

### КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО ОБЪЕКТА В СИСТЕМЕ СОТОВОЙ СВЯЗИ

И.М.Аверин<sup>1)</sup>, В.Т.Ермолаев<sup>2)</sup>, А.Г.Флакман<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> ООО «МЕРА-НН»

<sup>2)</sup> Нижегородский госуниверситет

Определение положения пользователя является одной из важных задач сервиса в сотовых системах связи. Это вызвано появлением новых видов услуг и требованиями со стороны спецслужб [1]. В перспективных системах связи предполагается широкое применение антенных решёток, поэтому актуальными являются триангуляционные методы, использующие информацию об угле прихода сигнала от пользователя (его пеленг) на антенну базовой станции (БС). Для городских условий характерно многолучевое распространение радиоволн, приводящее к ошибке пеленгации пользователя и уменьшению точности определения его положения.

В [2] рассмотрена проблема оценивания положения пользователя триангуляционным методом с использованием двух и трех БС. Показано, что увеличение количества задействованных БС приводит к увеличению точности оценки положения. Так, при переходе от двух к трём БС и использовании максимально правдоподобных (МП) оценок, можно получить выигрыш в точности оценки на 30÷50% [2].

Предположим, что пеленг пользователя определяется на трех произвольно расположенных БС, и необходимо оценить его декартовые координаты на основании измеренных углов  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Выберем начало системы координат в точке распо-

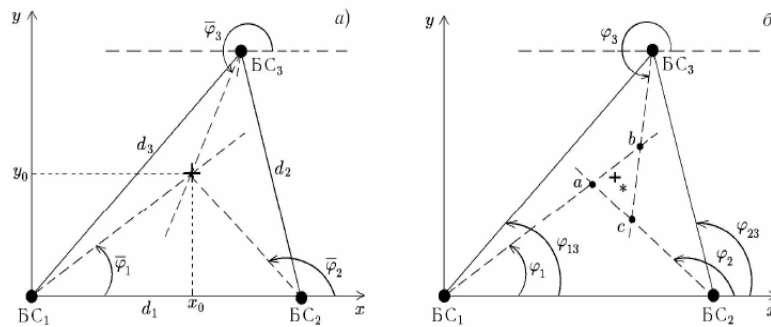


Рис. 1

ложения БС<sub>1</sub> и будем считать, что БС<sub>2</sub> расположена на оси  $x$ . Пусть  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_3$  – расстояния между БС, а пользователь находится в точке  $(x_0, y_0)$ , которая соответствует углам  $\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \bar{\varphi}_3$  (рис. 1а). При отсутствии ошибок измерения все три линии пеленга, пересекаются в точке  $(x_0, y_0)$  (символ «+» на рис. 1а и 1б). При наличии

ошибок измерения эти пеленги дают три точки пересечения, образуя некоторую зону неопределенности или пеленгационный треугольник ( $\Delta abc$  на рис. 16).

Совместную плотность вероятности  $P(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$  оценок пеленга можно записать в виде произведения одномерных плотностей вероятностей [2]:

$$f(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = (2\pi)^{-3/2} (\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3)^{-1} \exp \left[ -\sum_{i=1}^3 \frac{(\varphi_i - \bar{\varphi}_i)^2}{2\sigma_i^2} \right], \quad (1)$$

где  $\bar{\varphi}_i$  и  $\sigma_i$  – средние значения и СКО оценок углов пеленга на  $i$ -ой БС ( $i=1,2,3$ ).

При известных оценках пеленгов  $\varphi_1, \varphi_2$  и  $\varphi_3$ , выражение (1) является функцией правдоподобия относительно неизвестных истинных пеленгов. Значения  $\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \bar{\varphi}_3$ , максимизирующие (1), являются МП оценкой угловых координат пользователя. Переменные  $\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \bar{\varphi}_3$  являются зависимыми, и каждая из них может быть выражена через две другие. В [2] показано, что эти переменные связаны достаточно сложным образом, и получить аналитическое выражение для МП оценки не представляется возможным. Такая оценка может быть определена только численными методами и требует значительных вычислительных ресурсов.

Данную проблему можно устранить, если использовать точку, координаты которой определяются аналитически. В качестве альтернативных оценок рассмотрим особые точки  $\Delta abc$  на рис. 16. К таким отнесем точки, определяемые пересечением его биссектрис, медиан или высот.

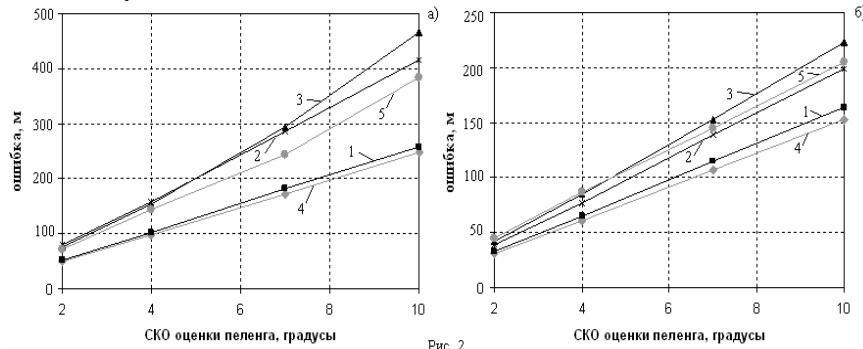


Рис. 2

На рис. 2 приведены зависимости ошибки оценивания при уровне вероятности 90% (рис. 2а) или 67% (рис. 2б) от СКО оценки пеленга. Результаты получены численным моделированием при условии, что СКО одинакова для всех БС и при расстоянии между БС 1 км. Кривая 1 соответствует точке пересечения биссектрис, кривая 2 – медиан, кривая 3 – высот, кривая 4 – МП оценке для трех БС, кривая 5 – МП оценке для двух БС. Видно, что наилучшую точность обеспечивает оценка, соответствующая точке пересечения биссектрис. При этом точность определения местоположения очень близка к точности, соответствующей МП оценке. Так, при

вероятности 90%, использование этой оценки приводит к уменьшению точности определения местоположения лишь на 5%, а при вероятности 67% – на 7%, независимо от СКО оценки пеленга. Это позволяет считать предложенную оценку квази-оптимальной и представляющей практический интерес.

- [1] Rappaport T. S., Reed J. H., Woerner B. D. // IEEE Comm. Mag. 1996. V. 34. P. 33.  
 [2] Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Беван Д.Д.Н., Аверин И.М. // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т.51, №2. С. 162.

## ТОЧНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТИ БИТОВОЙ ОШИБКИ В МИМО-СИСТЕМАХ С ДВУМЯ СОБСТВЕННЫМИ ПОДКАНАЛАМИ

А.М. Зуев, В.Ю. Семенов, А.Г. Флакман

*Нижегородский госуниверситет*

В МИМО-системах (multiple-input multiple-output systems), использующих антенные решетки на обоих концах линии связи, возможно формирование  $K$  независимых параллельных собственных подканалов для передачи данных [1]. Для этого на передающей стороне должна быть известна матрица  $\mathbf{H}$  коэффициентов передачи между передающими и приемными антеннами, которая оценивается на приемной стороне. Очевидно, что такая система должна иметь обратную связь. В случае некоррелированных релейских замираний сигналов число собственных подканалов определяется минимальным числом передающих ( $M$ ) или приемных ( $N$ ) антенн, то есть  $K = \min\{M, N\}$  [1].

Коэффициент усиления  $i$ -го подканала равен собственному числу  $\lambda_i$  матрицы  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  или  $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ , где  $(\cdot)^H$  – эрмитовое сопряжение. Для нахождения вероятности битовой ошибки в МИМО-системе необходимо знать плотности вероятности ранжированных собственных чисел  $\lambda_i$ . Соответствующие выражения в условиях релейских замираний сигналов известны только для трех конфигураций системы: 1)  $M=2, N=2$ ; 2)  $M=3, N=2$  (или, что эквивалентно,  $M=2, N=3$ ); 3)  $M=4, N=2$  (или, что эквивалентно,  $M=2, N=4$ ) [2]. В настоящей работе получены точные аналитические выражения для вероятности битовой ошибки в МИМО-системе.

