

**СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ФЛУКТУАЦИОННОГО СКАЧКА:
ОПРЕДЕЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛЕНИЕ, СВОЙСТВО СИММЕТРИИ**

Ю.В. Лунин, А.В. Половинкин

Нижегородский госуниверситет

В статье А.А. Андропова, Л.С. Понтрягина, А.А. Витта «О статистическом рассмотрении динамических систем» [1] было введено понятие среднего времени достижения границы марковским процессом. Для одномерных систем оно определяется следующим образом: изображающая точка системы, движение которой удовлетворяет одномерному уравнению Ланжевена

$$\dot{x} = f(x) + \xi(t), \quad \langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = D\delta(\tau), \quad (1)$$

выходит из начальной координаты x_0 и движется под суммарным влиянием детерминированного и случайного воздействия, пока не достигнет границы $x=d$.

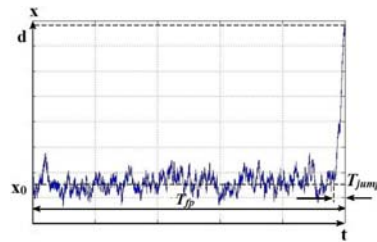


Рис. 1

В процессе этого движения можно выделить два этапа со своими характерными масштабами. Во-первых, это время, в течение которого изображающая точка остается в ограниченной окрестности начальной координаты. Во-вторых, это время скачка от последнего пересечения начального уровня x_0 до первого достижения заданной границы d (см. рис. 1).

Второй характерный масштаб представляет интерес как с теоретической, так и с практической точки зрения при исследовании возможности своевременного предотвращения вызванных флуктуациями катастрофических изменений в системах различной природы.

С применением известного выражения для среднего времени первого достижения $T_{fp}(c, x_0, d)$ поглощающей границы d (при условии, что вторая граница c также является поглощающей) [2] и предельного перехода $x_0 \rightarrow c$ было получено аналитическое выражение для среднего времени скачка:

$$T_{jump} = \frac{\frac{2}{D} \int_c^d \int_c^{\lambda'} \int_c^{\lambda''} \exp\left(\frac{2U(\lambda')}{D} - \frac{2U(\lambda'')}{D} + \frac{2U(\lambda''')}{D}\right) d\lambda''' d\lambda'' d\lambda'}{\int_c^d \exp\left(\frac{2U(\lambda')}{D}\right) d\lambda'}, \quad (2)$$

где D – интенсивность белого шума, d – заданная граница, c – начальная координата, $U(x) = -\int f(x)dx$ – потенциал.

С использованием выражения (2) было доказано свойство симметрии среднего времени скачка относительно преобразования, сводящегося к взаимной перестановке источника и границы:

$$T_{jump}(c \rightarrow d) = T_{jump}(d \rightarrow c). \quad (3)$$

Было показано, что в частном случае линейной стохастической системы

$$\dot{x} = \beta x + \xi(t), \quad \langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = D\delta(\tau) \quad (4)$$

среднее время скачка логарифмически возрастает с уменьшением интенсивности шума D (см. рис. 2):

$$T_{jump} = \frac{1}{2\beta} \left[\ln \left(\frac{2\beta x^2}{D} \right) + const \right]. \quad (5)$$

Аналогичный характер зависимости от D сохраняется и в случае, когда на интервале $[c, d]$ присутствуют состояния равновесия, как, например, в системе с периодической внешней силой (см. рис. 3):

$$\dot{\varphi} = \gamma_0 - \sin \varphi + \xi(t), \quad \langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = D\delta(\tau), \quad (6)$$

где выбрано $\gamma_0 = 1/2$.

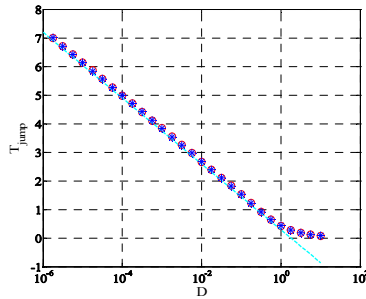


Рис. 2

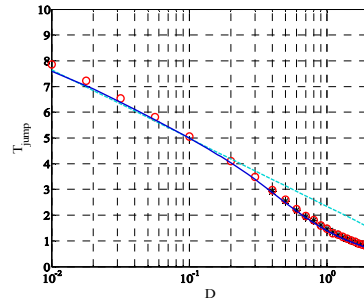


Рис. 3

На рис.2 и рис.3 представлены результаты численного определения средней длительности скачка влево (кружками) и вправо (звёздочками), а также вычислений с применением аналитического выражения (2) (сплошная линия) и аппроксимации (5) (пунктир).

- [1] Понтрягин Л.С., Андронов А.А., Витт А.А.// ЖЭТФ. 1933. Т.3, вып. 3. С. 165.
 [2] Тихонов А.Н., Миронов М.А. Марковские процессы. – М.: Сов. Радио, 1977, 488 с.

УЧЕТ ЗАПАЗДЫВАНИЯ В МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ ГИРОТРОНА

А.С. Иванов, К.Г. Мишагин, В.В. Матросов

Нижегородский госуниверситет

В последнее время возобновился интерес к задаче стабилизации частоты излучения и управления фазой гиротрона. Решение данной задачи позволит применять гиротроны для адаптивного подавления гидродинамических неустойчивостей в плазменных ловушках и реализации когерентного сложения мощностей нескольких гиротронов.

Стабилизацию частоты и управление фазой излучения предлагается организовать с помощью системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) ввиду надежности и предсказуемости такой системы [1]. В настоящей работе исследуется математическая модель системы ФАПЧ гиротрона с соленоидом малой индуктивности в качестве управляющего элемента. Использование соленоида вносит дополнительную инерционность в цепь обратной связи системы автоподстройки, что может привести к неустойчивости режима синхронизации. К неустойчивости также может привести запаздывание в цепи обратной связи системы ФАПЧ, обусловленное задержками при прохождении сигнала по СВЧ тракту и кабелям, задержками при срабатывании логических компонентов. В рассматриваемой модели учитывается инерционность управителя (соленоида) и влияние малой задержки. Система дифференциальных уравнений, описывающая динамику модели, может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= y, \\ \dot{y} &= z, \\ \dot{z} &= \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_L} \left(\gamma - \left(\varepsilon + \varepsilon_L - n\varepsilon\varepsilon_\tau \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_0} \cos \varphi \right) - \left(1 + (n\varepsilon - \varepsilon_\tau) \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_0} \cos \varphi \right) y - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_0} \varepsilon_\tau n \varepsilon y^2 - \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_0} \sin \varphi \right), \end{aligned}$$

где γ – начальная частотная расстройка между опорным генератором и гиротроном, $F(\varphi)$ – характеристика частотно-фазового дискриминатора, ε , ε_p , ε_L – безразмерные параметры, характеризующие соответственно инерционность фильтра, инерционность соленоида и запаздывание в цепи ФАПЧ.

В результате качественно-численного исследования, основанного на данных о системе ФАПЧ третьего порядка [2], получено разбиение плоскости параметров (ε_L, γ) на области с различной динамикой (см. рисунок). Фиксируемые параметры модели соответствуют технологическому образцу гиротрона [3] и разрабатываемой системе синхронизации: $\varepsilon_0 = 0,1$, $\varepsilon = 0,25$, $n = 0$, $F(\varphi) = \sin \varphi$. Значение $\varepsilon_\tau = 0,1$ соответствует времени задержки $\tau = 5,69$ нс в цепи управления.

Определена область S , которая соответствует режиму установления синхронизации при произвольных начальных условиях. На рисунке: В – режим биений, Q –

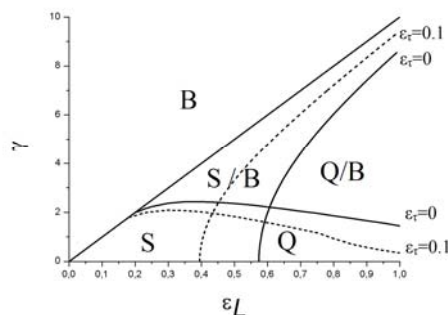


Рис.

квазисинхронный режим, S/B, Q/B – бистабильные режимы. Задержка в цепи ФАПЧ приводит к уменьшению области синхронизации S ($\varepsilon_r=0,1$).

Полученные результаты будут использованы при проведении экспериментального исследования синхронизации с использованием дополнительного соленоида в качестве управляющего элемента.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 13-08-00844.

- [1] Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. – М.: Связь, 1972.
- [2] Матросов В.В., Шалфеев В.Д. Динамический хаос в фазовых системах. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007, 258 с.
- [3] Glyavin M.Yu., Golubyatnikov G.Yu., Ivanov A.S., Luchinin, A.G., Mishagin K.G., Morozkin M.V., Shalfeyev V.D. /In Proc. of 23rd Intern. Crimean Conf. "Microwave and Telecommunication Technology". 2013. P.232.

ЭФФЕКТЫ САМОЛОКАЛИЗАЦИИ В НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ С БЕСПОРЯДКОМ

К.Н. Алешин, О.И. Канаков, Т.В. Лаптева, К.Г. Мишагин, А.А. Тихомиров

Нижегородский госуниверситет

Последние годы проблема распространения и локализации волн в нелинейных пространственно-неоднородных структурированных средах является одним из ведущих направлений исследования в физике колебаний и волн. Общеизвестно, что бегущие волны в низкоразмерных линейных решетках со случайной пространственной неоднородностью в общем случае отсутствуют, поскольку все собственные колебания экспоненциально локализованы – эффект андерсоновской локализации [1]. Этот эффект влечет за собой отсутствие бегущих волн в системе, и, соответственно, экспоненциально слабыми становятся процессы переноса заряда, энергии,

вещества. Нелинейность, неизбежная во многих реальных физических системах, приводит к взаимодействию андерсоновских мод. В случае слабых нелинейностей это приводит к разрушению андерсоновской локализации и субдиффузии волновых пакетов. Ряд универсальных характеристик такого транспорта выявлен как в теоретических и численных работах [2–5], так и в эксперименте [6]. Считается, что субдиффузия связана с возникновением нелинейных резонансов и динамическим хаосом [5].

Вместе с тем, при увеличении амплитуды начального возбуждения деструктивный характер нелинейности меняется на прямо противоположный, происходит так называемая «самолокализация» (англ. «self-trapping»). В этом случае волновой пакет либо начинает диффундировать только после длительных локализованных колебаний, либо его существенная часть вообще остается локализованной в течение всего времени наблюдения [3, 4, 8].

Несмотря на то, что самолокализация была отмечена также и в других численных [7] и экспериментальных работах [8], этот эффект до сих пор не исследован достаточно полно; существуют лишь оценки значений нелинейности, достаточных для самолокализации, вытекающие из критерия нерезонансности нелинейных колебаний с линейным спектром.

Целью настоящей работы является ответ на вопросы: (i) каковы условия самолокализации волновых пакетов? (ii) как соотносятся границы самолокализации с порогами существования и устойчивости бризерных решений [9]? (iii) возникают ли бризероподобные структуры (с конечным временем жизни) внутри расплывающегося волнового пакета, и как при этом изменяется характер диффузии волнового пакета в присутствии подобных самолокализованных состояний?

