

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ОСЛАБЛЕНИЯ СВЯЗИ НА синхронизацию в системе связанных импульсных ОСЦИЛЛЯТОРОВ

И.С. Прокин^{1,2)}, В.Б. Казанцев^{1,2)}

¹⁾Нижегородский госуниверситет

²⁾Институт прикладной физики РАН

Одной из ключевых проблем при исследовании процессов генерации и передачи сигналов в нейронных сетях мозга является синхронизация импульсных сигналов взаимодействующих нервных клеток (нейронов). В отличие от классических связанных осцилляторов в нелинейной динамике связь между нейронами обладает свойством синаптической пластичности и изменяется в зависимости от передаваемых сигналов [1]. К одной из форм такой пластичности относится адаптивное частотно-зависимое ослабление связи, что позволяет, в частности, предотвратить гипервозбуждение нейронов [2]. В данной работе исследуется влияние пластичности на синхронизацию в модели, состоящей из двух нейронов с однонаправленной связью с динамическим ослаблением. Результаты сравниваются со случаем фиксированной связи. Показано, что пластичность ведет к сужению областей захвата и ослаблению синхронизма.

Модель нейрона представляет собой «пороговый интегратор» [3]:

$$\tau \frac{dV}{dt} = -V + V_{syn} + V_b, \text{ если } V(t) \leq V_{thr}, \quad (1)$$

$$V(t+0) = V_{reset}, \text{ если } V(t) = V_{thr},$$

где V – качественно описывает мембранный потенциал нейрона, V_{syn} – потенциал, формируемый за счет входящих синаптических воздействий, V_b – параметр деполяризации, τ – характерное время релаксации. Пластичная однонаправленная возбуждающая связь описывалась системой уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{z}{\tau_{rec}} - \sum_i u x \delta(t - t_i), \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{y}{\tau_1} - \sum_i u x \delta(t - t_i), \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{y}{\tau_{rec}} - \frac{z}{\tau_{rec}}, \quad \frac{du}{dt} = -\frac{u}{\tau_{fac}} + \sum_i U(1-u)x\delta(t - t_i),$$

где t_i – время i -го импульса возбуждения ($V(t_i) = V_{thr}$); x, y, z – переменные, качественно описывающие динамику синапса; u – переменная, отвечающая за частотно-зависимое ослабление связи; $U, \tau_{rec}, \tau_1, \tau_{fac}$ – константы динамики синапса. Взаимодействие между осцилляторами осуществлялось через взвешенную переменную y). Параметры связи были взяты из работы [3]. Отметим, что для случая фиксированной связи переменная y переопределялась согласно [4]:

$$V_{syn} = A \cdot y(t) = M \cdot \sum_{i=1}^N \delta(t - t_i), \quad (3)$$

где A – синаптический вес, M – нормировочная константа, обеспечивающая сравнимость результатов. Для анализа этой модели мы вводим параметр захвата m и фазовый параметр $\Psi(i)$:

$$m = f_{in}/f_{out}, \quad \Psi(i) = \{t_{f_{in}}\}, \quad (4)$$

где $f_{out}(f_{in})$ – средняя за реализацию частота выходной (входной) последовательности импульсов (длина реализации выбиралась так чтобы сохранить 100 входных импульсов), $\{ \}$ – оператор взятия дробной части. Получено разбиение пространства параметров (A, V_b, f_{in}) на области с различными значениями введенных характеристик (например, $std(\Psi)$ – стандартного отклонения фазового параметра от среднего значения за реализацию). Разбиение оказывается существенно различным в случае фиксированной (см. плоское сечение на рис., а) и пластичной связи (см. рис., б). Малые значения $std(\Psi)$ свидетельствуют о наличии захвата фазы.

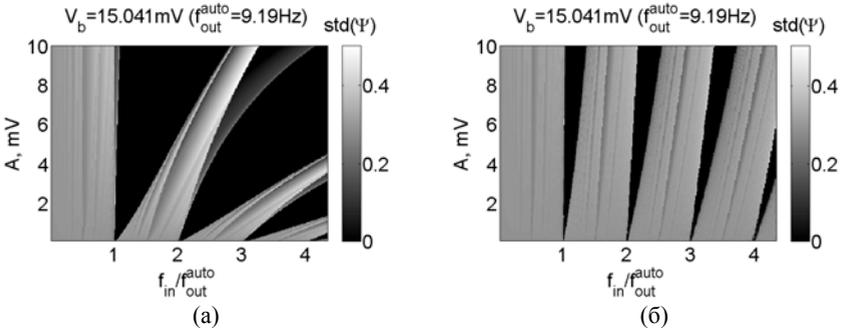


Рис.

Показано существенное различие разбиения пространства параметров на области разной конфигурации отклика для случаев фиксированной связи и связи с динамическим ослаблением.

Установлено, что пластичность связи приводит к сужению областей захвата в двухэлементной сети. Данный эффект приводит к уменьшению точности синхронизации в многоэлементной сети, что подтверждается моделированием сети со случайным графом связей. При этом вычисления показывают, что пластичность на сетевом уровне обеспечивает устойчивость синхронного режима по отношению к уменьшению скорости передачи импульсов.

Это означает, что пластичность связей в большой нейронной сети позволяет ей регулировать проводимости для поддержания биологически значимых режимов активности, и оказывает существенное влияние на межклеточную сигнализацию нейронных систем.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-04-12144, ФЦП (14.740.11.0075, 16.512.11.2136), программой МКБ РАН, грантом Президента РФ MD-5096.2011.2.

- [1] Kandel E.R., Schwartz J.H., Jessell T.M. (Eds.) Principles of Neural Science. Third Edition. – Prentice-Hall Intern. Inc. 1991.
 [2] Morrison A., Diesmann M., Gerstner W. // Biol Cybern. 2008. V.98. P.459.

- [3] Tsodyks M., Uziel A., Markram H. // J of Neuroscience. 2000. V.20. P.RC1.
 [4] Прокин И.С., Казанцев В.Б. //Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т.54, №11. С.848.

ДИНАМИКА ИММУННОГО ОТВЕТА В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПОПУЛЯЦИЯХ: РОЛЬ ИММУНОПРОТЕАСОМЫ

Д.Ю. Зорин

Нижегородский госуниверситет

Т-лимфоциты отвечают за активацию приобретенного иммунитета. Разновидность такой Т-клетки называется клонотипом, и в теле человека их порядка 10^8 ; они обеспечивают защиту от возможных инфекций. В отсутствие инфекции Т-клетки конкурируют за стимулы выживания, которые доставляются антигенпрезентирующими клетками: макрофагами, В-клетками, дендритными клетками (АПК) [1]. Процесс конкуренции регулирует количество и разнообразие Т-клеток. Т-клетки из каждого клонотипа распознают свой собственный набор антигенпрезентирующих профилей (АПП). Т-клетки, прошедшие положительную и отрицательную селекцию, но еще не принимавшие участия в процессе распознавания чужеродных антигенов, классифицируются как наивные. Клетки другого класса, эффекторные, участвуют в ликвидации чужеродного материала.

Протеасома – белковый комплекс, который является основным компонентом деградации ненужных и повреждённых белков до коротких пептидов. Протеасома генерирует пептиды, которые затем участвуют в презентации антигена, располагаясь в рецепторах главного комплекса гистосовместимости (МНС – *major histocompatibility complex*), формируя МНС-пептидный комплекс. Существует несколько видов протеасом, основная (конституционная) доминирует в отсутствии инфекции. Иммунная получается из конституционной после стимуляции γ -интерфероном, который выделяется клетками в ответ на присутствие различных патогенов. Иммунопротеасома «нарезает» белки на пептиды несколько иначе, чем конституционная, предположительно для более действенного иммунного ответа.