Во всех рассматриваемых конфигурациях имеется по два собственных числа. Выражения для плотности вероятности  $f_i$   $i$ -го собственного числа ( $i = 1, 2$ ) приведены в таблице 1 для конфигураций 1, 2 и 3 (1, 2 и 3 строки, соответственно).

Табл. 1

$f_1(\lambda) = (\lambda^2 - 2\lambda + 2)e^{-\lambda} - 2e^{-2\lambda}$	$f_2(\lambda) = 2e^{-2\lambda}$
$f_1(\lambda) = 0,5\lambda(\lambda^2 - 4\lambda + 6)e^{-\lambda} - \lambda(\lambda + 3)e^{-2\lambda}$	$f_2(\lambda) = \lambda(\lambda + 3)e^{-2\lambda}$
$f_1(\lambda) = \frac{\lambda^2(\lambda^2 - 6\lambda + 12)e^{-\lambda}}{6} - \frac{\lambda^2(\lambda^2 + 6\lambda + 12)e^{-2\lambda}}{6}$	$f_2(\lambda) = \frac{\lambda^2(\lambda^2 + 6\lambda + 12)e^{-2\lambda}}{6}$

Будем считать, что полная мощность равномерно делится между собственными подканалами. Тогда отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе  $i$ -го подканала ( $i=1,2$ ) будет равно  $\rho_i = \rho\lambda_i$ , где ОСШ  $\rho = (E_b / N_0)$ ,  $E_b$  энергия бита,  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума.

Вероятность битовой ошибки в ММО-системе при использовании сигналов бинарной или квадратурной фазовой модуляции равна [3]:

$$BER = 0.5(BER_1 + BER_2), \quad BER_i = \int_0^{\infty} f_i(\lambda) Q(\sqrt{\rho\lambda}) d\lambda, \quad (1)$$

где  $BER_i$  – вероятность ошибки в  $i$ -ом подканале,  $Q(x)$  – функция Маркума.

Интеграл типа  $I(\rho) = \int_0^{\infty} x^\alpha e^{-\beta x} \Phi(\sqrt{\rho x}) dx$  можно вычислить, выполняя дифференцирование по параметру  $\rho$ .

В результате получим выражения для вероятности битовой ошибки в ММО-системе, которые представлены в левом столбце таблицы 2, где  $a(\rho) = \sqrt{\rho/(\rho+2)}$ , верхний индекс  $BER^{(M \times N)}$  показывает число передающих и приемных антенн. В правом столбце этой таблицы приведены асимптотические выражения при ОСШ  $\rho \gg 1$ .

Табл. 2

$BER^{(2 \times 2)} = \frac{1}{2} - \frac{11}{16}a + \frac{3}{8}a^3 - \frac{3}{16}a^5$	$BER^{(2 \times 2)}(\rho) \approx 0.5\rho^{-1}$
$BER^{(3 \times 2)} = \frac{1}{2} - \frac{57}{64}a + \frac{49}{64}a^3 - \frac{39}{64}a^5 + \frac{15}{64}a^7$	$BER^{(3 \times 2)} \approx 1.125\rho^{-2}$
$BER^{(4 \times 2)} = \frac{1}{2} - \frac{135}{128}a + \frac{5}{4}a^3 - \frac{87}{64}a^5 + \frac{15}{16}a^7 - \frac{35}{128}a^9$	$BER^{(4 \times 2)} \approx 2.5\rho^{-3}$

На рисунке показана вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ  $\rho$  (в дБ) для трех конфигураций ММО-системы  $M=2, N=2$ ;  $M=3, N=2$  и  $M=4, N=2$  (кривые 1,2,3, соответственно). Кривые получены с помощью точных формул, а кружочки – численным моделированием. Видно, что с ростом  $M$  вероятность ошибки уменьшается, а наклон кривых увеличивается. Если зафиксировать вероятность ошибки, на-

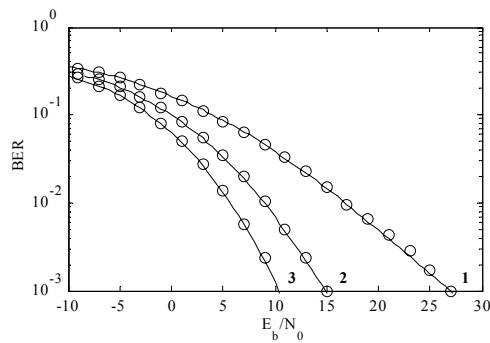


Рис.

пример, на уровне 0,001, то необходимое ОСШ составляет 27, 15 и 10.5 дБ для  $M=2$ , 3 и 4, соответственно.

- [1] Paylraj A., Nabar R., Gore D. Introduction to space-time wireless communications. Cambridge University Press, 2003.  
 [2] Vaughan R., Andersen J.B. Channels, propagation and antennas for mobile communications. London: IEE., 2003.  
 [3] Прокис Д. Цифровая связь / Пер. с англ. М: Радио и связь, 2000.

## СПЕКТР БРОУНОВСКОЙ ДИФФУЗИИ В КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ МОНОСТАБИЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Н.В. Агудов, А.В. Кричигин

Нижегородский госуниверситет

Спектральная плотность мощности выходного сигнала является одной из основных характеристик нелинейной системы, поэтому вычисление точных выражений для спектра представляет собой важную задачу. К сожалению, в силу сложности математических вычислений, на сегодняшний день точных выражений для спектров мощности нелинейных систем известно крайне мало. В настоящей работе впервые получено точное выражение для спектра сигнала на выходе сверхвязкой системы, описываемой кусочно-линейным моностабильным потенциалом (рис. 1). Рассматривается система, описываемая уравнением Ланжевена:

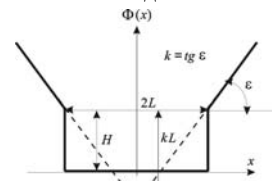


Рис. 1

$$\dot{x} = -\Phi'(x) + \xi(t), \quad (1)$$

где  $\xi(t)$  – входной белый гауссовский шум:  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t) \xi(t+\tau) \rangle = 2q\delta(\tau)$ ,  $2q$  – интенсивность шума,  $\Phi(x)$  – потенциальный профиль, описывающий поведение системы,  $x(t)$  – выходной сигнал. Соответствующее (1) уравнение Фоккера-Планка для плотности вероятности  $W(x,t)$  выглядит следующим образом:

$$\partial W(x,t)/\partial t = \partial/\partial x \{ \Phi'(x)W(x,t) + q \partial W(x,t)/\partial x \}. \quad (2)$$

Для определения плотности вероятности переходов уравнение (2) необходимо решать с начальным условием:

$$W(x,0) = \delta(x - x_0). \quad (3)$$

Спектральная плотность мощности в установившемся режиме может быть вычислена через Лаплас-образ функции корреляции (см., например, [1]):

$$S(\omega) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} K[\tau] \cos(\omega\tau) d\tau = 1/\pi \operatorname{Re}[\hat{K}[p]]. \quad (4)$$

Для вычисления спектральной плотности мощности используем метод, основанный на преобразовании Лапласа, который более подробно описан в работах [1], [2]. Применяя преобразование Лапласа к уравнению (2) с учетом начальных условий (3), получим дифференциальное уравнение для образа Лапласа плотности вероятности переходов  $Y(x, x_0, p)$ :

$$qY'' + [\Phi'(x)Y'] - pY = -\delta(x - x_0). \quad (5)$$

Используя решение уравнения (5) можно вычислить Лаплас-образ функции корреляции:

$$\hat{K}[p] = \int_{-\infty}^{\infty} x_0 W_{st}(x_0) dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} x Y(x, x_0, p) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x_0 W_{st}(x_0) G(x, p) dx_0, \quad (6)$$