Исследование было начато в так называемой решетке Фрелиха-Спенсера-Вейна, которая содержит чисто нелинейное взаимодействие между осцилляторами. Особенностью этой модели является то, что ее линейные моды компактны и могут быть записаны в явном виде (отвечают колебаниям отдельного осциллятора), собственные частоты также известны (совпадают с частотами осцилляторов). Аналитические и численные исследования, таким образом, существенно упрощаются. Уже первые численные результаты показывают, что действительно существует некоторое критическое значение параметра связи между осцилляторами, после которого наступает самолокализация начальных возбуждений. Кроме того, для промежуточных значений параметра связи самолокализация носит вероятностный характер, который определяется конкретной реализацией беспорядка. Более точные оценки порогов эффекта еще предстоит получить.

Эффект локализации энергии в нелинейных решётках тесно связан с классом решений, строго периодических во времени и локализованных в пространстве – дискретных бризеров [10]. Как доказательство существования таких решений, так и алгоритм их численного отыскания основываются на идее антиконтинуального предела [11]: в качестве нулевого приближения рассматривается решётка без взаимодействия, имеющая тривиальные периодические решения, где колеблется лишь один осциллятор, а остальные находятся в покое; затем это решение продолжается непрерывно на ненулевые значения параметра связи. Достаточным условием воз-

возможности такого продолжения является отсутствие резонансов продолжаемого решения с малыми колебаниями решётки, что обеспечивается ограниченностью спектра собственных частот малых колебаний и нелинейностью системы.

Авторами реализован численный алгоритм для построения дискретных бризеров в модели Фрелиха-Спенсера-Вейна по методу антиконтинуального предела. Установлено, что бризеры непрерывно продолжаются на конечном интервале параметра взаимодействия до некоторого порогового значения; величина этого порога зависит от параметров системы и от реализации беспорядка; на этом интервале бризер устойчив в линейном приближении, либо имеет окна слабой неустойчивости (инкремент порядка 10^{-6}), в зависимости от параметров и реализации беспорядка.

Итак, первые результаты указывают на то, что в пространственно-неоднородных решетках осцилляторов эффект самолокализации, возникающий в условиях сильной нелинейности, действительно определяется существованием и устойчивостью внезонных дискретных бризеров (или мультибризеров). Дальнейшие исследования должны дать более детальную картину этого явления.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-02-31432.

- [1] Anderson P.W. // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 1492.
- [2] Piovsky A.S., Shepelyansky D.L. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 094101.
- [3] Skokos Ch. et al. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. P. 056211.
- [4] Lapyeva T.V. et al. // Europhys. Lett. 2010. V. 91. P. 30001.
- [5] Flach S. // Chem. Phys. 2010. V. 375. P. 548.
- [6] Lucioni E. et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. P. 230403.
- [7] Kopidakis et al. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 084103.
- [8] Naether et al. // Opt. Lett. 2013. V. 98. P. 1518.
- [9] Kopidakis G. and Aubry S. // Physica D. V. 130. P. 155.
- [10] Flach S., Gorbach A.V. // Physics Reports. 2008. Vol. 467, №. 1. P. 1-116.
- [11] MacKay R.S., Aubry S. // Nonlinearity. 1994. V. 7, №. 6. P. 1623.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ АКТИВНОСТИ В АНСАМБЛЕ СВЯЗАННЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ РУЛЬКОВА

Т.А. Леванова, Г.В. Осипов

Нижегородский госуниверситет

К настоящему времени накоплено множество свидетельств того, что последовательные переключения активности между группами нейронов, генерирующих пакки импульсов, обеспечивают деятельность сенсорных [1] и моторных [2] систем различных животных. Математическим образом такой активности может служить предельный цикл в фазовом пространстве системы. В данной работе приведены результаты численного исследования ансамбля связанных отображений Руйкова [3], описывающего динамику ансамбля нейронов с синаптическими ингибиторными

связями, а также анализа сценариев и условий возникновения последовательной активности и других возможных в данной системе режимов.

Отдельный элемент Рутькова представляет собой двумерное отображение вида

$$\begin{aligned} x^{n+1} &= f(x^n, x^{n-1}, y^n, \alpha), \\ y^{n+1} &= y^n + \mu(-x^n - 1 - \sigma), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$f(x, \hat{x}, y, \alpha) = \begin{cases} \alpha/(1-x) + y, & x \leq 0 \\ \alpha + y, & 0 < x < \alpha + y \text{ и } \hat{x} \leq 0. \\ -1, & x \geq \alpha + y \text{ или } \hat{x} > 0 \end{cases}$$

Быстрая переменная x_i моделирует мембранный потенциал клетки, а уравнение для медленной переменной y_i задает обратную связь и позволяет моделировать медленные процессы. В зависимости от выбранных параметров α и σ элемент способен воспроизводить т.н. silent режим и различные режимы активности, включая тоническую спайковую и берстовую активность.

Влияние синаптической ингибиторной связи моделируется с помощью добавления в оба уравнения, связанные с постсинаптическим элементом, слагаемого $I_{post,j}^n = \gamma_{post,j}^n g_{pre \rightarrow post}(x_{rp} - x_{post}^n) \zeta(x_{pre}^n)$, где $\gamma_{post,j}^n$ моделирует инерционность синаптического воздействия, x_{rp} – реверсивный потенциал, $g_{pre \rightarrow post}$ – сила связи, $\zeta(x_{pre}^n)$ – ступенчатая функция, принимающая значение 1 в случае превышения x_{pre}^n некоторого порога, и 0 – в противном случае, pre и $post$ – номера пресинаптического и постсинаптического элементов, $j=1$ при рассмотрении связей g_1 (направленных по часовой стрелке), и $j=2$ в случае рассмотрения связей g_2 (направленных против часовой стрелки).

Ансамбль связанных элементов Рутькова задается отображением вида

$$\begin{aligned} x_i^{n+1} &= f(x_i^n, x_i^{n-1}, y_i^n + \beta_{syn}(I_{i1}^n + I_{i2}^n)/K_i, \alpha_i), \\ y_i^{n+1} &= y_i^n + \mu_i(-x_i^n - 1 - \sigma_i + \sigma_{syn}(I_{i1}^n + I_{i2}^n)/K_i), \end{aligned} \quad (2)$$

где $i = 1, 2, 3$ – номер элемента, K_i – количество соседей, $\sigma_{syn} = 1$ и $\beta_{syn} = 0,001$ – параметры, регулирующие силу реакции постсинаптического элемента на воздействие пресинаптического.

Для моделирования параметры, отвечающие за поведение индивидуального элемента, были выбраны таким образом, чтобы обеспечить режим тонических спайков: $\sigma=0,15$, $\alpha=3,9$. Параметр μ малый, $\mu=0,001$.

В случае, если величина одной из связей (но не обеих сразу) достаточно мала, например, при $g_2=0$ и $g_1=1,1$ (рис. 1а), $g_1=6$ (рис. 1б), в ансамбле наблюдаются последовательные переключения активности между элементами, при этом длина пачки является постоянной.

При наличии достаточно сильных связей ($g_1=10$, $g_2=10$, рис. 2а,б) с несущественной асимметрией в ансамбле наблюдается режим мультистабильности, в зависимости от начальных условий изображающая точка притягивается к одному из

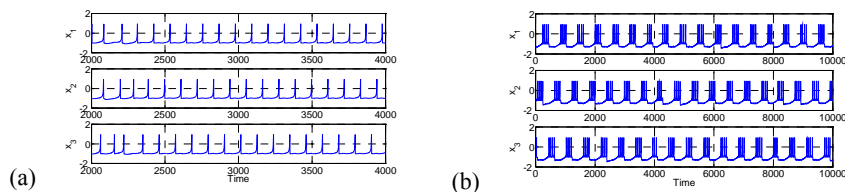


Рис. 1

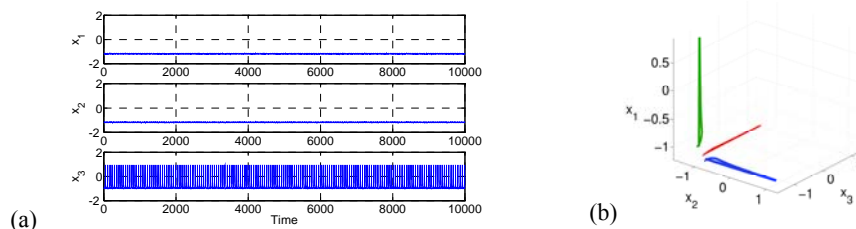


Рис. 2

трех аттракторов в фазовом пространстве, что соответствует возбуждению активности в соответствующем элементе.

Проведя аналогичное исследование, мы выяснили, что в зависимости от значений параметров связи в системе также возможны режимы синхронизации и хаотической пачечной и спайковой активности.

- [1] Afraimovich V.S., Rabinovich M.I., Varona P. // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 2004. V. 14, No.4. P. 1195.
- [2] Rabinovich M.I., Huerta R., Varona P., Afraimovich V.S. // Biol. Cybern. 2006. V. 95, No.6. P. 519.
- [3] Rulkov N.F., Timofeev I., Bazhenov M. // J. of Comput. Neurosci. 2004. V. 17. P. 203.

СИНХРОНИЗАЦИЯ В АНСАМБЛЯХ ИМПУЛЬСНО СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ТИПА НАКОПЛЕНИЕ-СБРОС

М.И. Болотов, Г.В. Осипов

Нижегородский госуниверситет

Синхронизация является центральным механизмом для нейронно-информационных процессов, которые осуществляют связь между различными областями мозга. Одно из наиболее общих динамических явлений, наблюдающихся в мозге млекопитающих, – это когерентное поведение отдельных связанных попу-

ляций нейронов, изучаемое с использованием множества моделей [1, 2]. В данной работе рассматривается обобщение одной из таких моделей [2] на случай двух связанных ансамблей.

Имеется 2 ансамбля (X, Y) , состоящих из $N_{x,y}$ идентичных осцилляторов, каждый из которых связан со всеми другими осцилляторами. Состояние i -го осциллятора ансамбля X и j -го осциллятора ансамбля Y задается, соответственно, переменной x_i и y_j , которая принимает свои значения из отрезка $[0;1]$. Эволюция x_i задается уравнением

$$\dot{x}_i = a_x - x_i + g_x[(1 - \varepsilon)E_x(t) + \varepsilon E_y(t)], \quad (1)$$

эволюция y_j задается уравнением

$$\dot{y}_j = a_y - y_j + g_y[(1 - \varepsilon)E_y(t) + \varepsilon E_x(t)], \quad (2)$$

где $a_{x,y} > 0$ – параметр, определяющий поведение элемента ансамбля при отсутствии связи, $g_{x,y} > 0$ – параметр, характеризующий прочность связи между осцилляторами, $E_{x,y}(t)$ – динамическая переменная, задающая состояние поля соответствующего ансамбля, ε – параметр, задающий силу связи между ансамблями.

Уравнения (1), (2) определяют поведение переменных состояния осцилляторов на отрезке $[0;1]$. Как только x_i (y_j) достигает значения $x_i = 1$ ($y_j = 1$) с соответствующего осциллятора производится импульс. При импульсе значение x_i (y_j) немедленно сбрасывается к нулю и происходит изменение закона, задающего переменную поля $E_x(t)$ ($E_y(t)$).

Эволюция поля ансамбля X задается уравнением

$$\frac{d^2 E_x(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dE_x(t)}{dt} + \alpha^2 E_x(t) = \frac{\alpha^2}{N_x} \sum_{n_x | t_{n_x} < t} \delta(t - t_{n_x}), \quad (3)$$

эволюция поля ансамбля Y задается уравнением

$$\frac{d^2 E_y(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dE_y(t)}{dt} + \alpha^2 E_y(t) = \frac{\alpha^2}{N_y} \sum_{m_y | t_{m_y} < t} \delta(t - t_{m_y}), \quad (4)$$

где $\alpha > 0$ – положительный параметр, характеризующий затухание в уравнениях (3), (4), t_n – момент времени поступления n -го импульса, подсчет импульсов ведется в обоих ансамблях.