Представленная модель описывает динамику наивных и эффекторных клеток и основана на ранее опубликованных моделях [2–4]:

$$\frac{dN_i}{dt} = H_i + (2\phi - 1)\rho_N \sum_{j=1}^{N_{\text{pep}}} K_{ij} F_j N_i - \delta_N N_i \quad (1)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = 2(1 - \phi)\rho_N \sum_{j=1}^{N_{\text{pep}}} K_{ij} F_j N_i + \rho_E \sum_{j=1}^{N_{\text{pep}}} K_{ij} F_j E_i - \delta_E E_i \quad (2)$$

$$F_j = \frac{M_T P_j}{[1 + \sum_{i=1}^{N_{\text{clone}}} K_{ij} (N_i + E_i)]} \quad (3)$$

где N_i – количество клеток в i -ом клонотипе пула наивных клеток; E_i – количество клеток в i -ом клонотипе пула эффекторных клеток; F – количество свободного

места на АПК (3); P – пептидная концентрация (доля пептида); K – матрица силы связей i -ого клонотипа с j -ым пептидом; δ_N, δ_E – скорость вымирания наивных и эффекторных клеток соответственно; ρ_N, ρ_E – коэффициенты пролиферации; φ – доля обновления наивных клеток.

Чужеродный патогенный пептид представлен в модели только тогда, когда появляются инфицированные клетки. При больших количествах инфицированных клеток доля патогенного пептида достигает максимальной величины: $P_v(t) = \frac{P_0 I(t)}{[I(t) + \theta]}$,

здесь θ – чувствительность презентации патогенов. Мы предполагаем, что патогенный пептид только один.

Динамика количества инфицированных клеток I описана стандартной моделью [5, 6]:

$$\frac{dI}{dt} = r(1 - cI)I - D \left(\sum_{i=1}^{N_{clone}} K_{iP} E_i \right) I,$$

где r – коэффициент репликация патогена; c – объем патогена; D – очистка инфицированных клеток.

Согласно экспериментальным данным распределение численностей клонотипов (а значит и статистика распознавания) имеет следующую зависимость: $P \sim n^{-2.1}$ [7].

В модели, предложенной Or-Guil и др. [4], весь пул Т-клеток делился на 2 класса (рис. 1). В данном случае небольшие по численности клонотипы, которые распознают патогенный пептид, увеличивают свою скорость пролиферации путем вытеснения более крупных клонотипов, с которыми они конкурировали за ресурсы (состоящие из собственных пептидов). Таким способом обеспечивается более эффективный иммунный ответ.

Мы рассмотрели более реалистичный случай с большим количеством клонотипов (10^3). Была выдвинута гипотеза, что механизм иммунопротеасомы случайным образом «перемешивает» матрицу пептидных связей. При одинаковых параметрах мы получили вымирание инфицированных клеток при включении механизма иммунопротеасомы (пунктирная линия) и переход в хроническую стадию в том случае, когда такой механизм отсутствовал (сплошная линия) (рис. 2).

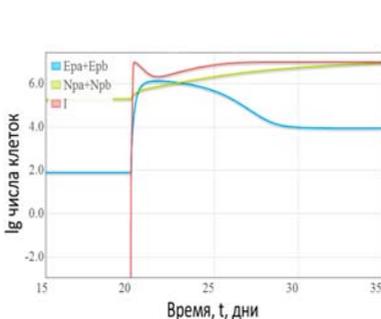


Рис. 1

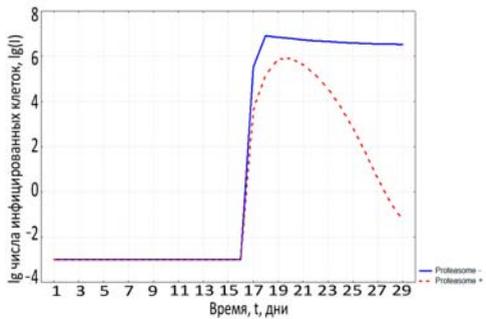


Рис. 2

В дальнейшем необходимо исследование зависимости динамики количества инфицированных клеток от параметров системы как при включенном механизме иммуннопротеасомы, так и без него. Необходимо также проверить, как изменится динамика при смене распределения матрицы силы связи со степенного закона на равномерный.

- [1] Freitas A., Rocha B. // Immun. Today. 1993. V.14. P.25.
- [2] Stirk E., Molina-Paris C., van den Berg H. // J. Theor. Biol. 2008. V.255. P.237.
- [3] Ivanchenko M.V. // JETP Letters. 2011. V.93. P.35.
- [4] Or-Guil M. et al. // Biomat. 2005. V.15. P.1.
- [5] De Boer R.J., Perelson A.S. // J. Theor. Biol. 1995. V.175. P.567.
- [6] Sherer A., Bonhoeffer S. // J. Theor. Biol. 2005. V.233. P.379.
- [7] Mamedov I.Z. et al. // Autoimmunity. 2009. V.42. P.52.

МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ В АНСАМБЛЕ ДВУХ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ СПИНОВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

К.Н. Алешин¹⁾, К.Г. Мишагин^{1,2)}

¹⁾Нижегородский госуниверситет

²⁾ЗАО «Время-Ч»

Увеличение мощности за счет когерентного сложения сигналов нескольких спиновых наногенераторов, а также возможность уменьшения фазовых шумов делают задачу о синхронизации таких автогенераторов наиболее актуальной для практического их использования в качестве малоразмерных генераторов СВЧ колебаний.

Одним из механизмов синхронизации, позволяющим связать наногенераторы между собой и при этом сохранить малый размер устройства, является механизм связи через спиновые волны. Теоретический анализ в рамках классической теории спиновых волн, учёт релаксации, спиновой поляризации и четырёхволновых взаимодействий в гамильтониане, приводит к системе дифференциальных уравнений для динамики комплексных амплитуд спиновых волн [1]:

$$\dot{c}_i = -i\omega_i(1 - \alpha|c_i|^2)c_i + (\lambda - \beta|c_i|^2)c_i + \delta_{ji}c_i^*c_j^2 - \kappa_{ji}c_i|c_j|^2, \quad (1)$$

где i и j – индексы, отвечающие номеру наногенератора, принимают значения от 1 до 2, ω_i – частота i -й спиновой волны, α и β – параметры, отвечающие за частотную нелинейность и нелинейную диссипацию, λ – параметр, отвечающий за установившееся значение амплитуды спиновой волны. Влияние слагаемого с коэффициентом κ_{ji} изучено в [2] и ведёт к эффекту конкуренции мод. В дальнейшем ограничимся изучением динамических режимов системы в зависимости от величины параметра связи δ_{ji} , полагая $\kappa_{ji} = 0$. Для удобства анализа перейдём к новым переменным: $c_i = \rho_i \exp\{1 \cdot \varphi_i\}$, где 1 – мнимая единица. Тогда система дифференциальных уравнений

комплексного переменного преобразуется в систему трёх обыкновенных дифференциальных уравнений с действительным переменным:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_i = (\lambda - \beta \rho_i^2) \rho_i + \delta_{ji} \rho_i \rho_j^2, \\ \Delta \dot{\varphi} = \sum_{k=1}^2 (-1)^k \omega_k (1 - \alpha \rho_k^2) \rho_k + f \cos(2\Delta\varphi) + g \sin(2\Delta\varphi), \end{cases} \quad (2)$$

где f и g – известные функции параметров системы, а $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

Нетрудно показать, что система уравнений (2) может иметь два устойчивых состояния равновесия, определяющих режим синхронизации двух наногенераторов.