где  $W_{st}$  – стационарная плотность вероятности, а выражение для множителя  $G(x, p)$  может быть переписано в виде:

$$G(x, p) = \left( x_0 - q[Y(\infty, x_0, p) - Y(-\infty, x_0, p)] - \int_{-\infty}^{\infty} \Phi'(x) Y(x, x_0, p) dx \right) / p. \quad (7)$$

Выражение для образа Лапласа функции корреляции может быть переписано в следующем виде:

$$\hat{K}[p] = \frac{\langle x^2 \rangle}{p} + \frac{8 e^{\beta} ((e^{\alpha} - 1)A_1 - (e^{\alpha} + 1)A_2)}{(\gamma + \alpha\lambda)^2 (\alpha e^{\beta} (e^{\alpha} + 1) + (e^{\alpha} - 1)(\alpha\lambda - \gamma))}, \quad (8)$$

где  $\beta = H/q$ ,  $\gamma = kL/q$ ,  $\alpha = \sqrt{4L^2 p/q}$ ,  $\lambda = \sqrt{1 + \gamma^2 / \alpha^2}$ ,

$$A_1 = \frac{\gamma(L^2 p(e^{\beta} - \gamma - 2) + q\gamma^2 e^{\beta})}{p^2(1 + \gamma e^{\beta})} + \frac{2L^2 \gamma^2 e^{\beta}}{p^2(1 + \gamma e^{\beta})(\gamma + \alpha\lambda)} - \frac{2L^4 e^{-\beta}}{q(\gamma + \alpha\lambda)},$$

$$A_2 = \frac{2L^4 \alpha}{q(\gamma + \alpha\lambda)^2} + \frac{2L^2 \alpha \gamma^3 e^{\beta}}{p(\gamma + \alpha\lambda)^2(1 + \gamma e^{\beta})} + \frac{q\alpha \gamma^4 e^{\beta}}{p^2(\gamma + \alpha\lambda)(1 + \gamma e^{\beta})} + \frac{2L^2 \alpha \gamma}{p(\gamma + \alpha\lambda)}.$$

В заключении проведем сравнение наших результатов с результатами, полученными приближенным методом, подробно описанным в работе [3]. На рис. 2 приведен график зависимости ошибки спектральной плотности мощности, найденной с помощью точного и приближенного метода. На рисунке изображены кривые для различных параметров системы. Кривая 1 соответствует максимальной ошибке ( $q/H=0.5$ ,  $k=0.7$ ,  $L=0.75$ ), которая составляет ~13%. Остальные кривые соответствуют изменению одного параметра: 2 –  $q/H=0.3$ ; 3 –  $q/H=0.7$ ; 4 –  $k=0.5$ ; 5 –  $k=0.9$ ; 6 –  $L=0.55$ ; 7 –  $L=0.95$ .

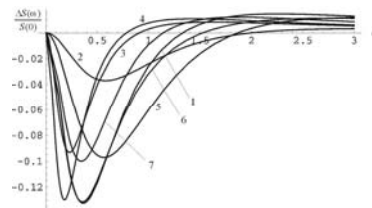


Рис. 2

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 08-02-01259).

- [1] Ганин В.Н., Дубков А.А. // Актуальные проблемы статистической радиофизики (малаховский сборник). 2003. Т.2. С. 108.  
 [2] Агудов Н. В., Малахов А.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1993. Т.36. С. 148.  
 [3] Агудов Н.В., Кричигин А.В. // Актуальные проблемы статистической радиофизики (малаховский сборник). 2006. Т.5. С. 103.

## АНАЛИЗ НОВОГО ВИДА СТОХАСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В СВЕРХВЯЗКИХ МОНОСТАБИЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Н.В. Агудов, А.В. Кричигин

*Нижегородский государственный университет*

В данной работе исследовано явление стохастического резонанса (СР), то есть наличие максимума отношения сигнал-шум (ОСШ) на выходе моностабильной системы в зависимости от интенсивности входного шума. В классическом понимании СР наблюдается в сверхвязких бистабильных (мультистабильных) системах с потенциальным барьером (барьерами). При этом немонотонная зависимость ОСШ сопровождается немонотонным поведением усиления мощности сигнала (УМС) на выходе системы как функции интенсивности входного шума. В моностабильной системе не существует барьера, поэтому механизм и свойства «моностабильного СР» отличаются от «классического СР». В данной работе показано, что в сверхвязкой моностабильной системе возможно наличие качественно нового вида СР, то есть случай, когда нелинейное поведение ОСШ сопровождается линейной зависимостью УМС.

Рассматривается сверхвязкая моностабильная система, возбуждаемая аддитивной смесью гармонического сигнала и шума, описываемая уравнением Ланжевена:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{d\Phi(x)}{dx} + s(t) + \xi(t),$$

где  $\xi(t)$  – белый гауссовский шум:  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t) \xi(t+\tau) \rangle = 2q\delta(\tau)$ ,  $2q$  – интенсивность шума,  $\Phi(x)$  – потенциальный профиль, описывающий поведение системы,  $x(t)$  – выходной сигнал.

Ранее СР в моностабильной сверхвязкой системе с аддитивным шумом наблюдался в работе [1], но только как максимум функции УМС на выходе системы от интенсивности входного шума. В данной работе исследуется зависимость ОСШ и УМС как функции интенсивности входного шума  $q$  и параметров моностабильной системы аналитическими методами, основанными на теории линейного отклика [2]. Для исследуемых потенциалов, используя преобразование Лапласа, решено уравнение Фоккера-Планка для плотности вероятности  $W(x,t)$ :

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Phi'(x)W(x,t) + q \frac{\partial W(x,t)}{\partial x} \right).$$

С помощью полученного решения найден лапласовский образ функции автокорреляции и спектральная плотность мощности [3]. В частности, рассмотрим системы, описываемые следующими видами моностабильных потенциалов (рис. 1). При этом систему, описываемую правым потенциалом, будем называть жесткой, а систему, описываемую левым потенциалом – мягкой.

Проанализируем данные системы на наличие максимума ОСШ и УМС. Для этого на рис. 2 показаны плоскости параметров систем (для мягкой системы параметрами являются углы наклона,  $L=1$ ; для жесткой – ширины потенциала,  $H=1$ ). Как и в предыдущем случае, левый рисунок соответствует мягкой системе, а правый – жесткой. Выделены области нелинейной зависимости ОСШ и УМС соответственно.

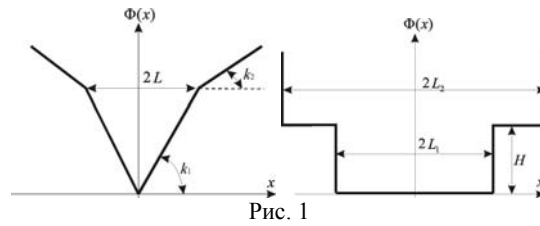


Рис. 1

Из рисунков хорошо видно, что для данных систем характерно качественно различное поведение. При этом в мягкой системе существует три режима работы: монотонное уменьшение ОСШ и немонотонное увеличение УМС, монотонное уменьшение ОСШ и увеличение УМС и немонотонное уменьшение ОСШ и монотонное увеличение УМС.

Последний режим соответствует новому виду СР. С другой стороны, для жесткой системы, как видно из рисунка, немонотонная зависимость ОСШ от интенсивности входного шума имеет место только в

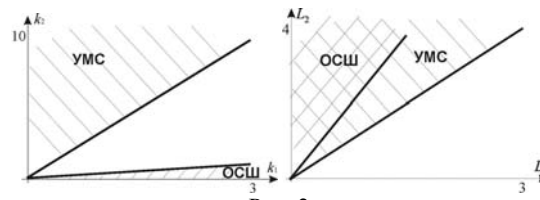


Рис. 2

случае немонотонного уменьшения УМС, как и в случае классического СР.