В результате исследования динамики изолированного ансамбля ($\varepsilon = 0$) было установлено существование трёх основных режимов: некогерентного, когда поле стационарно, а осцилляторы равномерно распределены на отрезке $[0; 1]$ возможных состояний; слабо когерентного, где поле демонстрирует квазипериодическое поведение, а элементы ансамбля образуют участки сгущения и разрежения; сильно когерентного, при котором динамика поля имеет релаксационный характер, элементы ансамбля частично синхронизированы. Аналитически доказано существова-

ние устойчивого режима эволюции поля при произвольных значениях параметров ансамблей, зависящее исключительно от закона изменения межспайкового интервала.

Исследование динамики двух связанных ансамблей осцилляторов в зависимости от типа поведения индивидуального ансамбля и параметра связи выявило существование следующих режимов: генерация синхронных колебаний в изначально стационарных полях; синхронизация на частоте более когерентного поля; затухание колебаний в полях обоих ансамблей; частичная синхронизация осцилляторов в ансамбле; образование кластеров осцилляторов как в одном, так и в обоих ансамблях. На рис. 1 изображен переход к синхронному режиму при изменении параметра связи ε в случае двух слабо когерентных ансамблей. На рис. 2 отоброжен случай возникновения кластеров в обоих ансамблях. Показано, что образование кластеров происходит при таких значениях параметра связи, когда на каждый ансамбль большее воздействие оказывает поле другого ансамбля.

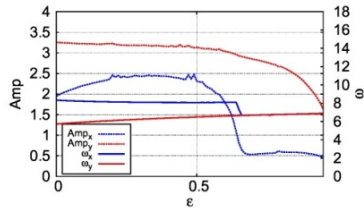


Рис. 1

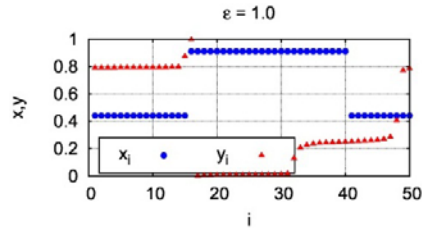


Рис. 2

Авторы благодарят РФФ (грант РФФ №14-12-00811) за финансовую поддержку.

- [1] Van Vreeswijk C. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54, No. 5. P. 5522.
 [2] Olmi S., Livi R., Politi A., Torcini A. // Phys. Rev. E. 2010. V. 81. P. 046119.

ДИНАМИКА ФАЗОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С АДАПТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

Н.С. Дмитриенко, Д.В. Касаткин

Нижегородский госуниверситет

Исследование эффектов синхронизации в сетях взаимосвязанных автоколебательных элементов является важной задачей нелинейной динамики. Подобные сети встречаются в различных областях науки – в физике, химии, биологии, социальных науках и т.д. Сравнительно недавно особое внимание исследователей стали привлекать задачи нового типа. Они связаны с изучением динамики систем с адаптивными связями. Это означает, что эволюция связей определяется динамикой активных элементов сети. Исследование подобных систем проводилось, в том числе, в [1] и [2]. Такие задачи, в частности, возникают в нейродинамике в связи с исследованием

синаптической пластичности. Считается, что именно этот механизм лежит в основе таких функций мозга, как память и обучение.

Предметом исследования данной работы является динамика пары фазовых осцилляторов. Связь между ними является нелинейной и адаптивной – она зависит от состояний осцилляторов, то есть, от их фаз:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1 = 1 - k_{12} \sin(\phi_1 - \phi_2 + \alpha) \\ \dot{k}_{12} = -\varepsilon[\sin(\phi_1 - \phi_2 + \beta) + k_{12}] \\ \dot{\phi}_2 = 1 - k_{21} \sin(\phi_2 - \phi_1 + \alpha) \\ \dot{k}_{21} = -\varepsilon[\sin(\phi_2 - \phi_1 + \beta) + k_{21}] \end{cases}, \quad (1)$$

где ϕ_1 и ϕ_2 – фазы взаимодействующих осцилляторов, k_{12} и k_{21} – коэффициенты связей, α – параметр, соответствующий набегу фазы из-за наличия связи, β – контрольный параметр, позволяющий управлять видом функции связи, ε – малый параметр. Для удобства исследования был произведен переход от фаз к их разности $\phi = \phi_1 - \phi_2$, после чего изучалась система 3-го порядка в цилиндрическом фазовом пространстве:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = -k_{12} \sin(\phi + \alpha) + k_{21} \sin(-\phi + \alpha) \\ \dot{k}_{12} = -\varepsilon[\sin(\phi + \beta) + k_{12}] \\ \dot{k}_{21} = -\varepsilon[\sin(-\phi + \beta) + k_{21}] \end{cases}. \quad (2)$$

Установлено, что при любых значениях параметров в системе существует 4 состояния равновесия. На основе их анализа было проведено разбиение плоскости контрольных параметров (α , β) на области с различным типом и устойчивостью состояний равновесия. Было показано, что вследствие симметрии системы состояния равновесия можно разбить на пары. В каждой паре состояния равновесия имеют одинаковый набор характеристических корней и отличаются лишь координатами. Данное разбиение приведено на рисунке, типы состояний равновесия указаны по отдельности для каждой пары. Как видно из разбиения, можно выделить 2 области. В первой (не заштрихована) состояния равновесия в одной паре являются устойчивыми, а во второй – седловыми. В системе при этом наблюдается бистабильность: в зависимости от начальных условий траектории приходят в одно из двух устойчивых состояний. В исходной парциальной системе это соответствует вращению

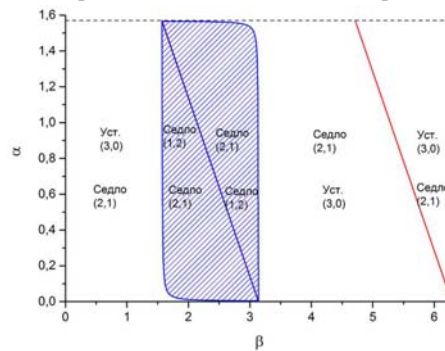


Рис.

осцилляторов с постоянной разностью фаз. Во второй области (заштрихована) устойчивых состояний равновесия нет – все они являются седловыми. В ходе численного моделирования было установлено, что аттракторами системы в этой области являются предельные циклы колебательного и вращательного типа. В силу симметрии системы эти циклы рождаются и исчезают парами. Численно построены границы областей существования циклов кратности 1, и исследованы бифуркации на этих границах. Установлено, что системе в данной области параметров присуща мультистабильность – одновременно может существовать более одной пары аттракторов, например, при одних и тех же значениях параметров может быть устойчивой пара колебательных и пара вращательных предельных циклов. В исходной системе из двух осцилляторов колебательный предельный цикл соответствует режиму, при котором разность фаз осцилляторов при их вращении меняется, не превышая 2π . Вращательный предельный цикл соответствует тому, что разность фаз между осцилляторами непрерывно нарастает.

В случае статической связи в данной системе наблюдается только один режим – вращение с постоянной разностью фаз. Мультистабильностью она также не обладает. Таким образом, введение в такую систему адаптивной связи приводит к появлению в ней новых аттракторов, и, как следствие, новых режимов, а также мультистабильности.

[1] Aoki T., Aoyagi T. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 1, No. 102. P. 034101.

[2] Aoki T., Aoyagi T. // Phys. Rev. E. 2011. V. 84. P. 066109.

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ДВУХМОДОВОЙ МОДЕЛИ СПИНОВОГО ГЕНЕРАТОРА

К.Г. Мишагин^{1,2}, К.Н. Алешин^{1,2}

¹ЗАО «Время-Ч»

²Нижегородский госуниверситет

Возможность генерации сверхвысокочастотных колебаний в слоистых проводящих структурах спин-вентильного типа под воздействием протекающего тока была предсказана теоретически в работах Слончевского [1] и Берже [2], а затем подтверждена экспериментально для наноразмерных структур различной топологии [3–5]. Небольшое рабочее напряжение ($< 0,25$ В), малые размеры (< 100 нм), широкий диапазон перестройки частоты, а также предсказываемая возможность генерации в диапазоне выше 100 ГГц [6] делает спиновые наногенераторы привлекательными и перспективными объектами для современных исследований. Кроме этого, спиновые генераторы демонстрируют ряд интересных эффектов нелинейной динамики. Наличие нелинейного сдвига частоты приводит к эффекту гистерезиса на границе полосы синхронизации при внешнем периодическом воздействии или при синхронизации с помощью петли фазовой автоподстройки. Возможны бистабильные режимы, включая эффект конкуренции мод. Целью данной работы является

ся моделирование динамики спинового генератора в режиме конкуренции мод с учетом воздействия теплового шума, чтобы в дальнейшем исследовать возможности управления для стабилизации энергии в одной из мод либо переключения между модами.

Используется модель двух взаимодействующих спиновых мод, описанная в работе [7], параметры для модели соответствуют эксперименту [8]. Уравнения, описывающие динамику вещественной и мнимой части комплексной амплитуды первой моды $c_1 = a_1 + i \cdot b_1$ с учетом аддитивного шума могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= b_1 + Aa_1 + (a_1^2 + b_1^2)(Ca_1 + Db_1) + (a_2^2 + b_2^2)(Ea_1 + Fb_1) + Ga_1a_2b_2 + Ha_2b_1b_2 + \xi(t) \\ \dot{b}_1 &= -a_1 + \tilde{A}b_1 + (a_1^2 + b_1^2)(\tilde{C}a_1 + \tilde{D}b_1) + (a_2^2 + b_2^2)(\tilde{E}a_1 + \tilde{F}b_1) + \tilde{G}a_1a_2b_2 + \tilde{H}a_2b_1b_2 + \eta(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение для второй моды выглядит аналогично (1). Шум в модели рассматривался как белый гауссовский.

На рис. 1 представлена проекция фазового портрета системы (1) в отсутствие шума, наглядно иллюстрирующая эффект конкуренции мод. Добавление шума приводит к возможности переходов фазовой траектории между окрестностями состояний равновесия O_1 и O_2 . Такие переходы наблюдались в процессе моделирования. Характерное время нахождения фазовой траектории в окрестности состояния равновесия O_1 больше времени нахождения в окрестности O_2 из-за несимметричного расположения границы, разделяющей бассейны притяжения этих состояний равновесия (рис. 1). В результате на спектре мощности колебаний компонента первой моды заметно выше компоненты для второй моды (рис. 2).

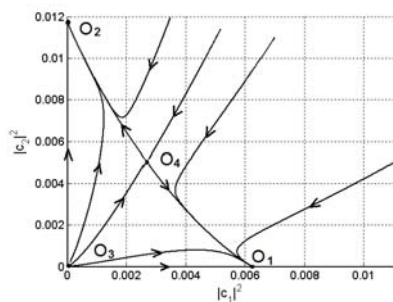


Рис. 1

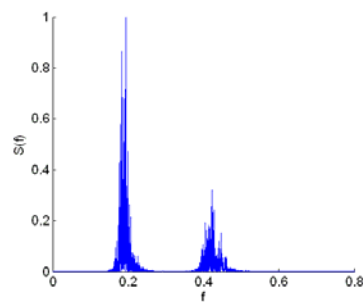


Рис. 2

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №13-02-97028.