Важной характеристикой системы, связанной с синхронизацией является ширина полосы синхронизации. На рис. 1 приведена зависимость границ полос захвата и удержания от величины параметра δ_{21} , причём в каждой точке зависимости параметр воздействия второго осциллятора на первый δ_{21} отличается от параметра воздействия первого осциллятора на второй δ_{12} на 20%. Область, заключенная между внешним и внутренним клювами, отвечает бистабильному режиму.

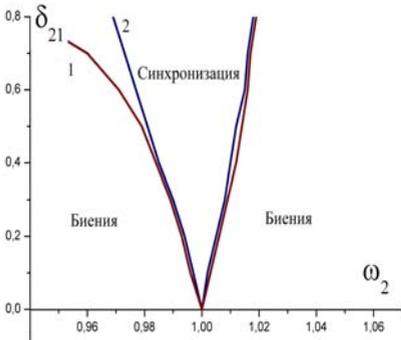


Рис. 1. Кривая 1 – граница полосы удержания, кривая 2 – граница полосы захвата.

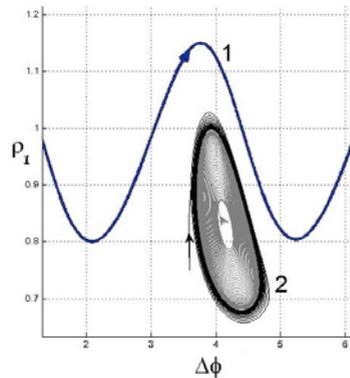


Рис. 2. Кривая 1 – предельный цикл второго рода (соответствует режиму биений), кривая 2 – предельный цикл первого рода (соответствует квазисинхронному режиму).

Помимо стандартной потери синхронизации через седло-узловую бифуркацию, в узкой области параметров возможен квазисинхронный режим, при появлении которого состояние равновесия теряет устойчивость через бифуркацию Андронова-Хопфа (рис. 2).

Таким образом, показано, что в системе, описываемой уравнениями (1), кроме механизма конкуренции мод, также существует бистабильность синхронных режи-

мов, бистабильность на границах полосы синхронизации и между режимом биений и квазисинхронным режимом.

Авторы выражают благодарность проф. В.В. Матросову за ценные замечания.

Работа поддержана грантом РФФИ 10-02-00865-а, грантом Президента РФ МК-4028.2012.2, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (контракты №02.740.11.0075 и № 02.740.11.0565).

- [1] Rezende S.M., de Aguiar F.M., Rodriguez-Suarez R. L., Azevedo A. // Phys. Rev. Lett. 2007. V.98. P.087202.
 [2] De Aguiar F. M., Azevedo A., Rezende S.M. // Phys. Rev. B. 2007. V.75 P.132404.

ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ КОЛЛЕКТИВНОЙ ВРЕМЕННОЙ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИОННЫХ РАЗРЯДОВ В НЕЙРОНАЛЬНОЙ КУЛЬТУРЕ

П.М. Есир¹⁾, И.С. Прокин^{1,2)}, В.Б. Казанцев^{1,2)}

¹⁾Нижегородский госуниверситет

²⁾Институт прикладной физики РАН

Одной из ключевых задач современной нейронауки является исследование коллективной динамики нейронных систем. Для такого рода исследований широко используются экспериментальные модели в виде живых клеток мозга (нейрональных культур), выращиваемых на мультиэлектродных матрицах, электроды которых позволяют регистрировать внеклеточные полевые потенциалы [1]. Данные полевых потенциалов используются для детектирования импульсных разрядов клеток, попадающих в эффективный радиус регистрации электрода. Спонтанная импульсная активность нейронов культуры представляет собой участки редких асинхронных импульсов, перемежающиеся с короткими (от 200 до 2000 мс) высоко синхронными популяционными разрядами. В данной работе исследовалась коллективная динамика нейрональной сети, выращенной на 64-канальной мультиэлектродной матрице.

Для описания растровой диаграммы активности введем бинарную матрицу X_{mn} , где m – номер отсчета по времени (шаг дискретизации $\Delta t = 0,05$ мс), а n – номер электрода.

Рассмотрим преобразование вида:

$$z(t_m) = \frac{1}{w} \left[\sum_{m=t_m-w/2}^{t_m+w/2} \sum_{n=1}^{64} X_{mn} \right], \quad (1)$$

где $t_m = \Delta t \cdot m$ – время, w – размер временного окна сглаживания в дискретных отсчетах (w фиксировалось равным 250 отсчетов). Функция $z(t_m)$ описывает среднюю сетевую активность за временной шаг. Применим к этой функции следующее вейвлет-преобразование [2]:

$$V(v, t) = v \int_{-\infty}^{+\infty} z(t') \psi * (v(t' - t)) dt', \quad (2)$$

где комплексная функция $\psi(t)$ – материнский вейвлет Морле:

$$\psi(x) = D \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left[\exp(-i\Omega_0 x) - \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{2}\right) \right], \quad D = 1 / \sqrt{\sqrt{\pi} \left(1 - 2 \exp\left(-\frac{3\Omega_0^2}{4}\right) + \exp(-\Omega_0^2) \right)}, \quad (3)$$

Функция $V(v, t)$ позволяет ввести энергетические характеристики сигнала: локальную плотность спектра энергии сигнала $\varepsilon(v, t)$, которая характеризует мгновенное распределение энергии сигнала по частотам, и спектральный интеграл $E_\mu(t)$, который описывает энергетическую динамику сигнала в определенном диапазоне частот:

$$\varepsilon(v, t) = \frac{2}{C_\varphi} \frac{|V(v, t)|^2}{v}, \quad E_\mu(t) = \int_{v_{\mu-1}}^{v_\mu} \varepsilon(v, t) dv, \quad (4)$$

где C_φ – нормировочная постоянная определяемая материнским вейвлетом, μ – индекс, нумерующий частотные диапазоны.

Для различных популяционных разрядов с одной и той же нейрональной культуры, наблюдаемых в пределах 10 минутной записи, было выявлено наличие существенного сходства спектральных интегралов в низких частотах и усиление различий с увеличением частоты (см. рис. 1 и рис. 2). На рис. 1 и рис. 2 изображены спектральные интегралы для сигналов четырех разрядов, полученных от одной нейрональной культуры, для частотных диапазонов 1÷2,8 Гц и 10÷28 Гц соответственно.

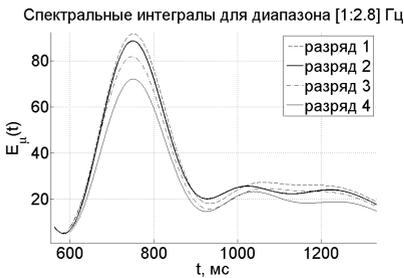


Рис. 1

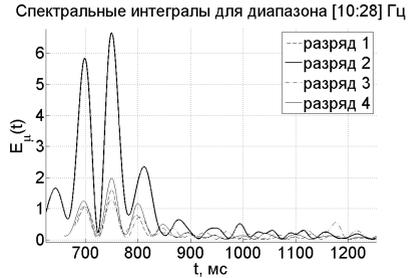


Рис. 2

Зависимости спектральных интегралов от времени для популяционных разрядов с одной нейрональной культуры с похожим паттерном активации (относительным расположением первых импульсов разряда) обнаруживают сильное сходство в области низких частот, что соответствует качественному сходству низкочастотной динамики разрядов (лавинообразная активация многих нейронов, пик активности, плавная релаксация и переход в режим низкой сетевой активности).

