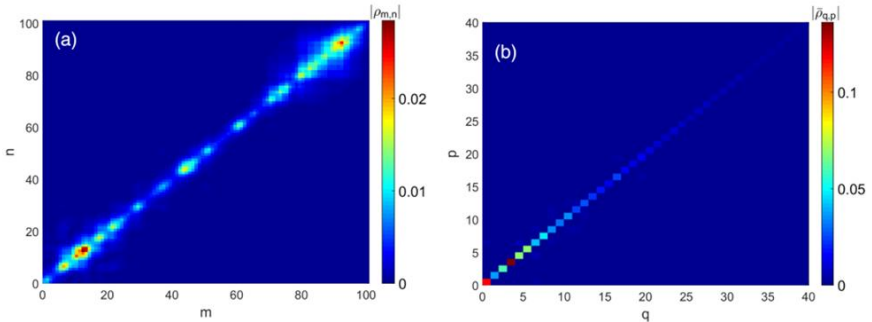


Рис. 1

Аналитически была выведена зависимость, связывающая диагональные элементы матрицы плотности в андерсоновском базисе со спектром энергий гамильтониана:

$$\rho_{p,p} \propto \frac{2 - \lambda_p}{2 + \lambda_p} \quad (5)$$

Этот результат объясняет быстрое уменьшение вклада собственных состояний при отдалении от нижней границы области.

Таким образом показано, что диссипация может использоваться для создания устойчивого состояния, которое представляет собой малое число локализованных мод гамильтониана. Данные андерсоновские моды выбираются параметризованными диссипативными операторами в соответствии с их пространственно-фазовыми свойствами в пределе малого беспорядка.

Для получения дальнейшего представления о диссипативных эффектах, уравнение (1) рассматривалось с точки зрения семплирования квантовых траекторий [8]. Это позволило представить эволюцию модельной системы в терминах чистых состояний, управляемых случайными скачками, индуцированными диссипаторами V_k , и неэрмитовым гамильтонианом:

$$\tilde{H} = H - (i/2) \sum_k V_k^\dagger V_k \quad (6)$$

Была исследована эволюция квантовой траектории на плоскости «позиция-энергия»:

$$\{n(t) = \sum_k \langle \psi(t) | n_k | \psi(t) \rangle; E(t) = \langle \psi(t) | H | \psi(t) \rangle\} \quad (7)$$

На рис. 2 представлена полученная функция плотности вероятности на плоскости «позиция-энергия» для квантовых траекторий в асимптотическом режиме для случая синфазных диссипаторов с $\alpha=0$ и $l=1$. На уровне квантовых траекторий динамика системы представляет собой длительные залипания вблизи центров локализации (неэрмитова эволюция с H [9]), прерывающихся квантовыми скачками (индуцированными случайно выбранным оператором V_k). Каждый прыжок переносит систему в область высоких энергий, откуда она быстро релаксирует по хорошо структурированной сети к одному из собственных состояний. Структура сети зависит от реализации беспорядка, но не меняется при дальнейшем увеличении M_r . Предельное распределение по $n(t)$ восстанавливает диагональные элементы асимптотической матрицы плотности ρ_∞ , выраженные в прямом базисе. На рис. 2(b) показаны диагональные элементы стационарной матрицы плотности (выраженные в прямом базисе), полученные как стационарное решение уравнения (1) (синяя сплошная линия) и как предельное распределение функции плотности вероятности (красные точки). Функция плотности вероятности получена с использованием $M_r=10^6$ траекторий и временем переходного процесса $t_{tr}=10^4$. Остальные параметры: $W=1$, $\gamma=0.1$.

Таким образом, было показано [2], что диссипация может быть использована для создания стационарных состояний, в которых доминируют несколько локализованных мод пространственно неоднородного гамильтониана. Андерсоновские моды выбираются в соответствии с их пространственно-фазовыми свойствами, унаследованными от собственных состояний гамильтониана в пределе нулевого беспорядка [10], с использованием фазопараметризованных диссипативных операторов. При изменении фазы диссипативных операторов можно привести систему в желаемое асимптотическое состояние с областями локализации или полностью делокализованное.

Полученные результаты открывают новые перспективы в инженерии диссипативных режимов в квантовых системах, могут являться физической основой для устойчивых квантовых вычислений и найти применение в физике ультрахолодных атомов в оптических решетках.