- [1] Slonczewski J. // J. Magn. Magn. Mater. 1996. V. 159. P. L1.
- [2] Berger L. // Phys. Rev. B. 1996. V. 54. P. 9353.
- [3] Katine J.A., et al // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 3149.
- [4] Kiselev S.I., et al // Nature (London). 2003. V. 425. P. 380.

- [5] Tsou M., et al // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 4281.
 [6] Hofer M.A., et al // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 267206.
 [7] Aguiar F.M., et al // Phys. Rev. B. 2007. V. 75. P. 132404.
 [8] Krivorotov I. N., et al // Science. 2005. V. 307. P. 228.

АНАЛИЗ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ МАЛЫХ АНСАМБЛЕЙ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ПОТОКОВОГО ТИПА

К.Н. Алешин, В.В. Матросов

Нижегородский госуниверситет

Ансамбли связанных систем фазовой синхронизации (СФС) чрезвычайно распространены и используются в энергетике, радиолокации, космической промышленности, биологии. Абстрактность моделей СФС позволяет применять уравнения, описывающие одно конкретное явление, к изучению проблем совершенно различной природы.

Рассмотрим в качестве базовой модели ансамбль элементов фазовой автоподстройки частоты (ФАП) без частотного фильтра, соединённых однонаправленными связями. Уравнения, описывающие эту модель, можно записать следующим образом (см. [1]):

$$\begin{cases} \frac{d\varphi_1}{d\tau} = \gamma - \sin(\varphi_1) \\ \frac{d\varphi_n}{d\tau} = \gamma - \sin(\varphi_n) - \delta \sin(\varphi_{n-1}) \end{cases}, \quad (1)$$

где γ – это частотная расстройка, δ – параметр связи, φ_i – текущая фаза i -го элемента ФАП, n – номер текущего элемента, n пробегает целые значения от 2 до N – количества элементов ансамбля. Так как координаты φ_i входят в уравнения как аргументы 2π -периодических функций, то фазовое пространство системы (1) – n -мерный тор, однако в силу однонаправленности связи каждый элемент можно рассматривать как систему слежения за модулированным сигналом с двумерным фазовым пространством.

Динамика элемента ФАП без фильтра, не связанного с другими, хорошо изучена [2], поэтому перейдём сразу к анализу устойчивости системы многих элементов ФАП.

На рис. 1а проиллюстрированы несколько областей C_S^N для первых восьми элементов, ниже границ этих областей для соответствующего значения N система 1 находится в режиме глобальной синхронизации. При значениях $\gamma > 1$ глобального режима синхронизации не существует, так как по крайней мере у первого элемента ансамбля фазовая скорость в этом случае не обращается в нуль ни в какой точке фазового пространства.

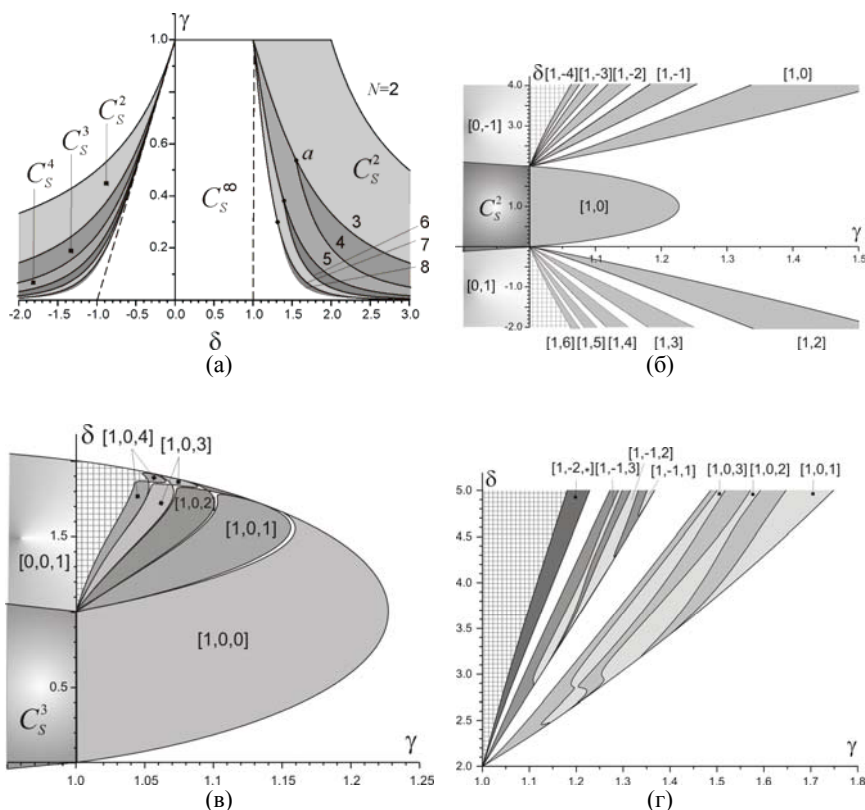


Рис. 1

Динамика системы (1) вне области синхронизации определяется числом вращения [3]. На рис. 1б приведено разбиение пространства параметров (γ, δ) для ансамбля из двух элементов на области с различными числами вращения. Внутри белых областей число вращения иррационально, а траектории всюду плотно покрывают фазовое пространство. Внутри областей, помеченных сигнатурой $[m, n]$ число вращения рационально, m – количество поворотов по первой координате, n – по второй, а знак минус означает, что повороты происходят в обратную сторону. Внутри области, заштрихованной в клетку, происходит предельный переход между областью $[1, 0]$ и $[0, -1]$, а сама область содержит счётное множество подобластей типа $[1, p]$, где p – натуральное число, $p \geq 4$.

Добавление нового элемента в цепочку приводит к сохранению динамики первых двух элементов в силу однонаправленности связи, однако области $[m, n]$ расщепляются на подобласти $[m, n, k]$, разделённые областями с

иррациональным числом вращения, где m и n наследуются от цепочки меньшего размера, а k определяет число поворотов для нового элемента цепочки. В случае ансамбля из N элементов получим набор областей $[i_1, i_2, \dots, i_N]$, вложенных в соответствующие области разбиения пространства параметров для цепочек меньших размерностей.

Заметим, что переход между областями с рациональным и иррациональным числами вращения сопровождается бифуркацией двукратного предельного цикла в глобальном фазовом пространстве для соответствующей периодической траектории.

- [1] Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под. ред. А.В. Гапонова-Грехова, М.И. Рабиновича. – Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1989, 256 с.
- [2] Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. – М.: Связь, 1972, 447 с.
- [3] Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в теорию динамических систем с обзором последних достижений. – М.: МЦНМО, 2005, 464 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БИОЛОГИЧЕСКИ ПРАВДОПОДОБНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

П.М. Есир, А.Ю. Симонов

Нижегородский госуниверситет

Среди всех паттернов активности биологически правдоподобных нейронных сетей наибольший интерес представляет так называемая пачечная активность, поскольку она является наиболее часто встречающейся. Пачечная активность наблюдается и в экспериментах *in vivo*, и в экспериментах *in vitro* с нейронными культурами, и при численном моделировании нейронных сетей [1–3]. Однако, несмотря на наличие большого числа работ по исследованию пачечной активности, это явление остаётся не до конца изученным.

С целью изучения зависимости характеристик пачек от синаптических параметров в данной работе была предложена численная модель нейронной культуры, составленная из модели нейрона Ижикевича и модели синапса Цодыкса [4, 5].

Модель нейрона Ижикевича:

$$\begin{cases} C_m \dot{V} = 0.04V^2 + 5V + 140 - U + I + I_{syn} \\ \dot{U} = a(bV - U) \end{cases} \quad (1)$$

если $V \geq V_{порог}$, то

$$\begin{cases} V = c \\ U = U + d \end{cases}$$

Модель синапса Цодыкса:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \frac{z}{\tau_{rec}} - ux\delta(t - (t_{sp} + d)) \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{y}{\tau_{psc}} + ux\delta(t - (t_{sp} + d)) \\ \frac{dz}{dt} = \frac{y}{\tau_{psc}} - \frac{z}{\tau_{rec}} \\ \frac{du}{dt} = -\frac{u}{\tau_{fac}} + V(1-u)\delta(t - (t_{sp} + d)) \\ I_{syn}(t) = \sum_j W_j * y_j(t) * (V - V_{rev}) \end{array} \right. \quad (2)$$

Сеть состоит из двух популяций: тормозной и возбуждающей. Параметры всех нейронов одной популяции являются одинаковыми, за исключением внешнего тока, который представляет собой пуассоновский шум, частота которого нормально распределена по всей популяции возбуждающих нейронов. Для тормозных нейронов внешний ток равен 0. Синаптические параметры, за исключением весов и длительностей, которые распределены нормально, также одинаковы для всех синапсов одного типа. Количество связей в сети подобрано таким образом, чтобы вероятность двух нейронов быть связанными была равна 10%.

В результате моделирования были найдены зависимости длительностей и периодов следования пачек от синаптических параметров. Было обнаружено, что при варьировании большинства параметров эти характеристики меняются незначительно. Только при увеличении времени затухания постсинаптического тока длитель-

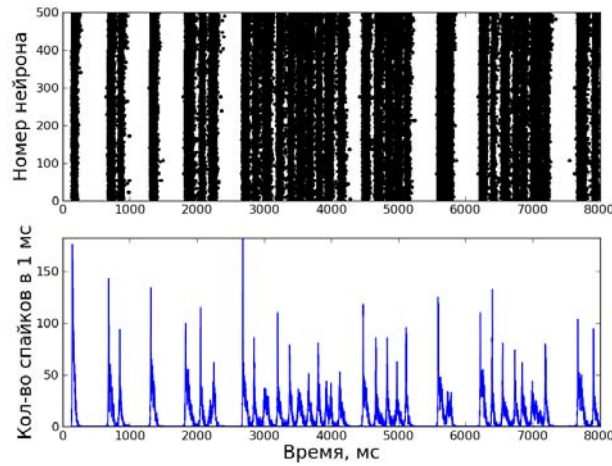


Рис.

ность пачек увеличивается значительно. Также при увеличении данного параметра наблюдается эпилептиформная активность в виде супербёрстов (см. рисунок).

- [1] Wagenaar D.A., Pine J., Potter S.M. // BMC Neurosci. 2006. V. 7. P. 11.
- [2] Pimashkin A., Kastalskiy I, Simonov A, Koryagina E, Mukhina I, Kazantsev V. // Front. Comput. Neurosci. 2011. V. 5. P. 46.
- [3] Gritsun T. A., Le Feber J, Stegenga J, Rutten WL. // Biol. Cybern. 2010. V. 102, No. 4. P. 293–310.
- [4] Izhikevich E.M. // IEEE Trans. Neural Netw. 2003. V. 14, No. 6. P. 1569.
- [5] Tsodyks M., Uziel A., Markram H. // J. Neurosci. 2000. V. 20, № 1. P. RC50.