Показано увеличение различий спектральных характеристик схожих популяционных разрядов в диапазонах высоких частот по мере смещения диапазона в высокочастотную область, что свидетельствует о неповторяемости уникальной

тонкой структуры популяционных разрядов даже при наличии статистически схожих паттернов активации.

Метод спектральных интегралов позволяет детально исследовать частотно-энергетические характеристики биомедицинских сигналов и разрабатывать параметры для их количественной оценки.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-04-12144, ФЦП (14.740.11.0075, 16.512.11.2136), программой МКБ РАН, грантом Президента РФ МД-5096.2011.2.

- [1] Pimashkin A., Kastalskiy I., Simonov A., Koryagina E., Mukhina I., Kazantsev V. // *Frontiers in Computational Neuroscience*. 2011. V.5. P.1.
 [2] Божокин С.В. // *Журнал технич. физики*. 2010. Т.80, №9. С.16.

ГАМИЛЬТОНОВСКИЙ АППАРАТ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ ДЛЯ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ ВОЛН В РЕШЁТОЧНЫХ СИСТЕМАХ

О.И. Канаков, А.А. Тихомиров

Нижегородский госуниверситет

Решёточные волновые модели широко применяются в современной физике и технике для описания различных систем, включая кристаллические решётки, «фотонные кристаллы», бозе-эйнштейновские конденсаты в оптических ловушках и др. Гамильтоновским аппаратом классической теории поля [1] называют универсальный подход к анализу слабонелинейных волновых систем, в основе которого лежит описание резонансного взаимодействия волновых мод методами гамильтоновской теории возмущений. Упомянутый подход был развит применительно к непрерывным нелинейным системам (плазма, волны на поверхности воды и др.). Мы демонстрируем эффективность этого подхода для анализа устойчивости волн в решёточных системах на примере модуляционной неустойчивости.

Этот вид неустойчивости – весьма универсальное нелинейное явление, состоящее в самопроизвольном возникновении модуляции изначально однородной гармонической волны. В решёточных системах это явление исследовалось при ряде упрощающих предположений. Так, было проведено исследование в рамках приближения дискретного нелинейного уравнения Шрёдингера [2], подразумевающего слабость не только нелинейности, но и линейного межэлементного взаимодействия (иначе говоря, узость спектральной зоны частот линейных волн). Известны исследования при ещё более ограничивающих допущениях (см. ссылки в [2]).

С точки зрения теории резонансного взаимодействия волн модуляционная неустойчивость представляет собой четырёхволновое взаимодействие, условие резонанса для которого имеет вид:

$$\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_0 = \mathbf{k} + \mathbf{k}', \quad \omega(\mathbf{k}_0) + \omega(\mathbf{k}_0) \approx \omega(\mathbf{k}) + \omega(\mathbf{k}'), \quad (1)$$

где \mathbf{k}_0 – волновой вектор исходной волны, а \mathbf{k} и \mathbf{k}' – волновые векторы пары нарастающих волн, симметричные относительно \mathbf{k}_0 : $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{c}$, $\mathbf{k}' = \mathbf{k}_0 - \mathbf{c}$. Рассмотрим в каче-

стве примера решёточную модель типа Клейна-Гордона с нелинейностью четвертой степени в потенциале элемента, описываемую функцией Гамильтона

$$H = \sum_{\mathbf{r}} \left(\frac{v_{\mathbf{r}}^2}{2} + \frac{\omega_0^2 x_{\mathbf{r}}^2}{2} + \frac{\kappa}{2} \sum_j (x_{\mathbf{r}+\mathbf{e}_j} - x_{\mathbf{r}})^2 \right) + \sum_{\mathbf{r}} \frac{b x_{\mathbf{r}}^4}{4}, \quad (2)$$

где \mathbf{r} – дискретный вектор, нумерующий узлы решётки, $x_{\mathbf{r}}$ и $v_{\mathbf{r}}$ – соответствующие координата и импульс, ω_0 – частота малых колебаний изолированного узла, b – параметр нелинейности, κ – параметр линейного взаимодействия, \mathbf{e}_j – единичные векторы решётки (индекс j нумерует пространственные измерения), граничные условия – периодические. Делая в (2) последовательно две замены переменных (дискретное преобразование Фурье и комплексное каноническое преобразование)

$$x_{\mathbf{r}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} q_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, v_{\mathbf{r}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}} q_{\mathbf{k}} = a_{\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^*, i\sqrt{2/\omega_{\mathbf{k}}} p_{\mathbf{k}} = a_{\mathbf{k}} - a_{-\mathbf{k}}^*, \quad (3)$$

где N – полное количество узлов в решётке, $\omega_{\mathbf{k}}$ – частота \mathbf{k} -й моды $\omega_{\mathbf{k}}^2 = \omega_0^2 + 4\kappa \sum_j \sin^2 k_j/2$, получим функцию Гамильтона в новых канонических переменных $a_{\mathbf{k}}$ и $ia_{\mathbf{k}}^*$. Следуя подходу резонансной теории возмущений, рассмотрим предел слабой нелинейности и выделим из уравнений движения для $a_{\mathbf{k}}$ и $a_{\mathbf{k}'}$ слагаемые, отвечающие резонансу (1) в первом порядке по параметру нелинейности:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{\mathbf{k}} &= -i\omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} - i \frac{3b}{4N\omega_{\mathbf{k}_0}} \left[\frac{1}{\sqrt{\omega_{\mathbf{k}}\omega_{\mathbf{k}'}}} a_{\mathbf{k}_0}^2 a_{\mathbf{k}'}^* + \frac{2}{\omega_{\mathbf{k}}} |a_{\mathbf{k}_0}^2| a_{\mathbf{k}} \right] \\ \dot{a}_{\mathbf{k}'}^* &= i\omega_{\mathbf{k}'} a_{\mathbf{k}'}^* + i \frac{3b}{4N\omega_{\mathbf{k}_0}} \left[\frac{1}{\sqrt{\omega_{\mathbf{k}}\omega_{\mathbf{k}'}}} a_{\mathbf{k}_0}^*{}^2 a_{\mathbf{k}} + \frac{2}{\omega_{\mathbf{k}'}} |a_{\mathbf{k}_0}^*{}^2| a_{\mathbf{k}'}^* \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь зависимость $a_{\mathbf{k}_0}(t)$ задается исходной волной, исследуемой на устойчивость. А именно, гармонической волне $x_{\mathbf{r}}(t) = A \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - i\Omega t) + c.c.$, согласно (3), соответствует решение $a_{\mathbf{k}_0}(t) = a_0 e^{-i\Omega t}$, $a_0^2 = 2N\omega_{\mathbf{k}_0} A^2$, где частота Ω учитывает нелинейную поправку: $\Omega = \omega_{\mathbf{k}_0} + 3bA^2/2\omega_{\mathbf{k}_0} + O(b^2)$.

Таким образом, модуляционная неустойчивость моды \mathbf{k}_0 интерпретируется как параметрический резонанс в уравнениях (4). Условие резонанса имеет вид

$$4h^2 \omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}'} - (\omega_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k}'})^2 (\delta \omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}'} - 2h)^2 > 0, \quad (5)$$

где h – эффективный параметр нелинейности: $h = 3bA^2/2$, δ – относительная отстройка частоты Ω от точного резонанса: $\Omega = (1 + \delta)(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k}'})/2$.

Условие (5) задаёт область нарастающих мод в пространстве волновых векторов \mathbf{k} . Использование резонансной теории возмущений подразумевает слабость нелинейности и близость к границе резонанса. Слабость линейного взаимодействия, в отличие от подхода [2], не требуется. В то же время, если это требование всё же выполняется, то (5) даёт предельный переход к результату [2]. Результат (5)

согласуется также с проведёнными численными экспериментами. Таким образом, гамильтоновский аппарат классической теории поля представляет собой наиболее точный подход к анализу модуляционной неустойчивости в решеточных системах.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (госконтракт №02.740.11.0075), гранта Президента РФ МК-4028.2012.2, Фонда некоммерческих программ «Династия».