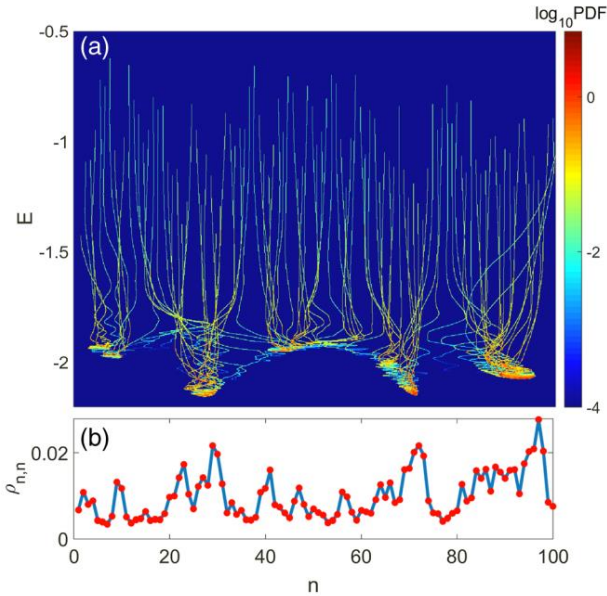


Рис. 2

- [1] Kramer B., MacKinnon A. Localization: theory and experiment // Reports on Progress in Physics. 1993. Vol. 56, № 12. P. 1469.
- [2] Yusipov I. et al. Localization in Open Quantum Systems // Physical Review Letters. – 2017. Vol. 118, № 7. P. 070402.
- [3] Diehl S., et. al. Quantum states and phases in driven open quantum systems with cold atoms // Nature Physics. 2008. Vol. 4. P. 878.
- [4] Kraus B. et al. Preparation of entangled states by quantum Markov processes // Physical Review A. 2008. Vol. 78, № 4. P. 042307.
- [5] Verstraete F., Wolf M., Cirac J. Quantum computation and quantum-state engineering driven by dissipation // Nature Physics. 2009. Vol. 5. P. 633.
- [6] Anderson P. W. Absence of diffusion in certain random lattices // Physical review. 1958. Vol. 109, № 5. P. 1492.
- [7] Alicki R. General theory and applications to unstable particles // Quantum Dynamical Semigroups and Applications. 1987. P. 1.
- [8] Plenio M. B., Knight P. L. The quantum-jump approach to dissipative dynamics in quantum optics // Reviews of Modern Physics. 1998. T. 70, № 1. P. 101.
- [9] Fyodorov Y. V. Induced vs. spontaneous breakdown of s-matrix unitarity: Probability of no return in quantum chaotic and disordered systems // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. 2003. Vol. 78, №. 4. P. 250.

- [10] Ishii K. Localization of eigenstates and transport phenomena in the one-dimensional disordered system //Progress of Theoretical Physics Supplement. 1973. Vol. 53. P. 77.

УТКИ-ТОРЫ В АНСАМБЛЕ СИНАПТИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ НЕЙРОНОВ ФИТЦХЬЮ-НАГУМО

А.А. Макеева

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Одним из наиболее интересных направлений современной нелинейной физики является исследование явлений и процессов в нейродинамических системах [1,2], моделирующих структуру и свойства нейронов и нейронных ансамблей.

Настоящая работа посвящена исследованию динамики цепочки из трех элементов (нейронов) ФитцХью-Нагумо однонаправленно связанных посредством синаптических связей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \\ u_1 = f(u_1) - v_1 \\ \bullet \\ v_1 = \varepsilon_1(u_1 - J) \\ \bullet \\ u_j = f(u_j) - v_j + w_j u_j \\ \bullet \\ v_j = \varepsilon_1(u_j - J) \\ \bullet \\ w_j = \varepsilon_2(-w_j + c_{j-1} u_{j-1}) \\ j = 2, 3 \end{array} \right.$$

где u – переменная, качественно отражающая динамику мембранного потенциала j -го нейрона; v – “восстанавливающая” переменная, качественно отражающая динамику ионных токов мембраны j -го нейрона; w – переменная, описывающая синаптическую связь между $j-1$ и j нейронами; функция $f(u) = u(u-a)(1-u)$ – кубическая функция, $0 < a < 1$; $c_j > 0$ – сила синаптической связи между $j-1$ и j нейронами; J – параметр, который определяет уровень деполяризации нейронов; $0 < \varepsilon_2 \ll \varepsilon_1 \ll 1$ – параметр, определяющий характерные временные масштабы восстановления мембранного потенциала и синаптических связей.