Наличие нелинейности ОСШ в моностабильных системах обусловлено убыванием возвращающей силы с увеличением отклонения от состояния равновесия, тогда как наличие нелинейности УМС сопровождается увеличением данной силы. В мягкой системе возможно либо увеличение, либо уменьшение возвращающей силы, следовательно, возможно существование только одного из режимов работы (либо нелинейность ОСШ, либо нелинейность УМС).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 08-02-01259).

- [1] Evstigneev V., Reimann P., Pankov V., Prince R.H. //Europhys.Lett. 2004. V.65. P.7.
- [2] Anishchenko V.S. Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems. Berlin: Springer. 2002.
- [3] Risken H. The Fokker–Planck Equation. Methods of Solution and Applications. Berlin: Springer-Verlag. 1989.



- [4] Агудов Н.В., Кричигин А.В. //Труды 11-й Научной конференции по радиофизике. / Ред. А.В. Якимов, А.В. Кудрин. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. С. 127.

## МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ СВЕРТОЧНО КОДИРОВАННОГО СИГНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСКРЕТНОЙ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

С.А. Авдашов, Е.А. Коньков

*Нижегородский госуниверситет*

В данной работе предложен метод классификации сверточно кодированных двоичных сигналов без проведения процедуры декодирования. Метод основан на использовании информации о структуре сигнала для определения типа кодера, с выхода которого был получен исследуемый сигнал. В качестве модели сигнала использованы дискретные многосвязные марковские модели [1 – 3].

Пусть имеется ограниченный набор сверточных кодеров, каждому из которых сопоставляется некоторая дискретная марковская модель порядка  $k$ . Параметры этой модели оцениваются следующим образом. Генерируется случайная двоичная кодовая последовательность  $x_1^n = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  большой длины  $n$ . По сгенерированной кодовой последовательности оцениваются эмпирические переходные вероятности, которые и являются параметрами модели:

$$\hat{P}_n(a_{k+1} | a_1^k) = \frac{N_n(a_1^{k+1})}{N_{n-1}(a_1^k)},$$

где

$$N_n(a_{i_1}^{i_k}) = \sum_{j=0}^{n-k} \delta(x_{j+1}^{j+k} = a_{i_1}^{i_k})$$

– количество повторений в выборке  $x_1^n$  комбинации бит  $a_1^k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ , а

$$\delta(x_{j+1}^{j+k} = a_1^k) = \begin{cases} 1, & x_{j+1}^{j+k} = a_1^k \\ 0, & x_{j+1}^{j+k} \neq a_1^k \end{cases}$$

– многомерная дельта-функция.

Принцип, на котором основано помехоустойчивое кодирование, заключается во внесении избыточности в передаваемое сообщение. Следовательно, некоторые комбинации бит не могут встретиться в кодовой последовательности, и каждый кодер будет характеризоваться набором таких двоичных последовательностей, которые не могут встретиться в закодированной последовательности [4, 5]. Вероятность встретить в кодовой последовательности остальные комбинации бит зависит от кодируемого сигнала. Если кодируемый сигнал подвергался сжатию без потерь, то эти комбинации бит можно считать равновероятными. Руководствуясь данными соображениями, марковскую модель для описания сверточного кодера можно модифицировать так, чтобы она учитывала специфику сверточно кодированного сиг-

нала. Эмпирические совместные вероятности модели определяются следующим образом:

$$\widehat{P}_n(a_1^{k+1}) = \begin{cases} 0, & \delta(x_{j-k}^j = a_1^{k+1}) = 0 \quad \forall j \in (k+1, \dots, n), \\ q, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

где  $q$  находится из условия нормировки:

$$\sum_{a_1^{k+1} \in A^{k+1}} \widehat{P}_n(a_1^{k+1}) = 1.$$

Таким образом, эмпирические переходные вероятности модели оцениваются по следующей формуле:

$$\widehat{P}_n(a_{k+1} | a_1^k) = \frac{\widehat{P}_n(a_{k+1}, a_1^k)}{\widehat{P}_n(0, a_1^k) + \widehat{P}_n(1, a_1^k)}.$$

При выборе порядка дискретной марковской модели для аппроксимации сверточного кодера прежде всего следует руководствоваться анализом зависимости ее энтропии от порядка модели:

$$\widehat{h}(k) = - \sum_{a_1^{k+1} \in A^{k+1}} \widehat{P}_n(a_1^{k+1}) \log \widehat{P}_n(a_{k+1} | a_1^k).$$

В качестве критерия для классификации сигналов используется нормированный логарифм правдоподобия в следующем виде:

$$\text{NELL} = (n-k)^{-1} \sum_{j=k}^n \log \widehat{P}_n(x_{j+1} | x_{j-k+1}^j).$$

На основе критерия нормированного логарифма правдоподобия разработан алгоритм классификации двоичных сверточно кодированных сигналов. Для кодеров [7, 5], [17, 15], [7, 7, 5], [17, 15, 13] определены параметры оптимальных марковских моделей, позволяющие с точностью, близкой к 1, верно идентифицировать кодовую последовательность. Предложенный метод хорошо работает при зашумлении на 5% кодовой последовательности и распознает кодеры с вероятностью более 90% уже при длине более 600 бит полученных с них кодовых последовательностей.

- [1] Романовский В.И. Дискретные цепи Маркова. М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. 436 с.
- [2] Яншин В.В. // Доклады Академии Наук СССР. 1991. Т. 318, №5. С. 1083.
- [3] Яншин В.В. // Радиотехника и электротехника. 1993. Т. 38, вып. 6. С. 1108.
- [4] Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2005. 320 с.
- [5] Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование методы и алгоритмы: справочник. М.: Горячая линия–Телеком, 2004. 126 с.

## КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЕМ СИГНАЛОВ С УГЛОВОЙ ДИСПЕРСИЕЙ С ПОМОЩЬЮ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

В.Т. Ермолаев, М.А. Соколов, А.Г. Флакман

*Нижегородский госуниверситет*

В современных системах мобильной радиосвязи требуется постоянное увеличение скорости передачи данных, что может быть достигнуто с помощью антенных решеток (АР) [1]. Одной из основных задач обработки сигналов в АР является накопление сигнала. Для этого сигналы, принимаемые различными антеннами, суммируются с некоторыми комплексными весовыми коэффициентами, которые максимизируют функцию выходной мощности. Для плоской волны, падающей под определенным углом на АР, весовой вектор может быть легко найден: достаточно выровнять фазы сигналов на отдельных антеннах и сложить получившиеся сигналы. В то же время в городских условиях сигнал, передаваемый пользователем, претерпевает множество переотражений и приходит на АР базовой станции в виде суперпозиции плоских волн, падающих под различными углами, что приводит к угловой дисперсии и значительно усложняет задачу его накопления.

Традиционно для накопления сигнала используется метод, основанный на нахождении собственных векторов корреляционной матрицы сигнала  $\mathbf{M} = \langle \mathbf{X}\mathbf{X}^H \rangle$ , где  $\mathbf{X}(t)$  – вектор сигналов в элементах АР,  $(\cdot)^H$  – эрмитово сопряжение,  $\langle \cdot \rangle$  – статистическое среднее. В соответствии с этим методом необходимо сформировать весовой вектор  $\mathbf{W}$  равный собственному вектору  $\mathbf{U}_1$  матрицы  $\mathbf{M}$ , соответствующему максимальному собственному числу  $\lambda_1$ . Главным недостатком метода является большая вычислительная нагрузка.

Для снижения вычислительных затрат в данной работе предлагается использовать метод степенных векторов [2]. В соответствии с данным методом весовой вектор  $\mathbf{W}$  раскладывается по степенным векторам  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{MS}$ ,  $\mathbf{M}^2\mathbf{S}, \dots, \mathbf{M}^{N-1}\mathbf{S}$ , где  $\mathbf{S}$  – вектор сигнала,  $N$  – число антенн на базовой станции. Разложение по всем  $N$  степенным векторам соответствует оптимальной обработке. Для квазиоптимальной обработки можно сократить число членов разложения.