[1] Захаров В.Е. //ЖЭТФ. 1966. Т.51, вып. 4(10). С.1107.

[2] Канаков О.И., Тихомиров А.А. //Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011, №5. Ч.3. С.283.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ОБРАЩЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА В РЕШЁТОЧНОЙ ВОЛНОВОЙ СИСТЕМЕ

А.А. Тихомиров, О.И. Канаков

Нижегородский госуниверситет

В современной нелинейной физике наблюдается стабильный интерес к динамике решёточных волновых систем, обусловленный актуальными физическими приложениями (бозе-эйнштейновские конденсаты, фотонные кристаллы, метаматериалы, микромеханические системы, решётки джозефсоновских контактов и др.).

Представляет интерес перенос известных классических нелинейных волновых эффектов на решеточные модели. Одним из таких эффектов является эффект обращения волнового фронта – формирование с помощью различных физических механизмов так называемого обращенного пучка, в той или иной мере соответствующего обращенной во времени картине распространения исходного пучка. Это явление хорошо известно и изучено в непрерывных системах и имеет большое количество применений (например, в адаптивной оптике). В решеточных системах обращение волнового фронта также представляет интерес. Например, оно может быть применено для управления световыми пучками в фотонных кристаллах, движением бозе-эйнштейновских конденсатов и т.д. Поскольку, как известно, взаимодействие на нелинейности слабого и сильного сигналов может быть описано линейной параметрической системой, рассмотрим явление обращения волнового фронта на простейшей модели в виде линейной параметрической решеточной системы типа Клейна-Гордона. Уравнения движения системы имеют вид

$$\ddot{x}_{\mathbf{r}} + \omega^2(t)x_{\mathbf{r}} = \kappa \sum_{\mathbf{r}'} (x_{\mathbf{r}'} - x_{\mathbf{r}}), \quad (1)$$

где \mathbf{r} – дискретный вектор, определяющий положение узла в решётке; суммирование ведется по узлам, соседним с узлом \mathbf{r} . Рассмотрим задачу, когда изначально в системе задана плоская гармоническая волна на некоторой частоте Ω ,

а собственная частота каждого элемента меняется во времени по периодическому закону $\omega^2(t) = \omega_0^2(1 + \varepsilon \cos 2\Omega t)$, где ε – малый параметр.

Следуя подходу классической гамильтоновской теории поля, описанному в [1], запишем гамильтониан системы в комплексных модовых переменных:

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^* + \varepsilon \omega_0^2 \cos(2\Omega t) \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}}} (a_{\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^*)(a_{-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}}^*).$$

Здесь $\omega_{\mathbf{k}}^2 = \omega_0^2 + 4\kappa(\sin^2 k_1/2 + \sin^2 k_2/2)$ – частота моды с волновым вектором $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$. Усредняя соответствующие уравнения движения для $a_{\mathbf{k}}$ и $a_{-\mathbf{k}}^*$ на периоде исходной волны $T_0 = 2\pi/\Omega$, приходим к уравнениям для медленно меняющихся амплитуд. Из них следует соотношение, определяющее область мод, нарастающих вследствие параметрического резонанса:

$$|\omega_{\mathbf{k}} - \Omega| < \frac{\omega_0^2 \varepsilon}{2\omega_{\mathbf{k}}}, \quad (2)$$

а также зависимости амплитуд прямой и обратной волны A_f и A_b от времени:

$$A_f = \frac{A}{2}(e^{Qt} + e^{-Qt}), \quad A_b = \frac{A}{2}(e^{Qt} - e^{-Qt}), \quad (3)$$

где A – амплитуда исходной волны, $Q = \omega_0^2 \varepsilon / 2\omega_{\mathbf{k}}$.

Для проверки аналитических результатов было проведено численное моделирование решётки размером 80×80 элементов с периодическими граничными условиями и начальными условиями в виде слабозашумленной гармонической волны при следующих параметрах: $\kappa = 0,1$, $\omega_0 = 1$, $\varepsilon = 0,01$, $A = 0,25$, $k_1 = k_2 = \pi/4$. На рисунке вверху приведены зависимости амплитуды прямой и обратной волн от времени (сплошные линии – аналитический результат (3), крестики – результат численного моделирования). На рисунке внизу показано распределение пространственного спектра мощности в Фурье-пространстве, вычисленное численно (градациями серого показано значение $|a_{\mathbf{k}}|^2$, усредненное на ансамбле из 100 реализаций случайной составляющей начальных условий). Тёмные точки соответствуют прямой и обратной волнам. Пунктирная линия – граница области неустойчивости (2).

Был также проведен численный эксперимент по обращению концентрической волны. В решетке вида (1) размера 240×240 элементов без параметрического воздействия ($\omega(t) = \omega_0$) создавалась расходящаяся концен-

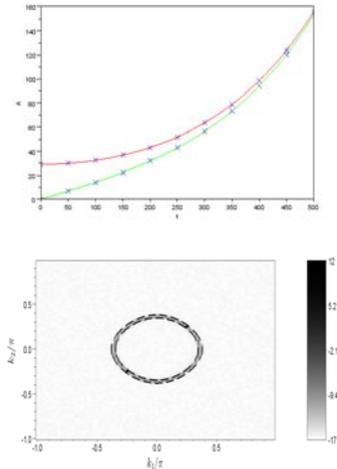


Рис.

трическая волна на заданной частоте Ω , затем на короткое время включалось параметрическое воздействие на частоте 2Ω . В результате формировалась обращённая концентрическая волна, фокусирующаяся в центре решётки.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (госконтракт № 02.740.11.0565), гранта Президента РФ МК-4028.2012.2, Фонда некоммерческих программ «Династия».

- [1] Канаков О.И., Тихомиров А.А. //В кн.: Тр. XVI-й научн. конф. по радиофизике. 11–18 мая 2012 г. /Ред. А.В.Якимов. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2012.

О РАЗРАБОТКЕ ПРОГРАММЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С.Д. Соснин, В.В. Матросов

Нижегородский госуниверситет

В настоящее время предметом пристального внимания специалистов из самых различных областей науки и техники являются нелинейные динамические модели, обладающие сложным поведением. Необходимость исследования таких моделей стимулируется как общенаучными проблемами, связанными с познанием закономерностей нелинейных процессов и явлений и их использованием в современных технологиях, так и многочисленными прикладными задачами проектирования сложных объектов и систем. В силу ограниченных возможностей аналитических и качественных методов исследования все более важное место в изучении конкретных нелинейных систем занимают компьютерное моделирование и автоматизация исследовательского процесса. Широкие возможности для нелокального исследования и формирования достаточно полного представления о свойствах поведения нелинейных систем открывает технология моделирования, опирающаяся на сложившиеся к настоящему времени теоретические концепции и развитые численные методы нелинейной динамики. Реализация такой технологии требует создания информационно-инструментальной базы: ЭВМ совместно с методическим, алгоритмическим и программным обеспечением, ориентированным на конкретные классы нелинейных моделей.

В докладе представлена программа *SystemBuilder*, автоматизирующая процесс программирования динамических систем, заданных системами обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Ввод динамических уравнений осуществляется по правилам, максимально приближенным к правилам естественной записи систем ОДУ. Допускается ввод динамической системы размерности $N=10$, зависящей от $N_{\text{пар}}=20$ параметров. При вводе модели разрешается использовать собственные константы и функции. Для их определения в программе *SystemBuilder* предусмотрена специальная вкладка, где осу-

шестьвается ввод до 50 констант и 10 спецфункций. Разработан и реализован алгоритм ввода кусочно-заданных функций.