В отсутствии синаптического воздействия $c_j \equiv 0$, нейроны в зависимости от параметров (a, ε_1, J) могут находиться либо в возбудимом, либо в колебательном режиме [2]. В возбудимом режиме единственным аттрактором нейрона является устойчивое состояние равновесия и при достаточно сильной внешней стимуляции он откликается генерацией спайка (одиночного импульса). В колебательном режиме единственным аттрактором является устойчивый предельный цикл, и нейрон генерирует периодическую последовательность спайков. Далее мы будем рассматривать случай, когда нейроны в отсутствие связи находятся в возбудимом режиме, и зафиксируем параметры: $a = 0.1$, $\varepsilon_1 = 0.01$, $\varepsilon_2 = 0.001$.

Рассмотрим сначала ансамбль из двух нейронов. На рис. 1 а представлено разбиение плоскости параметров (c_1, J) на области, отвечающие различным динамическим режимам второго нейрона, а на рис. 1 б приведены соответствующие фазовые портреты

режимов. В области 1 силы синаптической связи, c_1 оказывается недостаточно для возбуждения второго нейрона и он, как и первый, здесь демонстрирует состояние покоя. На кривой A происходит бифуркация Андронова-Хопфа и состояние равновесия во втором нейроне теряет устойчивость. При дальнейшем увеличении c_1 в области 2 на фазовой плоскости нейрона появляется малый (низкоамплитудный) предельный цикл (R_2 , см. рис. 1б). Области 3 и 4 отвечают существованию так называемых уточных решений [3], содержащих как участки многообразий быстрых и устойчивых медленных движений, так и участки неустойчивых многообразий медленных движений. Сначала на кривой D_1 цикл R_2 деформируется в малую «утку» R_3 , а та в свою очередь на кривой D_2 деформируется в большую «утку» R_4 . Наконец, на кривой L происходит деформация большой утки в большой (высокоамплитудный) предельный цикл R_5 .

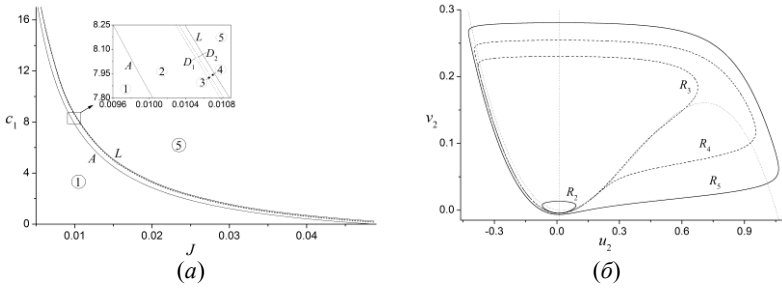


Рис. 1

Рассмотрим теперь ансамбль из трех нейронов. На рис. 2, в плоскости параметров (c_1, c_2) представлена диаграмма динамических режимов третьего нейрона в зависимости от режима во втором нейроне. В частности, в областях 1-5 (области левее кривой A_2 , см. рис. 2 а) второй нейрон демонстрирует состояние покоя, в областях 6-9 (рис. 2 б) – малый предельный цикл и малую утку, в области 10 – большую утку, а в области 11 – большой предельный цикл.

Если второй нейрон находится в состоянии покоя, то третий нейрон при варьировании параметра c_2 демонстрирует ту же последовательность режимов (состояние покоя $\rightarrow R_2 \rightarrow R_3 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$), что и второй нейрон в рассмотренной выше системе из двух нейронов.