Рассмотрим случай использования только двух векторов  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{MS}$ . Сформируем на их основе ортонормированный базис согласно процедуре ортогонализации Грамма-Шмидта:  $\mathbf{F}_0 = \mathbf{S}$ ,  $\mathbf{F}_1 = \mathbf{MS} - (\mathbf{S}^H \mathbf{MS})\mathbf{S}$ . Представим весовой вектор как  $\mathbf{W} = \mathbf{F}_0 + \alpha \mathbf{F}_1$ , где  $\alpha$  – вещественная константа. Отношение сигнал / шум  $\rho$  на выходе АР запишется в виде:  $\rho = (\mathbf{W}^H \mathbf{M} \mathbf{W}) / (\mathbf{W}^H \mathbf{W})$ . Найдем максимум  $\rho$  за счет выбора параметра  $\alpha$ . Вычисляя производную  $\rho$  по  $\alpha$  и приравняв ее к нулю, получим квадратное уравнение:

$$d_{01}\alpha^2 + (d_{00} - d_{11})\alpha - d_{01} = 0,$$

где  $d_{ij} = \mathbf{F}_i^H \mathbf{M} \mathbf{F}_j$ .

В случае квазиоптимальной обработки на основе трех векторов  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{MS}$  и  $\mathbf{M}^2\mathbf{S}$  можно сформировать ортонормированный базис  $\mathbf{F}_0$ ,  $\mathbf{F}_1$  и  $\mathbf{F}_2$  и представить весовой

вектор как  $\mathbf{W} = \mathbf{F}_0 + \alpha \mathbf{F}_1 + \beta \mathbf{F}_2$ . Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  – вещественные константы, которые можно найти из условия максимума выходного отношения сигнал/шум  $\rho$ .

Для оценки эффективности предложенного метода была выбрана модель мобильного канала связи (так называемая 3GPP-модель) [3]. В соответствии с ней сигнал пользователя на AP базовой станции представляет собой совокупность шести лучей, каждый из которых имеет угловое распределение Лапласа с шириной в  $2^\circ$ . Углы прихода этих лучей выбираются так, что в среднем по ансамблю реализаций формируется распределение Лапласа с шириной луча равной  $8^\circ$ , что соответствует городским условиям.

В ходе моделирования была исследована эффективность данного метода по сравнению с оптимальным для различных соотношений между шириной главного луча AP и средней шириной источника сигнала. На рисунке приведены кривые потерь при накоплении сигнала предложенным методом относительно оптимального случая, эффективность которого принята за 0 дБ.

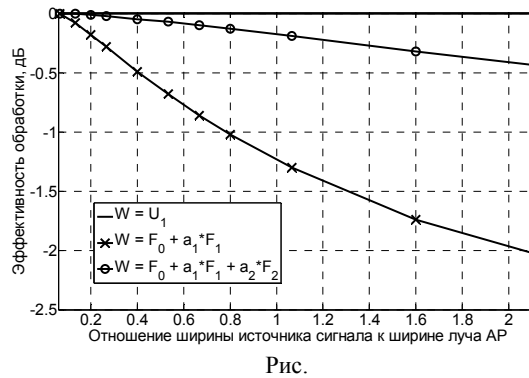


Рис.

эффективность которого принята за 0 дБ.

Результаты моделирования показали, что предложенный квазиоптимальный метод обладает достаточно высокой эффективностью. Например, если средняя ширина источника сигнала равна ширине луча AP, то потери в отношении сигнал/шум составляют 1,2 и 0,2 дБ при использовании двух или трех степенных векторов, соответственно. Таким образом, данный метод накопления сигнала может использоваться в системах радиосвязи, поскольку обладает высокой эффективностью.

- [1] Godara L.C. Smart Antennas. London: CRC Press, 2004. 472 с.
- [2] Ermolayev V.T., Flaksman A.G. // Int. J. Electronics, 1993. T.75, №4. С.753.
- [3] <http://www.3gpp.org/ftp/specs/html-info/25996.htm>.

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ АДАПТИВНОГО ПРИЕМА СИГНАЛОВ С УГЛОВОЙ ДИСПЕРСИЕЙ В АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ

В.Т. Ермолаев, М.А. Соколов, А.Г. Флакман

*Нижегородский госуниверситет*

В современных системах беспроводной широкополосной радиосвязи все чаще находят применение адаптивные системы на базе антенных решеток (АР). АР позволяют увеличить покрытие и емкость беспроводных сетей передачи данных, а также повысить качество связи. Одной из главных задач пространственной обработки сигналов в АР является прием сигналов от мобильных пользователей. В отличие от систем радиолокации, где источники сигналов являются точечными, в системах мобильной связи в городских условиях сигналы претерпевают множественные переотражения. Поэтому сигнал, приходящий на АР базовой станции, представляет собой совокупность плоских фронтов, что приводит к расширению его пространственного спектра. Более того, корреляционная матрица источников сигналов априори неизвестна на приемнике, и необходимо постоянно проводить ее оценку, что также усложняет задачу накопления.

Традиционным методом накопления сигналов является метод, основывающийся на нахождении максимального собственного числа корреляционной матрицы сигнала  $\mathbf{M}$  и соответствующего ему собственного вектора  $\mathbf{U}_1$ . Данный метод обладает хорошей эффективностью, но требует значительных вычислительных затрат, что является критичным параметром в системах реального времени. С целью снижения вычислительных затрат, в данной работе предлагается метод, основанный на разложении весового вектора по степеням корреляционной матрицы сигнала  $\mathbf{M}$  [1].

Принятый антенной решеткой сигнал можно представить в виде  $N$ -мерного вектора  $\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{Z}$ , где  $\mathbf{H}$  – вектор канальных коэффициентов,  $\mathbf{S}$  – вектор сигнала пользователя,  $\mathbf{Z}$  – вектор собственных шумов,  $N$  – число антенн на базовой станции. Максимально правдоподобная оценка корреляционной матрицы  $\mathbf{M}$  на основе  $L$  выборок входного процесса записывается следующим образом:

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{X}(l)\mathbf{X}^H(l). \quad (1)$$

Для адаптивного накопления сигнала сформируем ортонормированный базис  $\hat{\mathbf{F}}_0, \hat{\mathbf{F}}_1, \hat{\mathbf{F}}_2, \dots$  на степенных векторах  $\mathbf{S}, \hat{\mathbf{M}}\mathbf{S}, \hat{\mathbf{M}}^2\mathbf{S}, \dots$ . Представим весовой вектор  $\mathbf{W}$  в виде разложения по векторам  $\hat{\mathbf{F}}_0, \hat{\mathbf{F}}_1, \hat{\mathbf{F}}_2, \dots$ . Действительные коэффициенты разложения можно найти из условия максимума отношения сигнал/шум  $\rho$  на выходе АР [1].

Вычислительные затраты данного алгоритма складываются из оценки степенных векторов и построения ортогонального базиса. Вычисление степенных векторов можно выполнить с помощью следующей рекуррентной процедуры:

$$\hat{\mathbf{M}}^k \mathbf{S} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{X}(l)[\mathbf{X}^H(l)\hat{\mathbf{M}}^{k-1}\mathbf{S}]. \quad (2)$$

Учтем, что произведение  $\mathbf{X}^H(l)\widehat{\mathbf{M}}^{k-1}\mathbf{S}$  представляет собой комплексное число. Поэтому вычисление степенных векторов предполагает выполнение операции скалярного произведения векторов. При этом важно отметить, что выполнение операции произведения матрицы на вектор не требуется.