Для ввода уравнений, описывающих коллективную динамику ансамблей связанных активных элементов, в *SystemBuilder* реализован специальный алгоритм, который предусматривает ввод уравнений по шаблону, содержащему зону ввода уравнений динамики парциального элемента и зону ввода уравнений связей между элементами. В настоящее время реализован алгоритм формирования моделей ансамблей следующих конфигураций: цепочка, 2D- и 3D-решетки, с нулевыми и периодическими граничными условиями, а также граничными условиями типа «свободного конца». При вводе уравнений ансамбля число уравнений, описывающих динамику парциального элемента, не может превышать пяти, а общее число элементов в ансамбле – 12000.

В результате работы программы *SystemBuilder* исследователь получает файлы с исходным кодом на языках C и Fortran 90, статическую и динамическую библиотеки, содержащие информацию о введенной модели.

Программа *SystemBuilder* функционирует в среде Windows, компиляция библиотек на языке C осуществляется компилятором Mingw [1], для функционирования программы необходимо 64 Мб оперативной и 256 Мб дисковой памяти. Разработка программы велась при использовании кроссплатформенных библиотек C++ Qt, поэтому существует возможность использования *SystemBuilder* в других операционных системах, например, в Linux.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (контракт № 02.740.11.0075).

[1] Minimalist GNU for Windows // www.mingw.org

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ МОРФОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ НЕЙРОНАЛЬНОЙ СЕТИ, РЕГУЛИРУЕМОЙ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕКЛЕТОЧНЫХ СИГНАЛЬНЫХ МОЛЕКУЛ

В.И. Миронов^{1,2)}, А.С. Романов²⁾, В.Б. Казанцев^{1,2)}

¹⁾Нижегородский госуниверситет

²⁾Институт пикладной физики РАН

Изменение морфологической структуры является одной из ключевых особенностей растущих нейрональных сетей. Морфологическая структура характеризуется пространственной конфигурацией отростков нейрональных клеток – нейритов и оказывает существенное влияние на вероятность формирования синаптических контактов между клетками. Таким образом, клеточная морфология определяет функциональные особенности нейрона и является ключевым звеном в формировании путей передачи информационных сигналов в мозге. На процесс развития нейрита оказывают влияние

многие факторы, имеющие как внутриклеточную природу, так и поступающие из межклеточного пространства, следствием чего является разнообразие нейрональной морфологии.

В ходе работы исследуется диффузионная модель удлинения нейрональных отростков. Процесс роста нейрита определяется количеством строительного белка (тубулина), продуцируемого в теле клетки и доставляемого посредством диффузии в конус роста (окончание отростка), где впоследствии расходуется на удлинение. С целью изучения эволюции концентрации тубулина вдоль развивающегося отростка исследуемую систему представляют в виде набора последовательно связанных сегментов (рис. 1). Динамика концентрации тубулина описывается следующими уравнениями [1]:



Рис. 1

$$\begin{array}{l}
 \text{тело клетки} \\
 \text{промежуточные} \\
 \text{сегменты} \\
 \text{конечный} \\
 \text{сегмент}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{dT_0}{dt} = P + \frac{\tilde{D}(T_1 - T_0)}{\Delta x} - \eta T_0 - \delta T_0 \\
 \frac{dT_i}{dt} = \frac{\tilde{D}(T_{i+1} - T_i)}{\Delta x} + \frac{\tilde{D}(T_{i-1} - T_i)}{\Delta x} + \eta T_{i+1} - \eta T_i - \delta T_i \\
 \frac{dT_t}{dt} = \frac{\tilde{D}(T_{t-1} - T_t)}{\Delta x} + \eta T_{t-1} - \delta T_t - \varepsilon T_t + \psi_t
 \end{array}$$

где T_i характеризует концентрацию белков роста (тубулина) в сегменте нейрита, величина $\tilde{D} = DA_i/V_i$, D – коэффициент диффузии активных веществ вдоль отростка, A_i – площадь поперечного сечения и V_i – объем компартмента. Синтез тубулина полагаем локализованным в теле клетки и происходящим с некоторой скоростью P .

Ключевая роль в представленной модели роста нейрита отводится сигналам, поступающим из внеклеточного пространства, способным оказывать влияние на скорость синтеза тубулина в теле клетки [2]. В работе проведено исследование влияния внеклеточных химических сигналов на развитие отростка нейрональной клетки. Нейроны сети являлись источниками внеклеточных сигналов, регулирующих процессы развития сетевой морфологии. Зависимость скорости синтеза тубулина, определяемая состоянием внеклеточной среды, описывается следующим образом:

$$\frac{dP}{dt} = -\delta(P - P_*) + F(S)$$

где $S = \sum_{i=1}^N (p_i \cdot C_i^f)$, суммарный сигнал всех источников, $C^f(r, t) = \frac{q}{4\pi Dr} \cdot \operatorname{erfc} \frac{r}{\sqrt{4Dt}}$,

r – дистанция от источника диффузионного сигнала, функция внутриклеточного ответа $F(x) = \frac{0,1}{1 + \exp(-20\pi(x - 0,1))}$.

Рассматривались следующие случаи по характеру воздействия на развитие нейрита клетки: стимулирующий рост сигнал, нейтральный, тормозящий рост сигнал.

Активация синтеза внеклеточных сигналов нейронами происходила одновременно в заданный момент времени. При включении сигналов препятствующего росту нейрита наблюдалось существенное снижение скорости удлинения отростка, а в некоторых случаях (при сильно подавляющем воздействии) наблюдалось сокращение. При активации источников, оказывающих стимулирующее воздействие, скорость удлинения нейрита возрастала (рис. 2).

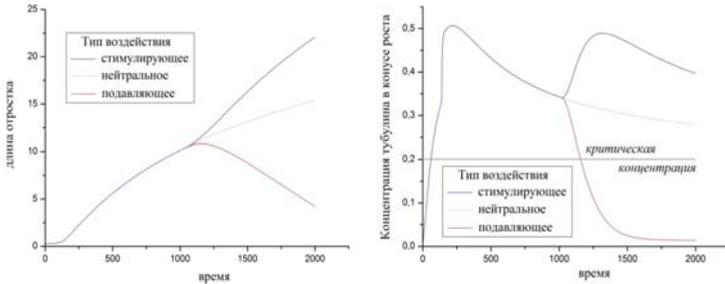


Рис. 2

Таким образом, была проведена попытка учета влияния внеклеточной сигнализации на скорость удлинения и результирующую величину отростка. В ходе работы установлено, что с включением внешних сигналов в процесс развития отростка наблюдается модуляция скорости роста нейрита: при получении подавляющего стимула развитие отростков замедляется, а введение в систему стимулирующего воздействия приводит к обратному результату.

Работа поддержана грантами ФЦП (контракты № 14.740.11.0075, 16.512.11.2136), грантом Президента РФ МД-5096.2011.2 и программой МКБ Президиума РАН.

[1] Graham B. P., van Ooyen A. // Neurocomputing. 2001. V.38–40. P.31.

[2] Родионов И.М. // Соросовский образовательный журнал. 1996, №3. С. 17.