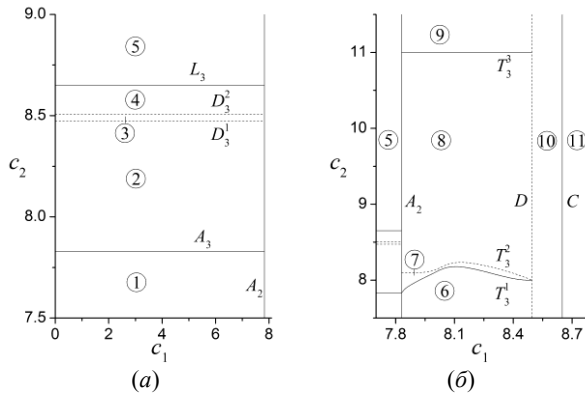


Рис. 2

Пусть второй нейрон теперь находится в одном из колебательных режимов. Для классификации режимов ансамбля в этих случаях мы строили точное отображение на периоде колебаний второго нейрона. В областях 6, 10 и 11 это отображение имеет единственную устойчивую неподвижную точку, что соответствует существованию в исходной системе устойчивого предельного цикла и, таким образом, наличию синхронизации колебаний второго и третьего нейронов. При переходе из области 6 в 7 происходит бифуркация Неймарка-Сакера, неподвижная точка отображения теряет устойчивость, а в отображении появляется малая замкнутая инвариантная кривая. Это соответствует существованию в исходной системе устойчивого инвариантного тора и, таким образом, наличию режима квазисинхронных колебаний второго и третьего нейронов. Далее, при переходе в область 8, малая инвариантная кривая отображения трансформируется в малую инвариантную утку (рис. 3а), а затем по мере приближения к области 9 – в большую инвариантную утку (рис. 3б). Это соответствует существованию в исходной системе «утки-тора». Наконец, в области 9 в отображении появляется большая замкнутая инвариантная кривая.

Таким образом, показано, что ансамбль синаптически связанных элементов ФитцХью-Нагумо демонстрирует целый набор разнообразных уточных решений, содержащих участки неустойчивых многообразий медленных движений. Это могут быть как простые решения в виде уточных предельных циклов, так и более сложные решения – утки-торы. Установлено, что они наблюдаются в окрестности множеств, отвечающих бифуркациям Андронова-Хопфа и Неймарка-Сакера.

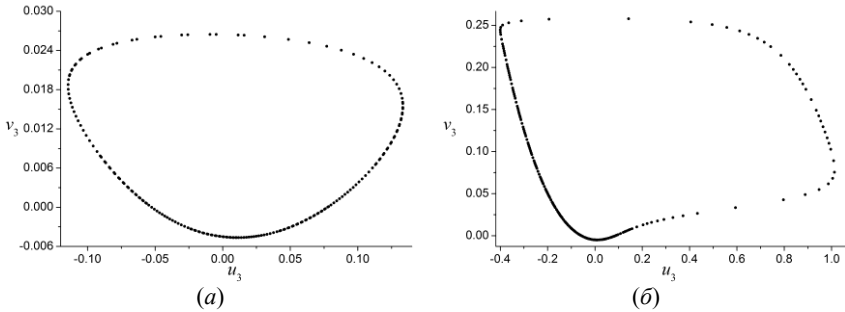


Рис. 3

Работа поддержана Российским Научным Фондом (проект 16-42-01043).

- [1] Ermentrout G. B., Terman D. H. Mathematical foundations of neuroscience – Springer-Verlag New York, 2010. Vol. 35. 422 p.
- [2] V.I. Nekorkin, M.G. Velarde. Synergetic phenomena in active lattice, Springer-Verlag, 2002. 357 p.
- [3] Арнольд В. И. и др. Теория бифуркаций // Итоги науки и техники. Серия «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления». 1986. Т. 5. С. 5.

СИСТЕМА ДЛЯ БЕСКОНТАКТНОЙ РЕГИСТРАЦИИ МЫШЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

Д.И. Большаков, М.А. Мищенко

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Задача разработки систем регистрации сигналов активности скелетных мышц человека на сегодняшний день востребована в таких областях жизни и деятельности человека, как восстановительная медицина, промышленная робототехника, а также во всевозможных системах интеграции человека и машины.

На сегодняшний день существуют устройства, использующие два основных метода обнаружения сигнала активности скелетных мышц человека (миографии): инвазивный и не инвазивный. Инвазивный метод основан на имплантации электродов непосредственно в мышечную ткань. Данный метод дает наибольшую точность измерений и не требует сложных систем для регистрации. Но, при всех преимуществах, из-за инвазивности при регистрации пациент испытывает сильный дискомфорт.

Не инвазивные методы не требуют хирургического вмешательства и могут быть как контактными, так и бесконтактными. Контактная миография давно известна и, на сегодняшний день, является основным медицинским инструментом для изучения мышечной активности. Устройства, использующие этот метод, имеют много преимуществ, но главным недостатком является то, что качество детектируемого сигнала сильно зависит от качества контакта с кожей и объема подкожного жира [1].