Следовательно, число комплексных умножений при нахождении степенных векторов будет равняться  $2DNL$ , где  $D$  – число этих векторов. Для оценки объема вычислений, связанного с построением ортогонального базиса, рассмотрим общую формулу для вычисления векторов  $\mathbf{F}_k$ :

$$\mathbf{F}_{k+1} = \mathbf{M}\mathbf{F}_k - (\mathbf{F}_k^H \mathbf{M}\mathbf{F}_k)\mathbf{F}_k - (\mathbf{F}_{k-1}^H \mathbf{M}\mathbf{F}_k)\mathbf{F}_{k-1}, k \geq 2. \quad (3)$$

Отсюда следует, что для построения базиса необходимо  $(N^2+4N)(D-1)$  комплексных умножений. В итоге, общий объем вычислений может быть оценен как:  $2DNL+N+(N^2+4N)(D-1)$ . Таким образом, для достаточно больших AP данный квазиоптимальный алгоритм является алгоритмом со сложностью  $\sim N^2$ , в то время как оптимальный имеет сложность  $\sim N^3$ .

Для моделирования адаптивного накопления сигнала была использована 3GPP-модель канала связи [2]. Моделирование проводилось для шестнадцати элементной AP. На графике (см. рис.) представлена зависимость эффективности обработки сигнала (потери в отношении сигнал/шум) от длины  $L$  входного процесса для разной размерности степенного базиса  $\widehat{\mathbf{F}}_0, \widehat{\mathbf{F}}_1, \widehat{\mathbf{F}}_2, \dots$ .

Пунктирные прямые показывают отношение сигнал/шум при точно известной матрице  $\mathbf{M}$ , за 0 дБ обозначено отношение сигнал/шум при

оптимальном векторе  $\mathbf{W}=\mathbf{U}_1$ . Видно, что предложенный метод обладает достаточно высокой эффективностью, особенно при небольшой длине выборки входного процесса.

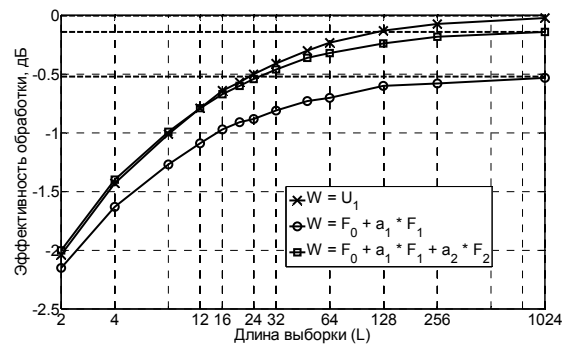


Рис.

- [1] Соколов М.А. // Материалы международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии ИСТ-2008». С. 33.  
 [2] <http://www.3gpp.org/ftp/specs/html-info/25996.htm>

## АЛГОРИТМ LabVIEW ДЛЯ АНАЛИЗА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ СИГНАЛА ЛИНЕЙНЫМ ФИЛЬТРОМ

А.В. Ключев, С.Ю. Тюкалкин

*Нижегородский государственный университет*

В настоящее время остается актуальной задача исследования флуктуационных процессов в радиотехнических системах. Достигнутый прогресс в области вычислительной техники привел к возможности быстро и точно рассчитывать многие параметры систем, подверженных флуктуациям.

В среде программирования LabVIEW 7.1 был проведен анализ преобразования флуктуаций параметров входного сигнала при прохождении через линейный фильтр. Для моделирования флуктуационных процессов был выбран метод Хауса–Аدلера. В ходе анализа моделировались флуктуации амплитуды и фазы входного сигнала. При этом матрицы амплитудных и фазовых флуктуаций входного сигнала соответственно имеют вид:

$$\hat{S}_a(\Omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_{ph}(\Omega) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

С помощью этой модели были получены спектры флуктуаций амплитуды и фазы сигнала на выходе линейного фильтра. Подпрограмма, вычисляющая матрицы амплитудных и фазовых флуктуаций сигнала, упрощенно представлена на рис. 1.

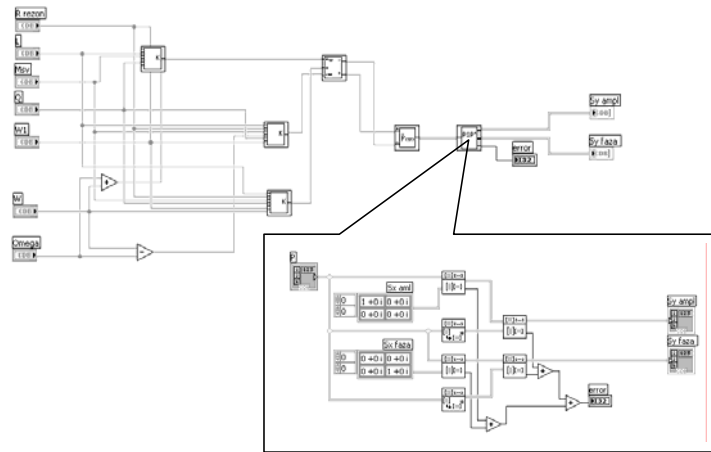


Рис. 1

Также было создано несколько служебных подпрограмм отвечающих за вывод полученных результатов.

- [1] Якимов А.В. // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31, № 6. С. 1168.  
 [2] Патон Б. LabVIEW: основы аналоговой и цифровой электроники / Пер. с англ. National Instruments, 2002. 190 с.

## ДЕКОМПОЗИЦИЯ ВАХ НИЗКОБАРЬЕРНОГО ДИОДА ШОТТКИ

А.В. Клюев, О.М. Корзуева, А.В. Якимов

*Нижегородский государственный университет*

Диод с барьером Шоттки является одним из основных чувствительных нелинейных элементов, используемых при приеме микроволнового излучения. В ряде случаев было бы желательно уменьшить эффективную высоту барьера диода Шоттки и тем самым получить детектор сигналов или умножитель частоты, работающие без постоянного смещения.

Способом снижения эффективной высоты барьера диодов Шоттки является обеспечение высокой туннельной прозрачности у вершины потенциального барьера при сильном неоднородном легировании полупроводника вблизи контакта с металлом. В работах [1, 2] показана перспективность использования технологии  $\delta$ -легирования для изготовления низкобарьерных диодов.

Для расчета и оптимизации детектора необходимо знание дифференциального сопротивления перехода, последовательного сопротивления базы и контактов, а также коэффициента неидеальности, относительной толщины  $\delta$ -слоя и тока насыщения.

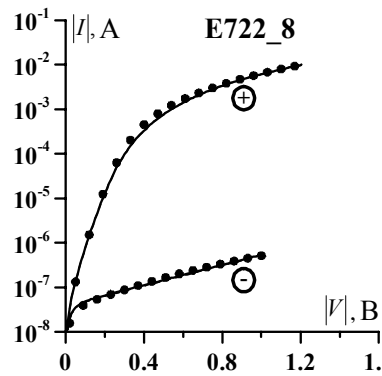


Рис. 1

В настоящей работе представлены результаты исследования вольтамперных характеристик низкобарьерных диодов Шоттки.

Полный ток  $I$  через диод может состоять из двух компонент  $I = I_d + I_l$ , здесь  $I_d$  — диффузионный ток,  $I_l$  — ток утечки.

На рис.1 в качестве примера представлена вольтамперная характеристика диода E722\_8.

Положительная и отрицательная ветви приведены в одном квадранте. Точки — экспериментальные данные. Сплошная линия — результат полной аппроксимации.

Из анализа рис. 1 можно сделать вывод об удовлетворительной точности предложенной процедуры декомпозиции ВАХ.



Отметим, что этот диод обладает пренебрежимо малой утечкой. В области больших токов, заметно падение напряжения на последовательном сопротивлении базы и контактов  $R_b$ .

Подобному анализу был подвергнут ряд образцов и аналогичные результаты получены во всех случаях.

- [1] Шашкин В.И., Мурель А.В., Данильцев В.М., Хрыкин О.И. // Физика и техника полупроводников, 2002. Т. 36, вып. 5. С. 537.  
 [2] Шашкин В.И., Мурель А.В. // Физика и техника полупроводников, 2004. Т. 38, вып. 5. С. 574.