ВЛИЯНИЕ ИОННОГО ТРАНСПОРТА ЧЕРЕЗ ВНЕСИНАПТИЧЕСКИЕ ГАМК_A-РЕЦЕПТОРЫ НА СЕТЕВЫЕ СВОЙСТВА ИНТЕРНЕЙРОНОВ ГИППОКАМПА

Д.А. Адамчик¹⁾, В.Б. Казанцев^{1,2)}

¹⁾*Нижегородский госуниверситет*

²⁾*Институт прикладной физики РАН*

ГАМК_A-рецепторы играют существенную роль в процессе обработки информации в мозге и при возникновении различных нейропатологий, таких как эпилепсия, боль и тревога [1]. Активация синаптических ГАМК_A-рецепторов приводит к появлению быстрых тормозных постсинаптических токов (ТПСТ), которые гиперполяризуют клеточную мембрану, уменьшая вероятность генерации нейроном потенциала действия [1]. Активация внесинаптических ГАМК_A-рецепторов влияет на свойства как отдельных нейронов, так и сети в целом. Это влияние определяется не только потенциалом реверсии для данного типа каналов, но и их суммарной проводимостью, которая зависит от концентрации внеклеточной ГАМК (γ -аминомасляная кислота) [2]. При превышении потенциалом реверсии равновесного мембранного потенциала, ионный транспорт через внесинаптические ГАМК_A-рецепторы оказывает бифазный эффект на частоту импульсной активности нейрона. Низкая концентрация внеклеточной ГАМК, а следовательно, и малая проводимость внесинаптических ГАМК_A-рецепторов, деполяризуя клеточную мембрану, повышает среднюю частоту активности, в то время как высокая концентрация, а с ней и большая проводимость, оказывая шунтирующий эффект, понижает последнюю [2]. Бифазный эффект проявляется также и на уровне сети: повышение концентрации внеклеточной ГАМК приводит сначала к усилению синхронизации, а затем к её ослаблению [3].

Задачей настоящего исследования является выяснение действия внеклеточной ГАМК на поведение нейронного генератора с сетевой обратной связью [4]. Эта задача сводится к изучению поведения функции отклика нейрона, зависимости средней частоты импульсов на выходе генератора от средней частоты входного импульсного воздействия, в зависимости от по-

тенциала реверсии E_{GABA} и удельной проводимости g_{GABA} . Учёт ионного транспорта через внесинаптические ГАМК_A-рецепторы в рамках формализма Ходжкина-Хаксли сводится к добавлению к мембранному току, содержащему участвующие в генерации потенциала действия традиционные натриевый и калиевый компоненты, тока через внесинаптические ГАМК_A-рецепторы, вводимого в приближении постоянной концентрации внеклеточной ГАМК через постоянную проводимость: $I_{GABA} = g_{GABA}(V - E_{GABA})$. За основу для моделирования была взята модель интернейрона [5]. Нейрон был снабжен возбуждающим входом согласно модели синаптической передачи, взятой из работы [6].

Численное моделирование показало изменение функции отклика в зависимости от исследуемых параметров. Так, при $E_{GABA} > -56,8$ мВ, что на 7,2 мВ превышает значение равновесного мембранного потенциала для данного типа нейронов, наблюдается сдвиг функции отклика в положительном направлении в некотором диапазоне проводимостей. При этом величина сдвига максимальна при некотором значении из этого диапазона, а сам диапазон увеличивается с ростом потенциала реверсии от его критического значения. На рис. 1 приведены для сравнения графики выходной характеристики в контроле (сплошная кривая) и для двух значений проводимости (пунктирная кривая) вместе с прямой $f_{IN} = f_0 + K_N f_{OUT}$, пересечения с которой определяют состояния равновесия в модели нейронного генератора с сетевой обратной связью [4]. Сдвиг кривой отклика приводит, очевидно, к разрушению бистабильности и переходу системы в строго моностабильный режим с состоянием равновесия, отвечающим повышенному уровню сетевой активности.

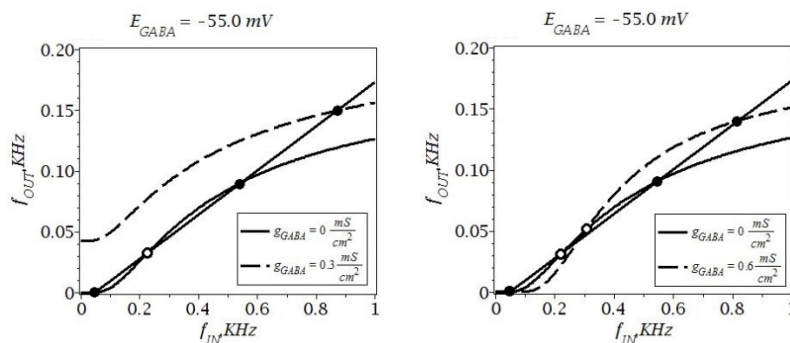


Рис. 1

Качественное объяснение данного эффекта может быть получено из анализа одномерной динамической системы $CdV/dt = -I_{mem, \infty}(V; E_{GABA}, g_{GABA})$, которую можно получить из исходных уравнений [5] в квазистатическом приближении. На рис. 2 приведены диаграммы, на которых обозна-

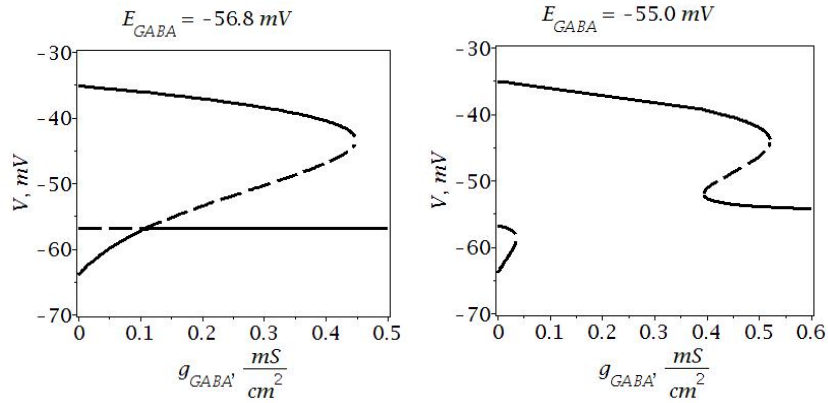


Рис. 2

чены состояния равновесия редуцированной системы для двух значений потенциала реверсии.

Устойчивое состояние равновесия с более отрицательным значением мембранного потенциала отвечает покою нейрона, а с менее отрицательным – возбуждённому состоянию, в котором нейрон периодически генерирует потенциалы действия. При $E_{GABA} > -56,8$ мВ ионный транспорт через внесинаптические ГАМК_A-рецепторы приводит к уничтожению равновесия в определённом диапазоне проводимостей, что и приводит к сдвигу вверх функции отклика и переходу системы в строго моностабильный режим.

Таким образом, воздействие внесинаптических ГАМК_A-рецепторов на динамику нейрона может существенно изменить режим функционирования как отдельных нейронов, так и интегральную активность нейронной сети.

Работа поддержана грантом Правительства РФ (соглашение от 27 августа 2013 г. № 02.В.49.21.0003).

- [1] Song I., Savtchenko L., Semyanov A. // Nature Comm. 2011.
- [2] Kazantsev V.B., Gordleeva S.Y., Stasenko S.V., Dityatev A.E. // JETP Letters. 2012. V. 96, No. 11. P. 739.
- [3] Semyanov A. et al. // Trends in Neurosciences. 2004. V. 27, No. 5.
- [4] Song I. et al. // Nature Comm. 2011.
- [5] Pavlov I. et al. // PNAS, 2014. V. 111, No. 1.
- [6] Kazantsev V. B. et al. // JETP Letters. 2012. V. 96, No. 11. P. 739.
- [7] Wang X.-J. and Buzsáki G. // The J. of Neurosci. 1996.
- [8] Gordleeva S. Yu. et al. // Frontiers in Computational Neurosci. 2012. V. 6.

СПАЙКОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В СЕТИ СИНАПТИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ МОДЕЛЬНЫХ НЕЙРОНОВ

А.А. Цыганов

Нижегородский госуниверситет

Нейрофизиологические эксперименты показали, что некоторые нервные процессы (например, процессы, связанные с выполнением различных когнитивных функций – памяти, внимания, психомоторной координации и т.д.) сопровождаются только переходной деятельностью на уровне отдельных нейронов или достаточно малых групп нейронов [1]. В результате этих процессов в нейронной сети появляется определенная последовательность переходных фаз активности [2].

В данной работе было проведено исследование динамики ансамбля нейронов в ответ на поданный информационный сигнал в виде короткого импульса на один из нейронов сети, архитектура которой представлена на рис. 1.

Математическая модель системы приведена ниже:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_i + F(x_i) - y_i - \beta * H(x_i - d) - I_{syn} + I_{app} \\ \dot{y}_i = y_i + \varepsilon * (x_i - J) \\ \dot{s}_i = s_i + \alpha * \chi_{ij} * (1 - s_i) - \alpha * s_i \end{cases},$$

$$F(x) = x * (x - a) * (1 - x), H(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x < 0 \end{cases},$$

$$I_{syn} = g_{syn} * s_i * (x_i - x_{rp}), \chi_{ij} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n H(x_i - x_{spike}),$$

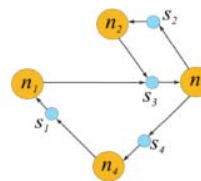


Рис. 1

где x – переменная качественно описывает динамику мембранного потенциала нервной клетки, y – совокупное действие всех ионных токов, проходящих через мембрану нейрона и отвечающих за восстановление покоя мембраны, n – количество нейронов в сети, ε – определяет характерный временной масштаб изменения восстанавливающей переменной y , I_{app} – подаваемый сигнал, J – контролирует уровень деполяризации мембраны, β и d – характеризуют порог возбуждения различного вида колебаний, s_i – синаптическая проводимость, I_{syn} – синаптический ток, x_{rp} – определяет обратный потенциал и, следовательно, тип синапса: возбуждающий или тормозящий, g_{syn} – сила синаптической связи, α – определяет скорость релаксации синаптической проводимости, x_{spike} – пороговый параметр. Исследование было проведено для следующих значений параметров: $a=0,1$, $\beta=0,5$, $d=0,4$, $\varepsilon=0,0001$, $g_{syn}=0,1$, $x_{rp}=0,4$, $x_{spike}=0,2$, $\alpha=0,01$.

В ходе исследования было установлено, что сеть нейронов отвечает на поданный импульс серией спайков от каждого из нейрона сети, а также что от выбора нейрона для подачи на него сигнала зависит лишь последовательность всплесков нейронов сети, но не величина берста. Было установлено, что второй и четвертый нейроны генерируют спайки всегда синфазно, в отличие от первого и третьего, что обусловлено видом синаптической связи и архитектурой ансамбля и наглядно про-

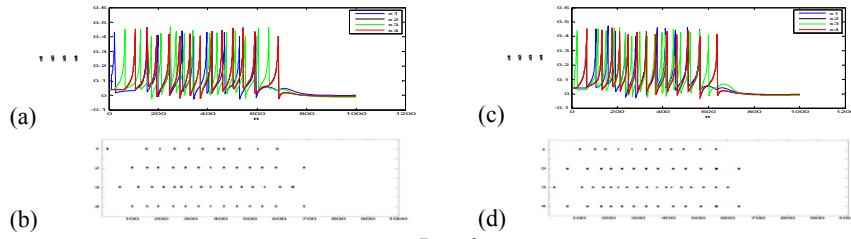


Рис. 2

демонстрировано на рис. 2 в виде реализаций и разверток для каждого из нейронов сети при подаче импульса на первый нейрон (рис. 2a,b) и на третий нейрон (рис. 2c,d).