Бесконтактная миография не так популярна, но у нее нет проблем, связанных с качеством контакта с кожей и рассеянием потенциала на подкожном жире. Устройства, использующие данный метод, основаны на обнаружении магнитного поля, создаваемого ионными токами в мышцах. Одним из самых серьезных недостатков данного метода является очень низкая амплитуда магнитного поля, в результате чего возникает необходимость в использовании высокочувствительных датчиков для обнаружения сигнала. Одним из известных датчиков является сверхпроводящее квантовое устройство интерференции, также известное как СКВИД, для которого требуется жидкий гелий для достижения сверхпроводимости. Другим способом является магнитооптический эффект Керра (MOKE) [2,3].

В рамках данной работы был разработан прототип одноканальной бесконтактной системы для регистрации мышечной активности. Данная система использует модифицированный метод бесконтактной миографии, заключающийся в дифференциальном включении магниточувствительных элементов (датчиков). Такое включение позволяет увеличить общую чувствительность схемы к слабым магнитным полям, а также защитить ее от воздействия синфазных магнитных наводок (шумов). Данный метод регистрации позволяет использовать менее чувствительные магнитные датчики, что в свою очередь позволяет сильно уменьшить габаритные размеры и стоимость конечного устройства, сохранив при этом преимущества, свойственные бесконтактной миографии, а именно отсутствие контакта с кожей и отсутствие влияния подкожного жира, так как жир не оказывает сопротивления магнитному полю.

Функциональная схема разработанной системы представлена на рис. 1. Она включает в себя следующие блоки: два магниточувствительных элемента MR1 и MR2, два блока фильтров верхних частот F1 и F2 с частотой среза в 10 Гц, два блока первичного усиления DA1 и DA2, два блока фильтров нижних частот F3 и F4 с частотой среза 500 Гц и один дифференциальный инструментальный усилитель DA3.

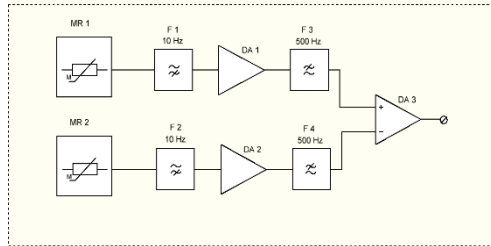


Рис. 1

После настройки и калибровки схемы был проведен эксперимент по регистрации активности мышц предплечья. В результате проведенного эксперимента были получены спектры сигнала при статическом напряжении мышцы (см. рис. 2) и при ее рас-

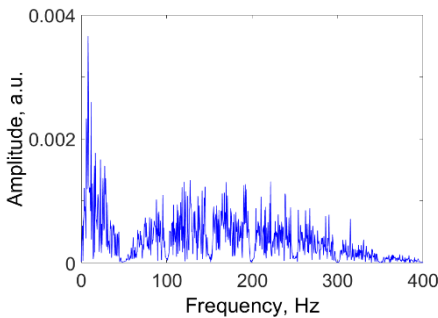


Рис. 2

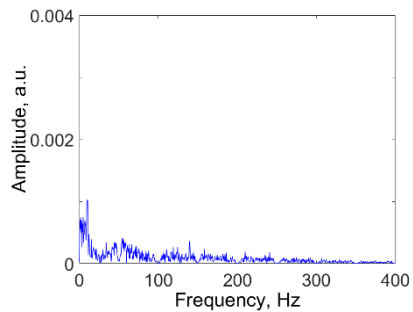


Рис. 3

слаблении (см. рис. 3).

Из качественного сравнения спектров сигналов (см. рис. 2 и 3) при напряженной и расслабленной мышце видно, что средняя амплитуда сигнала при расслаблении мышцы заметно ниже, чем при ее статическом напряжении.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» (уникальный идентификатор соглашения 14.581.21.0011 и 14.578.21.0094).

- [1] Yungher D., Winger M. T., Barr J. B., Craelius W., Threlkeld A. J. Surface muscle pressure as a means of active and passive behavior of muscles during gait // *Med. Eng. Phys.* 2011. Vol 33. P 464.
- [2] Холодов Ю.А., Козлов А.Н., Горбач А.М. Магнитные поля биологических объектов. – Москва: Наука, 1987.
- [3] Cohen D., Givler E. Magnetomyography: magnetic fields around the human body produced by skeletal muscles // *Appl. Phys. Lett.* 1972. Vol. 21, № 3. P. 114.

Секция «Теория колебаний»

Заседание секции проводилось 18 мая 2017 г.
Председатель – В.В. Матросов, секретарь – К.Н. Алешин.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.