## РАЗРАБОТКА МАЛОШУМЯЩЕГО УСИЛИТЕЛЯ ДЛЯ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ТРАНСИВЕРА

А.В. Сафонов, С.Н. Хворов

*Нижегородский госуниверситет*

В настоящее время практически все электронные устройства, как аналоговые, так и цифровые, изготавливаются в виде интегральных микросхем. Поэтому изучение основных принципов и особенностей разработки ИС в настоящее время является весьма актуальной темой. Рассмотрим в качестве примера процесс разработки блока малошумящего усилителя для сверхширокополосного интегрального трансивера.



Рис. 1

Основные этапы проектирования ИС от получения технического задания до производства кристалла изображены на рис.1. Весь процесс разработки проходит в режиме компьютерного моделирования с использованием специализированного программного обеспечения. Используемое ПО можно разделить на две группы – САПР, в котором проводятся симуляции, экстракция паразитных параметров и

разводка кристалла (в данной работе использовался AWR Analog Office), и средства для проверок DRC (Design Rule Check) и LVS (Layout Versus Schematic) (в данной работе использовался пакет программ Mentor Calibre).

Наиболее значимые в контексте решаемой задачи параметры МШУ и их требуемые значения – это рабочая полоса частот от 10 до 272 МГц, коэффициент усиления  $G \sim 20$  дБ, коэффициент шума  $NF \leq 2,5$  дБ и линейность, которая характеризуется точкой однодецибельной компрессии  $OP1dB \rightarrow \max$ . В качестве технологического процесса был выбран процесс IBM SiGe BiCMOS7WL 0,18 мкм, как наиболее подходящий по достижимым значениям параметров для создания сверхширокополосного трансивера.

Маломощный усилитель был построен на основе дифференциального каскада на биполярных транзисторах. Именно такое схемотехническое решение позволило достигнуть минимального значения коэффициента шума при сохранении остальных параметров усилителя на необходимом уровне. В результате нескольких итераций на физическом уровне (рис.1) была разработана топология блока МШУ, изображенная на рис.2. Основную площадь на кристалле занимают индуктивности, которые являются частью входной согласующей цепи МШУ и обеспечивают подавление внеполосной помехи. Суммарная площадь блока МШУ на кристалле составляет  $537,4 \times 225,6$  мкм<sup>2</sup>.

На рис.3 и рис.4 изображены полученные в результате симуляции значения коэффициента усиления и коэффициента шума соответственно, причем пунктирная линия – результат симуляции на схемотехническом уровне, а сплошная – на физическом, то есть с учетом паразитных параметров соединяющих проводников. Как и следовало ожидать, учет параметров соединяющих проводников ведет к деградации характеристик усилителя, в данном случае незначительной. Необходимо отметить, что существующие средства разработки неспособны учитывать взаимное влия-

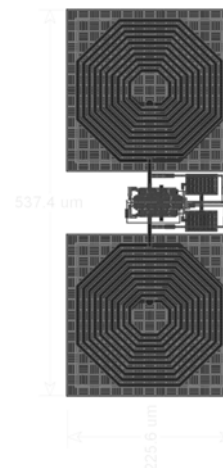


Рис. 2

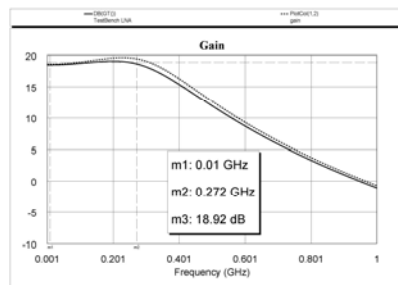


Рис. 3

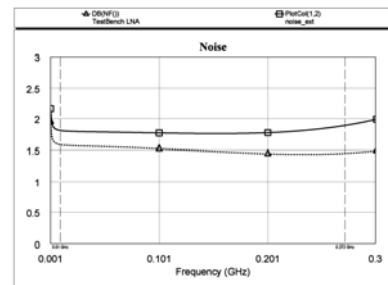


Рис. 4

ние элементов интегральной схемы друг на друга, поэтому нейтрализация негативных эффектов вызванных подобного рода взаимодействием осуществляется благодаря рекомендациям, указанным в документации к используемому технологическому процессу.

В результате проведенной работы был спроектирован малошумящий усилитель с рабочей полосой от 10 до 272 МГц, коэффициентом усиления в полосе порядка 19 дБ, коэффициентом шума менее 2 дБ и OP1dB равной –11 дБм, что полностью соответствует требованиям ТЗ.

## АДАПТИВНЫЙ ФИЛЬТР, РОБАСТНЫЙ К РАССОГЛАСОВАНИЮ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА

Е.А. Маврычев

*Нижегородский государственный технический университет*

Алгоритмы адаптивной фильтрации [1, 2], которые находят широкое применение в системах обработки информации различного назначения, являются чувствительными к ошибкам модели сигнала, что приводит к значительному снижению их эффективности. При наличии ошибок модели может быть использован общий подход решения плохо обусловленных задач, изложенный в [3]. В ряде работ робастные адаптивные алгоритмы использованы в антенной решетке [4] и в приемнике CDMA-сигналов [5]. В данной работе рассматривается синтез адаптивного фильтра на основе метода наименьших квадратов, который обладает повышенной устойчивостью к рассогласованию полезного сигнала. Рассмотрим трансверсальный фильтр  $N$ -го порядка. Пусть  $\mathbf{x}(t)=[x(t), x(t-1), \dots, x(t-N)]^T$  –  $(N+1)$ -мерный вектор входного сигнала, где  $(\cdot)^T$  – знак транспонирования,  $d(t)$  – ожидаемый сигнал. Сигнал на выходе фильтра и сигнал ошибки запишем в виде:

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t), \quad \varepsilon(t) = d(t) - y(t) = d(t) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t), \quad (1)$$

где  $(\cdot)^H$  – Эрмитово сопряжение.

Рассмотрим оптимальный фильтр по критерию минимума среднеквадратической ошибки  $E\{|\varepsilon(t)|^2\}$ , где  $E\{\cdot\}$  – статистическое усреднение. В результате оптимизации весовых коэффициентов фильтра по критерию минимума СКО получаем хорошо известное Винеровское решение [1, 2]:

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\}$  – корреляционная матрица входного процесса,  $\mathbf{p} = E\{d^*(t)\mathbf{x}(t)\}$  – корреляционный вектор входного процесса с ожидаемым сигналом.

При отсутствии априорных знаний о помехах применяют адаптивные алгоритмы. Одним из наиболее известных подходов является метод наименьших квадратов, в котором в уравнении (2) используется выборочная оценка корреляционной матрицы и корреляционного вектора. Квадрат ошибки, усредненный по выборке входных данных, равен:

$$\xi_{LS} = \sigma_d^2 - \hat{\mathbf{p}}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \hat{\mathbf{p}}, \quad (3)$$

где  $\sigma_d^2$  – мощность ожидаемого сигнала.

Синтез робастного алгоритма осуществляется по критерию минимума квадрата ошибки для наихудшего случая с предположением, что корреляционный вектор находится внутри сферы заданного радиуса:

$$\|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|^2 = \gamma. \quad (4)$$

Критерий синтеза робастного алгоритма для наихудшего случая заключается в максимизации величины  $\xi_{LS}$ , что эквивалентно решению следующей задачи:

$$\min_{\mathbf{p}} \mathbf{p}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{p}, \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|^2 = \gamma. \quad (5)$$

Задача (5) решается методом множителя Лагранжа, при котором минимизируется следующий функционал:

$$L(\mathbf{p}, \mu) = \mathbf{p}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{p} + \mu (\|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|^2 - \gamma). \quad (6)$$

Приравнивая производную функционала (6) находим следующее решение:

$$\mathbf{p}_0 = (\mu^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{-1} + \mathbf{I}_{N+1})^{-1} \hat{\mathbf{p}}. \quad (7)$$

Неизвестный множитель  $\mu$  можно найти из ограничения на корреляционной вектор (4). Подставляя решение (7) в (4), получим уравнение относительно  $\mu$ :

$$\sum_{n=1}^{N+1} \frac{|z_n|^2}{(1 + \mu \lambda_n)^2} = \gamma, \quad (8)$$

где  $z_n = \mathbf{u}_n^H \hat{\mathbf{p}}$ ;  $\mathbf{u}_n$ ,  $\lambda_n$  –  $n$ -й собственный вектор и соответствующее ему собственное число выборочной корреляционной матрицы. Решая уравнение (8) относительно  $\mu$ , находим из (7) оценку корреляционного вектора, которая используется для вычисления робастного адаптивного весового вектора.