Будем подавать на отдельный нейрон (первый) дуплет коротких импульсов с различными временными интервалами. Установлено, что в зависимости от времени приложения второго импульса меняется динамика ансамбля, и при повторении



Рис. 3

порядок всплесков нейронов сохраняется, что наглядно продемонстрировано на рис. 3 в виде разверток для нейронов сети при различных временных интервалах между импульсами (a) $T=1700$, (b) $T=2000$, (c) $T=2300$. Это свойство сети можно трактовать как память о первом возбуждении. В результате того, что процесс полного восстановления сети нейронов после возбуждения длится достаточно долгое время, и нейроны по очереди приходят в состояние равновесия, можно сказать, что данная модель очень хорошо демонстрирует процессы головного мозга, связанные с памятью.

В качестве модели нейрона рассматривалось двумерное точечное отображение Некоркина-Вдовина [1]. Изучена динамика малой сети синаптически связанных модельных нейронов, находящихся в возбудимом режиме. Показано, что стимуляция одного из элементов изначально покоящейся сети приводит к возникновению в ней ограниченных во времени спайковых последовательностей. При этом оказалось, что форма этих последовательностей (порядок зажигания элементов сети) существенно зависит от характеристик (амплитуда, межимпульсный интервал и т.д.), стимулирующего воздействия и места его приложения. Установлено, что такое поведение связано с нетривиальными свойствами возбудимого режима одночного элемента сети.

[1] Nekorkin V.I., Vdovin L.V. // *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Prikladn. Nelinejn. Dyn.* 2007. V. 15. P. 36.

[2] Courbage M., Nekorkin V.I., Vdovin L.V. // *Chaos*. 2007. V. 17. Art. No. 043109.

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ КАЛЬЦИЕВЫХ СИГНАЛОВ В НЕЙРОН-ГЛИАЛЬНЫХ СЕТЯХ МОЗГА ПО ДАННЫМ КОНФОКАЛЬНОГО ФЛУОРЕСЦЕНТНОГО ИМИДЖИНГА**И.А. Кастальский¹⁾, А.С. Пимашкин¹⁾, Е.В. Митрошина^{1,2)}, М.В. Ведунова^{1,2)},
В.Б. Казанцев^{1,3)}**¹⁾*Нижегородский госуниверситет*²⁾*Нижегородская государственная медицинская академия*³⁾*Институт прикладной физики РАН*

Исследование сетевой сигнализации в нейрон-глиальных системах является одной из фундаментальных задач современной нейронауки. Принято считать, что многие процессы в мозге, связанные с реализацией когнитивных функций (память, восприятие и обработка информации), – это принципиально сетевые феномены. На сегодняшний день обнаружено значительное влияние клеток астроглии на нейросетевую активность [1, 2].

О существовании сетевой сигнализации в астроцитарных сетях доподлинно неизвестно, несмотря на широкую изученность молекулярно-клеточных аспектов сигнальных процессов в нейронах и глиальных клетках. Обнаружение функциональной взаимосвязи и критической сетевой сигнализации позволит разработать новые подходы к изучению механизмов возникновения нейродегенеративных заболеваний.

Функциональная кальциевая активность клеток оценивалась по спонтанному изменению внутриклеточной концентрации ионов Ca^{2+} , которое регистрировалось с помощью Ca^{2+} чувствительного красителя Oregon Green 488. Материалом для исследований явились диссоциированные культуры гиппокампа, полученные от 18-дневных эмбрионов мышей линии СВА. Использована оптическая система конфокальной и двухфотонной сканирующей флуоресцентной микроскопии Carl Zeiss LSM 510 NLO. В работе использован генетически кодированный флуоресцентный белок GFAP для идентификации астроцитов.

Для эффективного анализа данных оптического имиджинга Ca^{2+} активности нейронных и астроцитарных сетей выполняется предварительная обработка изображений с фильтрацией шума. Далее выделяются осциллирующие участки сети и проводится их морфологический анализ: сегментация клеток на компартменты – сому и отростки (см. рис. 1), следы Ca^{2+} активности (слева) и разделение на сомы и отростки (справа), все компартменты пронумерованы градацией цвета. Затем детектируются импульсные события для каждой сомы и примыкающих к ней отростков, при этом учитываются координаты начала и направление распространения Ca^{2+} события.

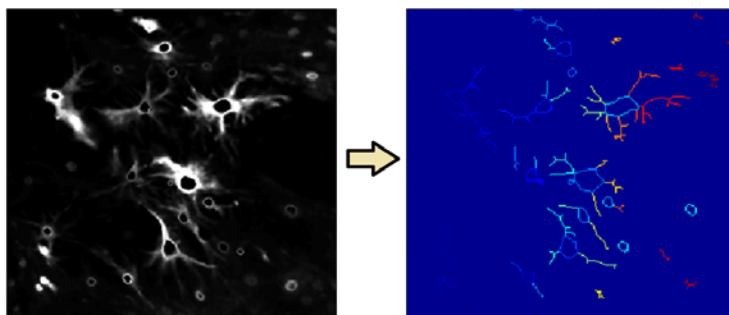


Рис. 1

Результаты анализа показали, что сигналы в астроцитах обладают большой вариабельностью по размеру, длительности, скорости и дальности распространения, а также по частоте возникновения в различных компартментах. Возбуждение Ca^{2+} событий происходит преимущественно у концов отростков, а вектор распространения направлен в сторону тела клетки. Выявлена прямая зависимость между размером событий и процентом переданных сигналов на соседний компартмент астроцита. Распределения параметров Ca^{2+} сигналов свидетельствуют о принципах самоорганизованной критичности в функционировании нейрон-глиальной сети (рис. 2).

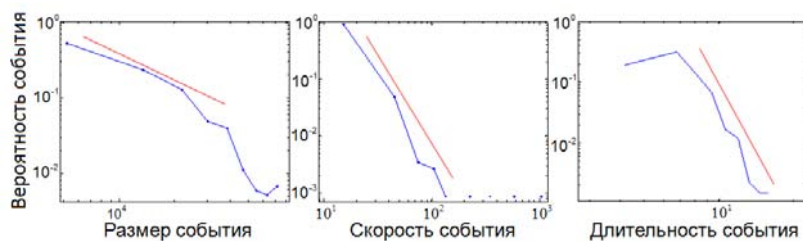


Рис. 2

Работа поддержана грантами РФФИ № 13-04-01871, 13-04-12-067, 14-04-31601 и грантом Президента РФ (МК-4602.2013.4).

- [1] Wu Y.-W., Tang X., Arizono M., Bannai H., Shiha P.-Y., Dembitskaya Y., Kazantsev V., Tanaka M., Itohara S., Mikoshiba K., Semyanov A. // *Cell Calcium*. 2014. V. 55(2). P. 119.
- [2] Sun M.-Y., Devaraju P., Xiaoqiao Xie A., Holman I., Samones E., Murphy T.R., Fiacco T.A. // *Cell Calcium*. 2014. V. 55(1). P. 1.

ФАЗОВАЯ ДИНАМИКА НЕЙРОНОВ С ИНГИБИТОРНЫМИ И ВОЗБУЖДАЮЩИМИ СВЯЗЯМИ

Р.С. Нагорнов, Г.В. Осипов

Нижегородский госуниверситет

В функционировании центральных генераторов ритма (ЦГР) главнейшую роль играет воспроизведение временных паттернов активности сети и не важна собственная динамика нейрона [1]. При компьютерном моделировании ЦГР часто используются биологические модели нейронов типа Ходжкина-Хаксли. К сожалению, при таком выборе модели аналитический подход к ее анализу неприменим из-за сложности модели. К тому же компьютерное моделирование сетей нейронов на основе биологически-релевантных моделей вычислительно затратно. В этой связи возникает вопрос о нахождении простой модели нейронов, связанная сеть которых способна воспроизводить большинство паттернов активности ЦГР, найденных в исследованиях и воспроизведенных в вычислительных экспериментах с использованием биологических моделей [1, 2]. Временные паттерны, кодирующие движения, являются устойчивыми синхронными или, как минимум, транзитивно повторяющимися режимами, при которых имеет место сохранение фазовых расстроек между элементами сети. В этой связи логично в качестве простой модели выбрать фазовый осциллятор.

В данной работе проводилось исследование динамики различных моделей больших нейронных сетей на основе фазовых осцилляторов и их сравнение с аналогичными биологическими моделями.

После некоторых упрощений систему уравнений, описывающих ЦГР, можно свести к системе связанных фазовых осцилляторов:

$$\dot{\varphi}_i = \gamma_i - \sin \varphi_i + \sum_{j=1}^N d_{ji} \cdot F(\varphi_j),$$

где φ_i – фаза i -ого осциллятора ($i = 1, \dots, N$), N – число осцилляторов, $\gamma_i \approx 1$ – собственная частота фазового осциллятора (для автоколебательного элемента γ_i чуть больше единицы, для возбудимого – чуть меньше); для удобства параметры берутся согласно условию $\gamma_i < \gamma_{i+1}$, d_{ji} – сила связи j -ого нейрона с i -м ($i \neq j$), $F(\varphi)$ – 2π -периодическая функция связи.

В качестве простейшего элемента ЦГР можно рассматривать халф-центр – два нейрона в режиме автоколебаний, связанных ингибиторной связью. Для этого в нашей исходной системе возьмем величину $\gamma_i > 1$, $d_{12} = d_{21} = d < 0$, функция F – унимодальная и принимает значение 0 на интервале $(\pi/2 - \sigma, \pi/2 + \sigma)$ и значение 1 вне его. Карта режимов такой системы представлена на рис. 1.

Несмотря на простоту, данная система демонстрирует богатую динамику. В ней возможны различные $n:m$ синхронные синфазные и противофазные режимы, режим ингибирования медленного осциллятора быстрым, а также режим отсутствия колебаний в обоих осцилляторах.

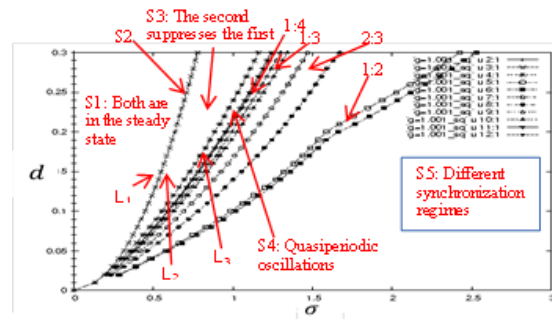


Рис. 1

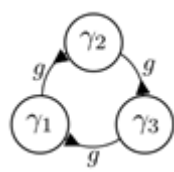


Рис. 2

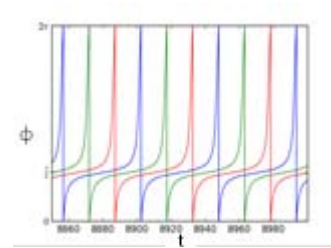


Рис. 3

На следующем этапе были рассмотрены различные конфигурации ансамблей из трех элементов. Один из наиболее ярких режимов активности в таких ансамблях – режим переключательной активности, которая встречается в автоколебательных ансамблях с односторонней ингибиторной связью (рис. 2) [2]. Данный режим был обнаружен в рассматриваемой системе, что согласуется с гипотезой о том, что с помощью предложенной модели можно моделировать сложные нейронные ансамбли. Временная реализация этого режима представлена на рис. 3.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 14-12-00811.