РЕЖИМЫ ЗАХВАТА ФАЗЫ В МНОГОСЛОЙНОЙ СЕТИ НЕЙРОННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

И.А. Кастальский^{1,2)}, А.Ю. Симонов^{1,2)}, В.Б. Казанцев^{1,2)}

¹⁾Нижегородский госуниверситет

²⁾Институт прикладной физики РАН

В настоящее время в нейронауке все большую популярность обретает направление, связанное с моделированием основных функций мозга по передаче и обработке информации. Известно, что мозг состоит из сетей нервных клеток, взаимодействующих посредством синаптических связей. Одним из ярких примеров того, как нейронная сеть способна запоминать и восстанавливать информацию по предъявлении стимула, является феномен ассоциативной памяти. В работе [1] была предложена модель ассоциативной памяти, использующая нелинейные импульсные осцилляторы и описан метод логического разрежения связей по входному стимулу. Кодирование бинарного видеообраза осуществляется фазой сигнала на слое сенсорных нейронов. Синфазному режиму синхронизации с глобальным ритмом (чёрный цвет) соответствует тормозящий синапс, а противофазному (белый цвет) – возбуждающий синапс. В данном проекте разработана система фильтрации входного стимула по признаку фазовой характеристики сигнала (рис. 1).

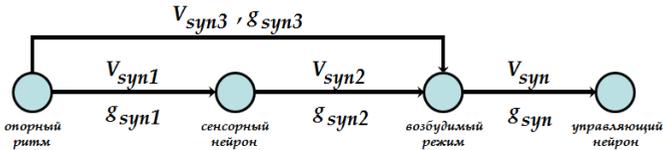


Рис. 1

Динамика мембранного потенциала нервной клетки (базового элемента) описывается моделью нейронного генератора Ровата-Сельверстона [2]. Основные параметры однонаправленных синаптических контактов – максимальная проводимость g_{syn} и реверсивный потенциал V_{syn} , знак которого определяет тип взаимодействия. Отметим, что третий элемент, испытывающий влияние сенсорного нейрона, также находится под стабилизирующим воздействием базового ритма в возбужденном режиме, то есть генерирует отклик при появлении надпорогового стимула. Такая селективность осциллятора к внешнему воздействию и колебаниям на собственной частоте определяется значением приложенного тока I_{app} .

На рис. 2 а проиллюстрирован пример фильтра, способного при подборе параметров (g_{syn2} , I_{app}) реализовать подавление одной из компонент: синфазной или противофазной. Область между кривыми, отмеченная «*», соответствует второму варианту. Значения параметров: $g_{syn} = g_{syn1} = g_{syn2} = 0,1$, $g_{syn3} = 0,05$, $I_{app} = 1,04$, $V_{syn2} = -4$, $V_{syn3} = 1$.

Исследованы режимы захвата фазы осцилляций управляющего нейрона относительно опорных колебаний (рис. 2 б). Под фазовой характеристикой подразуме-

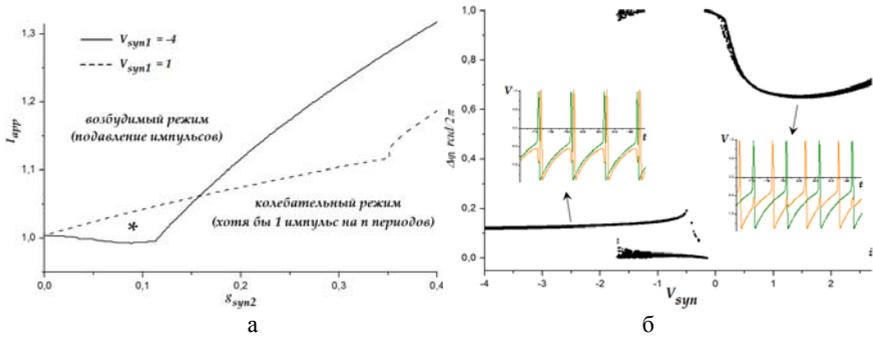


Рис. 2

ваеется временной интервал появления потенциала действия на изучаемой клетке после импульса на задающем генераторе, отнесенный к периоду глобального ритма:

$$\Delta\varphi_n = t_n^{contr} - t_n^{ref} / T.$$

На основе эффекта захвата фазы разработана модель ассоциативной памяти в виде нейросети импульсных генераторов с контентзависимой архитектурой связей (рис. 3). Слой интернейронов выполняет роль предварительной обработки сигнала. Согласно [1], паттерн на выходе будет соответствовать распознаванию одного из записанных в память бинарных видеообразов. На управляющий слой нейронов воздействует сигнал на собственной частоте генератора. Надёжность системы позволяет распознавать образы, используя

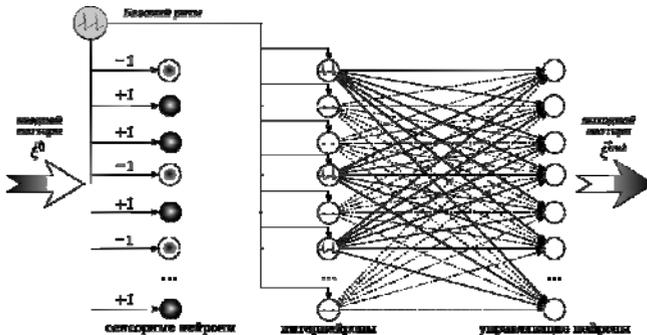


Рис. 3

неполную матрицу активных связей.

Работа поддержана грантом Президента РФ МД-5096.2011.2, программой МКБ Президиума РАН, грантами ФЦП (контракты № 14.740.11.0075, 16.512.11.2136, 02.740.11.0839) и грантами РФФИ (№ 10-01-00690, 11-04-12144).

- [1] Kazantsev V., Pimashkin A. // Phys. Rev. E 76. 2007. P.031812.
 [2] Rowat P., Selverston A.I. // J. Neurophysiol. 1993. V.70. P.1030.
 [3] Simonov A., Kastalskiy I., Kazantsev V. // Neural Networks. 2012. V.33. P. 67.

НЕЙРОНОПОДОБНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В СИСТЕМЕ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

М.А. Мищенко, В.В. Матросов, В.Д. Шалфеев

Нижегородский госуниверситет

Математическое моделирование является одним из наиболее удобных инструментов для исследования динамики нейронных ансамблей. К настоящему времени известно большое число моделей нейронов различной детализации, каждая из которых описывает те или иные динамические режимы, необходимые для конкретной задачи. В работе [1] была предложена система фазовой синхронизации с фильтрами верхних и нижних частот в цепи управления. В такой системе отсутствует состояние равновесия, но существует предельный цикл, который при изменении параметров системы может менять период, кратность и превращаться в хаотический аттрактор. Как установлено в [2], реализующиеся в такой системе режимы качественно отображают некоторые изменения мембранного потенциала нейрона, например, регулярную импульсную активность и пачечные разряды с различным числом импульсов в пачке, а также квазихаотические колебания. Поэтому такую систему фазовой синхронизации можно рассматривать как модель нейрона.

Система записывается в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{d\tau} = y, & \frac{dy}{d\tau} = z, \\ \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{dz}{d\tau} = \gamma - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)z - (1 + \varepsilon_1 \cos \varphi)y \end{cases} \quad (1)$$

где τ – безразмерное время, γ – начальная частотная расстройка, ε_1 и ε_2 – параметры инерционности фильтров. Система (1) определена в автономном цилиндрическом фазовом пространстве $U = \{\varphi(\text{mod}2\pi), y, z\}$.

Применительно к динамике нейрона, в системе (1) переменную y можно интерпретировать как описывающую изменение мембранного потенциала, параметры ε_1 и ε_2 позволяют задавать необходимый динамический режим, а изменение y оказывает воздействие, сходное с воздействием внешнего тока в модели Ходжкина-Хаксли.

При изменении параметров γ , ε_1 , ε_2 есть возможность получать различные динамические режимы, а также внутри области существования одного режима регулировать количество импульсов в пачке, интервалы между пачками, амплитуду импульсов.