- [1] Sakurai A., Newcomb J.M., Lillvis J.L., Katz P.S. // Current Biology. 2001. V. 21. P. 1036.
 [2] Wojcik J., Schwabedal J., Clewley R., Shilnikov A.L. // PloS one. 2014. V. 9, No. 4. P. e92918.

КОНКУРЕНТНАЯ ДИНАМИКА В СОСТАВНЫХ СИНТЕТИЧЕСКИХ ГЕННЫХ СИСТЕМАХ

А.А. Заикин, М.В. Иванченко, О.И. Канаков

Нижегородский госуниверситет

Одним из основных механизмов, управляющих деятельностью живой клетки, является динамическая взаимная активация и подавление генов, входящих в состав клеточного генома и образующих генную регуляторную сеть. Аппарат современной синтетической биологии позволяет создавать искусственные генные сети сложностью порядка нескольких генов [1]. Исследования таких синтетических генных сетей направлены на создание внутриклеточных управляющих систем для обеспечения некоторой полезной функциональности, искусственно навязанной живой клетке. Потенциальные области применения таких систем охватывают приложения в здравоохранении, энергетике, экологии и др.

К настоящему времени на основе синтетических генных сетей реализованы основные типы индивидуальной и коллективной динамики, логические операции, сенсорные функции. В то же время, создание сложных сетей пока ограничено небольшим достижимым количеством генов, которые могут быть искусственно встроены в клетку. Для преодоления этого ограничения мы предлагаем подход «составных» генных сетей, состоящий в разделении сети на подсистемы, расположенные в разных клетках. Взаимодействие между клетками может быть реализовано с помощью природного механизма «кворум-сенсинга» (quorum-sensing), основанного на обмене специальными сигнальными молекулами (из семейства AHL).

В качестве парадигматического примера составной генной сети предлагается бистабильная система (переключатель), основанная на конкуренции двух популяций клеток, каждая из которых является носителем одного из компонентов составной сети. Каждый из двух компонентов сети производит свой тип сигнального вещества (AHL1 и AHL2), подавляющий аналогичную активность противоположного компонента. Синтез AHL1 и AHL2 зависит от экспрессии генов luxI1 и luxI2, репрессируемых промежуточным геном-репрессором (например, lacI), который, в свою очередь, активируется молекулой AHL противоположной популяции.

Модель данной сети с учетом межклеточной диффузии AHL может быть записана в форме безразмерной системы уравнений с частными производными

$$\begin{aligned} \partial_t x &= \frac{1}{1+l_1^m} - x & \partial_t y &= \frac{1}{1+l_2^m} - y \\ \frac{1}{\gamma_2} \partial_t l_1 &= l_0 \frac{\mu+r}{1+r} - l_1 & \frac{1}{\gamma_2} \partial_t l_2 &= l_0 \frac{\mu+a}{1+a} - l_2, \\ \partial_t a &= b_a x - \gamma_3 a + D\Delta a & \partial_t r &= b_r y - \gamma_3 r + D\Delta r \end{aligned} \quad (1)$$

где x и y – концентрации luxI1 и luxI2, l_1 и l_2 – концентрации lacI в клетках двух типов, a и r – концентрации AHL1 и AHL2. Параметры l_0 , b_a и b_r определяют относительную интенсивность экспрессии гена lacI и синтеза AHL1 и AHL2, m – показатель кооперативности для репрессора (в случае lacI, $m=4$), $\mu \ll 1$ – фоновую экс-

прессию luxI1 и luxI2 в отсутствие активатора, γ_2 и γ_3 – относительную скорость деградации для lacI и AHL, D – коэффициент диффузии AHL.

Исследование локальной динамики (при $D=0$) в симметричном случае ($b_a = b_r = b$) показывает, что состояние равновесия, расположенное на инвариантном многообразии $x = y$, $l_1 = l_2$, $a = r$, теряет устойчивость по отношению к возмущениям, выводящим за пределы инвариантного многообразия, при выполнении условий

$$\mu \ll \left(\frac{b-1}{\gamma_3 l_0} \right)^{\frac{1}{m+1}}, \quad \frac{1}{l_0} \ll \frac{b}{\gamma_3} \ll l_0^m, \quad m > 1. \quad (2)$$

В этом случае в фазовом пространстве по обе стороны инвариантного многообразия существуют аттракторы, а значит, имеет место бистабильность. Выполнение условия (2) может быть обеспечено выбором достаточно малого значения μ и достаточно большого значения l_0 , что достижимо в реальном эксперименте.

В распределенной системе (с учетом диффузии, при $D > 0$) бистабильному режиму в симметричном случае соответствует неподвижный кинк (фронт). Этот режим, однако, структурно неустойчив, и в случае малой асимметрии (например, при $b_a \neq b_r$) фронт становится подвижным. В системе ограниченного размера такой фронт распространяется до краев системы, в результате чего устанавливается пространственно-однородное состояние. Эти выводы подтверждаются численным моделированием.

На рисунке представлены рассчитанные пространственные профили концентраций $a(z)$ и $b(z)$ для стационарного распространяющегося фронта в асимметричном случае при $m=4$, $\gamma_{2,3}=1$, $l_0=3$, $b_a=5,2$, $b_r=5$, координата z измеряется в единицах $z_0=(D/\gamma_3)^{1/2}$.

Указанные свойства позволяют использовать такую систему в качестве многоклеточного переключателя, обладающего лучшей стойкостью к флуктуациям по сравнению с одноклеточными переключателями. Такой переключатель может управляться каким-либо сенсорным механизмом клетки через дополнительный сегмент генной сети, что открывает перспективу применения таких систем для создания синтетических биосенсоров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №13-02-00918.

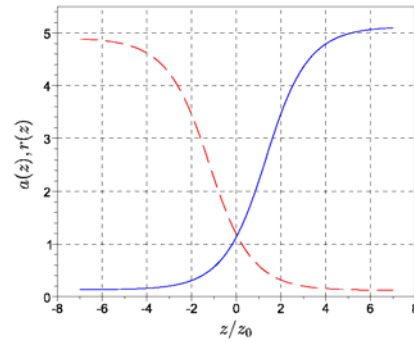


Рис.

[1] Rollié S., Mangold M., Sundmacher K. //Chem. Engineer. Sci. 2012. V. 69, No. 1. P. 1.

СИНХРОНИЗАЦИЯ МОДЕЛЬНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ НЕЙРОНОВ В БЕЗМАСШТАБНЫХ СЕТЯХ

И.А. Лукьянов

Нижегородский госуниверситет

Большие сетевые системы со сложной архитектурой связей являются объектом изучения многих естественных, технических и социальных наук. Существуют экспериментальные данные, показывающие, что некоторые из кластеров коры головного мозга обладают свойствами так называемых безмасштабных сетей [1].

Безмасштабные сети – это сети с большим числом узлов, степени которых распределены по степенному закону. Для того чтобы описать механизмы возникновения таких сетей, необходимо рассмотреть не просто их конечную топологию, а процесс их роста и эволюции [2]. Алгоритм создания безмасштабной модели состоит из следующих шагов [3]:

1) Рост. К небольшому начальному числу узлов в каждый момент времени добавляется новый узел, образующий фиксированное число связей m с узлами, уже имеющимися в сети.

2) Предпочтительное присоединение. При выборе узлов, к которым новый узел должен присоединиться, полагается, что вероятность присоединения к i -му узлу пропорциональна его степени.

На рис. 1 показан пример семейства итоговых теоретических распределений степеней узлов элементов сети для различных значений числа связей, образуемых на каждом шаге ($m = 1, 2, 3, 5$). В модельной сети, полученной в настоящей работе, на каждом шаге к системе добавлялся один элемент, который образовывал две связи ($m=2$) с двумя различными узлами, выбранными по принципу предпочтительного

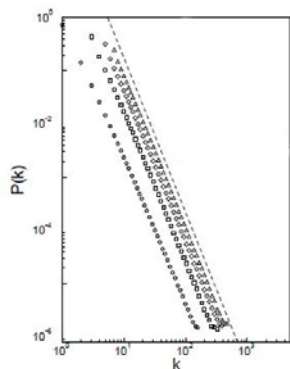


Рис. 1

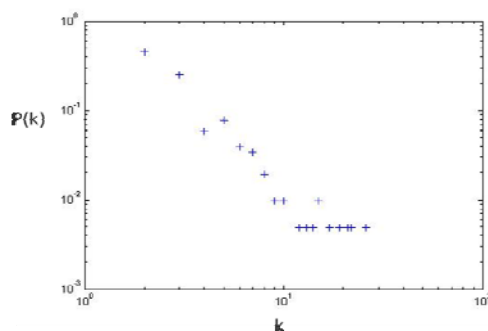


Рис. 2

присоединения. Процесс повторялся до тех пор, пока не была получена конечная сеть, состоящая из 207 элементов. Распределение степеней узлов в итоговой сети представлено на рис. 2.

В качестве основной модели для отдельного нейрона было использовано следующее двумерное отображение [4]:

$$\begin{aligned}x(n+1) &= x(n) + x(n)(x(n) - a)(1 - x(n)) - y(n) - \beta H(x(n) - d) \\y(n+1) &= y(n) + \varepsilon(x(n) - J)\end{aligned}$$

Здесь x и y – быстрая и медленная переменные, отвечающие за изменение мембранного потенциала нейрона и совокупное действие всех внешних ионных токов. При определенных значениях параметров в системе существует релаксационный хаотический режим, отвечающий спайк-берстовым колебаниям реальных нейронов.

Для моделирования взаимодействия между отдельными элементами зададим между их мембранными потенциалами линейную связь следующего вида:

$$C^i(x_n^i) = \frac{\alpha}{k^i} \sum_{j \in I} x_n^j .$$

Здесь I – набор элементов, образующих k^i связей с i -м нейроном, а α – коэффициент связи. В итоге, для системы связанных элементов получим следующее выражение:

$$\begin{aligned}x_{n+1}^i &= x_n^i + x_n^i(x_n^i - a)(1 - x_n^i) - y_n^i - \beta(H - d) + \frac{\alpha}{k^i} \sum_{j \in I} g_{ij} x_n^j \\y_{n+1}^i &= y_n^i + \varepsilon(x_n^i - J) .\end{aligned}$$

Для того, чтобы получить представление о процессе синхронизации в системе в целом, удобно рассмотреть эволюцию такой величины, как среднее поле, или усредненное по ансамблю значение мембранного потенциала нейронов. Осциллограмма среднего поля связанных элементов сети была рассчитана при помощи численных методов. Полученные результаты представлены на рис. 3. Можно заметить, что значение среднего поля в этом случае периодически осциллирует, что говорит о высокой степени синхронизации всех элементов.

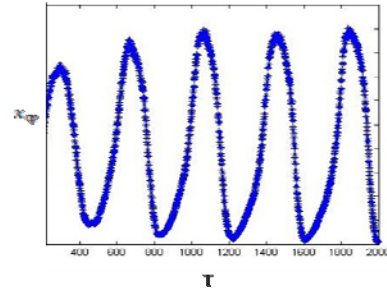


Рис. 3

- [1] Dorogovtsev S.N, Mendes J.F.F. Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW (Physics). – NJ: Oxford University Press, 2003, 280 p.
- [2] Newman M. E. J. // SIAM Review. 2003. V.45, No. 2. P.167.
- [3] Albert R., Barabasi A.-L. // Rev. of Modern Phys. 2002. V. 74. P. 47.
- [4] Courbage M., Nekorkin V.I., Vdovin L.V. // Chaos. 2007. V. 17. No. 043109.

**СИНХРОНИЗАЦИЯ КАЛЬЦИЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ
В МОДЕЛИ ДВУХ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ АСТРОЦИТОВ**

Н.В. Болдырева, В.В. Матросов

Нижегородский госуниверситет

Задача синхронизации кальциевых колебаний является одним из основных вопросов коллективной динамики астроцитов. В докладе представлены результаты численного исследования явления синхронизации в модели двух однонаправленно связанных астроцитов:

$$\begin{aligned}
 \dot{C}_1 &= \rho_A \left(\Omega_N m_{\infty}^3 h_1^3 + \Omega_L \right) (C_0 - (1 - \rho_A) C_1) - O_{PH} (C_1^2, K_P), \\
 \dot{h}_1 &= \Omega_h (h_{\infty} - h_1), \\
 \dot{I}_1 &= \frac{O_{\delta}}{1 + I_1 / \kappa_{\delta}} \cdot H(C_1^2, K_{\delta}) - O_{3K} \cdot H(C_1^4, K_D) \cdot H(I_1, K_{3K}) - \Omega_{5P} I_1, \\
 \dot{C}_2 &= \rho_A \left(\Omega_N m_{\infty}^3 h_2^3 + \Omega_L \right) (C_0 - (1 - \rho_A) C_2) - O_{PH} (C_2^2, K_P), \\
 \dot{h}_2 &= \Omega_h (h_{\infty} - h_2), \\
 \dot{I}_2 &= \frac{O_{\delta}}{1 + I_2 / \kappa_{\delta}} \cdot H(C_2^2, K_{\delta}) - O_{3K}^* \cdot H(C_2^4, K_D) \cdot H(I_2, K_{3K}) - \Omega_{5P}^* I_2 - \delta (I_2 - I_1),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $C_{1,2}$ – концентрации внутриклеточного кальция, $I_{1,2}$ – концентрации ИТФ, $h_{1,2}$ – доли инактивированных кальциевых каналов, $H(x^n, K) = x^n / (x^n + K^n)$ – функция Хилла, δ – коэффициент связи. Биофизический смысл констант и параметров, а также их значения можно найти в [1]. Динамика автономного элемента описывается тремя первыми уравнениями (три последние уравнения при $\delta=0$) системы (1). Исследования этих уравнений свидетельствуют, что модель парциального астроцита обладает большим разнообразием динамических режимов – как стационарных, так и автоколебательных различной сложности [2].

При исследовании явления синхронизации параметры первой подсистемы (ведущей) фиксировались в области существования мягкого автоколебательного режима. Исследования синхронного режима проведено в плоскости параметров $(O_{3K}^*, \Omega_{5P}^*)$ второй подсистемы (ведомой), где O_{3K}^* и Ω_{5P}^* – максимальные уровни деградации IP3 посредством IP3-3K и IP-5P. Эти параметры выбирались таким образом, что они принадлежали областям существования мягкого (жесткого) автоколебательного режима, стационарных режимов с высоким (низким) уровнем концентрации кальция, а также областям с мультистабильным поведением. При этом рассматривались различные силы связи.

Установлено, что ведомая система в зависимости от параметров модели и силы связи может быть синхронизирована колебаниями ведущей системы на основном тоне, на гармониках, в среднем, а также находится в режиме вынужденных коле-

баний (резонансных режимов). Показано, что синхронизация всегда осуществляется с некоторой задержкой.

В пространстве параметров ведомой системы выделены области существования (удержания) режима синхронизации на основном тоне, области захвата в режим синхронизации на основном тоне, область резонансных режимов. Изучено поведение на границах областей захвата и удержания. Результаты исследований представлены в виде одно и двухпараметрических диаграмм, проекций фазовых портретов.

На рис. 1 приведено разбиение плоскости (O_{3k}^* , Ω_{5P}^*) для $\delta=0,05$. Здесь выделены области: S – синхронизации на основном тоне, R – резонансных решений, A – асинхронных колебаний. Границами выделенных областей служат бифуркационные кривые кратных периодических решений, удвоения периода колебаний, Неймарка-Сакера. Показано, что существуют участки, где границы области захвата и удержания режима синхронизации не совпадают, что объясняет возможность гистерезисных явлений при вариациях параметров модели.

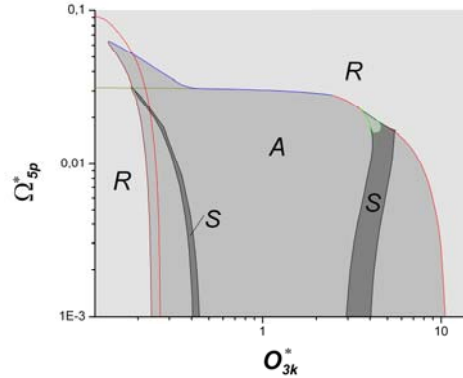


Рис. 1

На рис. 2 приведены примеры проекций аттракторов модели, характеризующие режимы синхронизации на частоте колебаний ведущей системы (а), на удвоенной частоте (б), асинхронный (в) и резонансный (г) режимы.

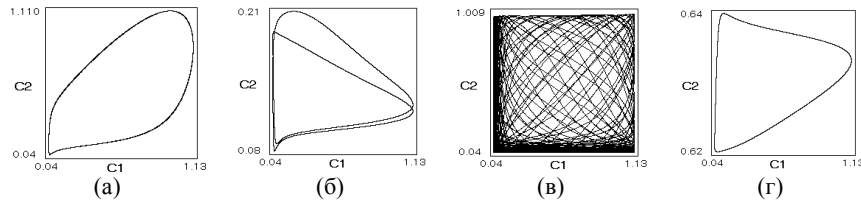


Рис. 2

Рассмотрены характеристики синхронных режимов в зависимости от контрольных параметров, в частности, точность синхронизации и задержка.

- [1] De Pitta M., Goldberg M., Volman V., Berry H., Ben-Jacob E. // J. of Biol. Physics, 2009. V. 35. P. 383.
- [2] Болдырева Н.В., Матросов В.В. // В кн.: Тр. XVII-й научн. конф. к 100-летию со дня рождения В.С. Троицкого /Ред. С.М. Грач, А.В.Якимов. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2013. С. 89.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ ЧФАП ПРИ ПРИЕМЕ СИГНАЛА С УГЛОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

К.О. Самарцев, В.В. Матросов

Нижегородский госуниверситет

Автогенераторные системы с частотно-фазовым управлением (системы ЧФАП) находят широкое применение при решении задач генерирования, приема и обработки сигналов [1]. Принцип автоподстройки в системах ЧФАП существенно расширяет диапазон расстроек частот, в котором реализуется режим синхронизации колебаний. Простота управления свойствами и областями существования генерируемых сигналов при помощи изменения параметров петли управления открывает широкие перспективы применения систем ЧФАП в различных приложениях, в частности, в системах связи и управления, использующих свойства хаотических колебаний.

В докладе приводятся результаты исследования динамики системы ЧФАП, когда на её вход поступает сигнал с регулярной или хаотической угловой модуляцией. В качестве источника модулированных колебаний рассматривается система фазовой автоподстройки (ФАП) с фильтром второго порядка. Известно [2], что такая система даже при поступлении на ее вход гармонического сигнала способна вырабатывать колебания со сложной угловой модуляцией вплоть до хаотической. При этом средняя частота модулированных колебаний может быть как стабилизирована, так и не стабилизирована по опорному сигналу.

Динамика рассматриваемой системы описывается следующими уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{d\tau} &= y_1, & \frac{dy_1}{d\tau} &= z_1, & \mu_1 \frac{dz_1}{d\tau} &= \gamma_1 - \sin \varphi_1 - y_1 - \varepsilon_1 z_1, \\ \frac{d\varphi_2}{d\tau} &= y_2, & \varepsilon_2 \frac{dy_2}{d\tau} &= \gamma_2 - by_2 - \sin(\varphi_2) - \delta \Phi(y_2) - y_1 - \varepsilon_2 z_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь первые три уравнения определяют закон модуляции, последние два характеризуют динамику приемника модулированных колебаний. В (1) переменная $\tau = \Omega t$ – безразмерное время, φ_1 и y_1 – разность фаз и частот колебаний управляемого генератора системы ФАП и опорного сигнала, φ_2 и y_2 – ошибки слежения по фазе и частоте, возникающие в системе ЧФАП при слежении за модулированными колебаниями. Функция $\Phi(y) = 2ya/(1-a^2y^2)$ – нелинейная характеристика частотного дискриминатора. Система (1) определена в цилиндрическом фазовом пространстве $U = \{\varphi_1[\text{mod } 2\pi], y_1, z_1, \varphi_2[\text{mod } 2\pi], y_2\}$ и зависит от семи безразмерных параметров: $\gamma_{1,2}$ – начальные частотные расстройки синхронизируемых колебаний относительно опорного сигнала; ε_1, μ_1 и ε_2 – параметры фильтров в цепях управления ФАП и ЧФАП; $b = \Omega_1/\Omega$, $\delta = \Omega_2/\Omega$, где Ω и $\Omega_{1,2}$ – коэффициенты усиления цепей управления ФАП и ЧФАП, a – параметр нелинейности частотного дискриминатора.

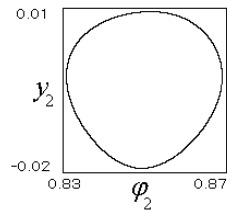


Рис. 1

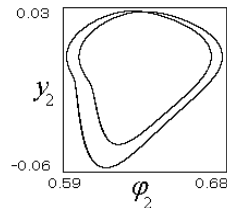


Рис. 2

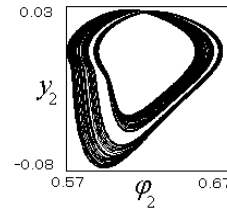


Рис. 3

Путем компьютерного моделирования, основанного на методах теории колебаний, изучены аттракторы модели (1), которые являются математическими образами стационарных динамических режимов системы. Рассмотрены случаи, когда на вход ЧФАП поступают сигналы с регулярной и хаотической угловой модуляцией, средняя частота которых стабилизирована по опорному сигналу.

Установлено, что в случае регулярной модуляции синхронизация возможна на основном тоне (рис. 1), на ультрагармониках (рис. 2), а также в среднем (квазисинхронный хаотический режим, рис. 3). Глобальная устойчивость синхронных режимов нарушается режимами регулярных или хаотических биений. Изучены свойства синхронных режимов. Показано, что синхронизация может осуществляться с большой и малой точностью. На плоскости параметров $\{\varepsilon_2, \gamma_2\}$ выделены области существования синхронных режимов, проанализировано поведение системы при пересечении границ выделенных областей. Обнаружено пересечение областей существования различных динамических режимов, что обуславливает существование в системе мультистабильности и гистерезисных явлений.

В случае хаотической модуляции реализуются квазисинхронные хаотические режимы с большой и малой точностью и хаотические режимы биений. В пространстве параметров модели выделены области, где синхронизация осуществляется с высокой точностью, с малой точностью, а также область параметров, где синхронизация может осуществляться как с высокой, так и с малой точностью. В пространстве параметров выделены области гарантированного наступления режима синхронизации (области захвата в синхронный режим), а также области, где синхронный режим существует совместно с асинхронными (области удержания режима синхронизации), рассмотрены сценарии срыва и установления режима синхронизации.

- [1] Шалфеев В.Д. Матросов В.В. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. – Н. Новгород: ННГУ, 2013, 366 с.
 [2] Матросов В.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 4. С. 357.