На рис. представлены разбиения сечений (ε_1, γ) и $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ пространства параметров модели (1) на области с различным динамическим поведением. Внутри каждой области реализуется один из возможных режимов. В области **1** реализуется режим периодической активности и пачечный режим $\langle 1 \rangle$ с одним импульсом в пачке, в области **2** – режим $\langle 2 \rangle$ с двумя импульсами в пачке, в области **3** – режим $\langle 3 \rangle$ с тремя импульсами в пачке и так далее. Области параметров, где реализуются хаотические режимы на рис. отмечены штриховкой. При изменении параметров модели внутри области тип режима сохраняется, меняются только характеристики колебаний (интервал между пачками, амплитуда и т.д.). Из рисунка видно, что области существования различных режимов могут перекрываться, порождая области мультистабильного поведения.

Области существования режимов соответствуют существованию предельных циклов аналогичной кратности. Переходы между режимами связаны с бифуркациями особых траекторий. В процессе вычислительных экспериментов установлены следующие бифуркации:

- двукратного предельного цикла (касательная или седло-узловая бифуркация), когда один из мультипликаторов цикла принимает значение $+1$;
- удвоения периода, когда один из мультипликаторов цикла равен -1 ;
- Неймарка-Сакера, когда мультипликаторы комплексно-сопряженные по модулю равны 1.

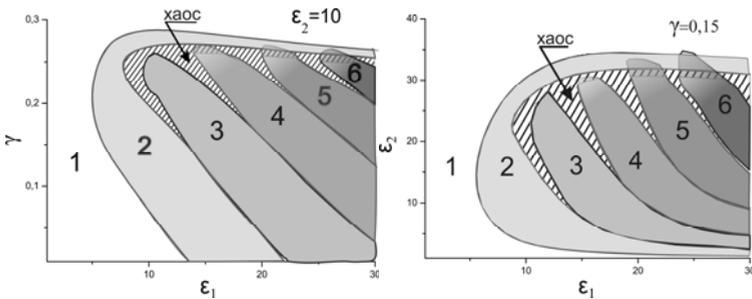


Рис.

Было определено, что система фазовой синхронизации, описываемая (1), может демонстрировать нейроноподобные динамические режимы и, соответственно, может быть использована в качестве модели нейрона. Важным преимуществом данной модели является наличие аппаратной реализации в виде электронной микросхемы, что теоретически позволяет составлять радиотехнические схемы для изучения коллективной динамики.

[1] Шалфеев В.Д. //Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т.11, № 3. С.397.

[2] Мищенко М.А. //Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011, №5(3). С.279.

ВЛИЯНИЕ ШУМА НА СИНХРОНИЗАЦИЮ НАНОГЕНЕРАТОРА

К.Н. Алешин, А.А. Мальшев

Нижегородский госуниверситет

Увеличение мощности спиновых наногенераторов с помощью когерентного суммирования является в настоящее время достаточно актуальной задачей. Однако высокий уровень шума может помешать стабильной синхронизации подобных генераторов, поэтому представляется важным исследование влияния шума на устойчивость синхронизации. В данной работе теоретически рассматривается вопрос о влиянии шума на синхронизацию спинового наногенератора внешним переменным магнитным полем.

В качестве исследуемой модели рассматривается структура, состоящая из двух ферромагнитных слоев, разделённых слоем из немагнитного материала. Через всю структуру в поперечном направлении протекает электрический ток. Динамика намагниченности исследуемого слоя описывается безразмерным уравнением Ландау-Лифшица с дополнительным слагаемым Слончевского [1]:

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}] - \alpha[\mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}]] + j[\mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times \mathbf{m}_f]] \quad (1)$$

где \mathbf{m} – вектор размерности три, описывающий намагниченность исследуемого слоя, \mathbf{h}_{eff} – эффективная напряжённость магнитного поля, j – плотность электрического тока и \mathbf{m}_f – единичный вектор намагниченности опорного (фиксированного) слоя, в рамках нашей системы направленный по оси z , γ – гиромагнитное отношение, α – параметр релаксации. Наибольшие шумы в системе связаны с электрическим током, следовательно, учтём шумовое воздействие как добавку к плотности электрического тока: $j = j_d + j_n$, где j_d – константа, $a j_n$ – гауссовский белый шум.

В качестве внешнего синхронизирующего сигнала примем циркулярно-поляризованное магнитное поле:

$$\mathbf{h}_{\text{ext}} = h(\cos \omega t \cdot \mathbf{e}_x + \sin \omega t \cdot \mathbf{e}_y),$$

входящее в уравнение как $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}_{\text{ext}} + \mathbf{e}_z(1 + \beta m_z)$, где β – параметр анизотропии исследуемого ферромагнитного слоя.

После замены переменных:

$$\begin{cases} m_x = \rho \cos \varphi \\ m_y = \rho \sin \varphi \end{cases}$$

и с учётом соотношения $m_z = (1 - m_x^2 - m_y^2)^{1/2}$ векторное уравнение (1) можно свести к системе двух уравнений относительно переменных ρ и φ .

В случае детерминированной динамики при некоторых параметрах система имеет проекцию фазового портрета на плоскость $m_z = 0$. На рис. 1 введены следующие обозначения: **1** – устойчивый фокус, **2** – седло, **3** – неустойчивый фокус и **4** – устойчивый предельный цикл.

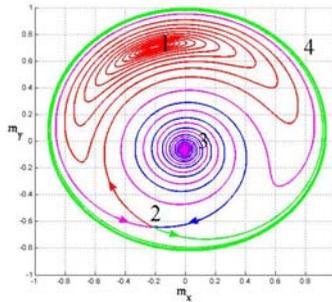


Рис. 1

Если в систему включить шумовое воздействие ($j_n \neq 0$), то при тех же параметрах возникнут перескоки между бассейнами притяжения устойчивых аттракторов. На рис. 2 изображены проекция фазового портрета на плоскость $m_x=0$ при шумовом воздействии и усреднённая на восьми периодах внешнего поля разность частот исследуемого генератора и синхронизирующего сигнала.

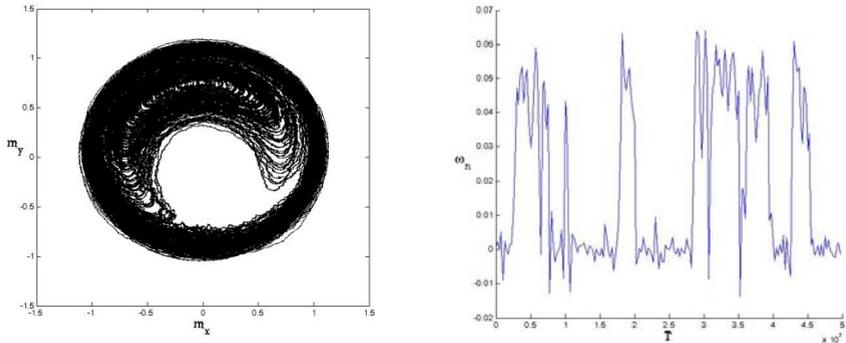


Рис. 2

С помощью численного расчета показано, что при интенсивностях шума, близких к полученным в экспериментах, стабильная синхронизация возможна только в области захвата. В зоне бистабильности режима синхронизации и режима биений при варьировании величины плотности тока существует область метастабильной синхронизации.

Работа поддержана грантом РФФИ 10-02-00865-а, грантом Президента РФ МК-4028.2012.2, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (контракты №02.740.11.0075 и № 02.740.11.0565).

Авторы выражают благодарность Половинкину А.В. и Мишагину К.Г.