Для подтверждения эффективности робастного алгоритма проведено математическое моделирование. В качестве критерия эффективности рассматривалось отношение сигнал/(шум + помеха) на выходе фильтра. По результатам моделирования можно сделать выводы о том, что, во-первых, при отсутствии рассогласования принимаемого полезного сигнала с ожидаемым сигналом, применение робастного алгоритма не ухудшает эффективность фильтрации. Во-вторых, данный алгоритм обладает повышенной устойчивостью к рассогласованию ожидаемого сигнала с принимаемым сигналом, что проявляется в уменьшении потерь в отношении сигнал/(шум+помеха) при больших мощностях полезного сигнала по сравнению с обычным адаптивным алгоритмом.

- [1] Уидроу Б, Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. Радио и связь, 1989. 440 с.  
 [2] Haykin S. Adaptive filter theory. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1996.  
 [3] Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. Наука. 1990. 227 с.

- [4] Li J., Stoica P., and Wang Z. // IEEE Trans. Signal Processing. 2003. V.51. P. 1702.  
 [5] Zarifi K., Shahbazpanahi S., Gershman A.B., and Luo Z.-Q. // IEEE Trans. Signal Processing. 2005. V. 53. P. 295.

## МИНИМИЗАЦИЯ МОЩНОСТИ ПОМЕХ В МИМО-СИСТЕМЕ С СОБСТВЕННЫМИ КАНАЛАМИ

Е.А. Маврычев

*Нижегородский государственный технический университет*

Разнесение антенн на приемном и передающем концах линии связи позволяет использовать пространственные различия сигналов для разделения пользователей [1] и повышения скорости передачи данных в сети. В работе [2] предложен проекционный алгоритм разделения пользователей в МИМО-системе с собственными каналами. Минимизация выходной мощности для разделения пользователей в системе с пространственно-временным кодированием предложена в [3]. В настоящей работе рассматривается аналогичный подход, основанный на минимизации мощности мешающих сигналов в собственных каналах. Пусть МИМО-система состоит из  $M$  передающих и  $N$  приемных антенн. Модулированные сигналы разделяются на  $L$  независимых параллельных потоков,  $\mathbf{c}(t)$  –  $L$ -мерный вектор-столбец входных данных. Вектор сигналов в приемной антенне равен

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}\mathbf{G}\mathbf{P}^{0.5}\mathbf{c}(t) + \mathbf{z}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{H}$  – матрица коэффициентов передачи размерности  $N \times M$ ;  $\mathbf{G}$  – матрица преобразования в пространственном коде размерности  $M \times L$ ;  $\mathbf{P} = \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_L\}$  – диагональная матрица распределения мощности между параллельными каналами;  $\mathbf{z}(t)$  – вектор-столбец некоррелированных гауссовских собственных шумов.

В приемных антеннах осуществляется матричное преобразование сигнала, в результате которого вектор выходных сигналов можно записать в виде:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}^H \mathbf{H}\mathbf{G}\mathbf{P}^{0.5}\mathbf{c}(t) + \mathbf{F}^H \mathbf{z}(t), \quad (2)$$

где  $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_L]$  – матрица преобразования размерности  $N \times L$ ,  $(\cdot)^H$  – знак эрмитового сопряжения.

Для формирования независимых параллельных пространственных каналов необходимо, чтобы матрица  $\mathbf{F}^H \mathbf{H}\mathbf{G}$ , была диагональной. Это условие выполняется, если матрицы преобразований на прием и передачу состоят из векторов сингулярного разложения канальной матрицы  $\mathbf{H}$ . В результате могут быть сформированы параллельные каналы передачи информации на основе матричных преобразований  $\mathbf{G} = \mathbf{V}$ ,  $\mathbf{F} = \mathbf{P}^{-0.5} \mathbf{\Lambda}^{-0.5} \mathbf{U}$ . Здесь  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  – матрицы векторов сингулярного разложения размерности  $N \times L$  и  $M \times L$  соответственно;  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L\}$  – диагональная матрица сингулярных чисел, максимальная размерность которой определяется как  $L = \min(N, M)$ . Тогда вектор сигнала на выходе собственных каналов будет равен

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{c}(t) + \mathbf{z}(t), \quad (3)$$

где  $\mathbf{z}(t) = \mathbf{F}^H \mathbf{z}(t)$  – вектор шумов в собственных каналах после матричного преобразования сигналов в приемнике.

Рассмотрим ММО-систему с пространственным разделением пользователей. Прием полезного сигнала осуществляется в присутствии помех множественного доступа. Принимаемый сигнал запишем в виде суммы полезного сигнала и  $K$  мешающих сигналов:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}\mathbf{s}(t) + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{s}_k(t) + \mathbf{z}(t), \quad (4)$$

где  $\mathbf{s}_k(t)$ ,  $\mathbf{H}_k$  – вектор сигнала и матрица коэффициентов передачи  $k$ -го мешающего пользователя.

Весовой вектор для выделения сигнала  $i$ -го собственного канала найдем из условия минимизации выходной мощности. При этом введем ограничение на усиление полезного сигнала  $i$ -го собственного канала. В результате задача поиска оптимального весового вектора представляется следующим образом

$$\min_{\mathbf{w}_i} \mathbf{f}_i^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{f}_i, \quad \mathbf{f}_i^H \mathbf{u}_i = \lambda_i^{-0.5} p_i^{-0.5}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{R}_{xx}$  – корреляционная матрица входного процесса.

Решение оптимизационной задачи (5) записывается в виде

$$\mathbf{f}_i = (\lambda_i^{0.5} p_i^{0.5} \mathbf{u}_i^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{u}_i)^{-1} \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{u}_i. \quad (6)$$

Таким образом, линейный приемник (6) обеспечивает подавление мешающих сигналов, минимизируя мощность помех на выходе собственных каналов. На рисунке показаны вероятности ошибки от отношения сигнал/шум, полученные в результате математического моделирования, для ММО-системы ( $M = 2$ ,  $N = 8$ ) при наличии двух мешающих пользователей с мощностями сигналов над шумом 10 дБ. Сплошными и пунктирными кривыми показаны каналы с максимальным и минимальным собственными числами, соответственно. Кривая 1 соответствует согласованной обработке, кривая 2 – алгоритму (6) с оценкой корреляционной матрицы, кривая 3 – алгоритму (6) с точно известной матрицей. Как видно из рисунка, предложенный алгоритм дает значительный выигрыш при наличии мощных мешающих сигналов.

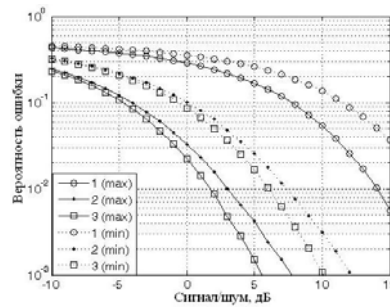


Рис.

- [1] Sheikh K., Gesbert D., Gore D., Paulraj A. // IEEE Comm. Mag. 1999. V.37, No.11. P. 100.  
 [2] Флакман А.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002, № 11. С. 986.  
 [3] Shahbazpanahi S., Beheshti M., Gershman A.B., Gharavi-Alkhansari M., and Wong K.M. // IEEE Trans. Signal Processing. 2004. V.52. P. 3306.

## АНАЛИТИКО – ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ АКТИВАЦИИ В БИМОДАЛЬНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПРОФИЛЕ

А.В. Донской, О.В. Музычук

*Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет*

Как известно, явление стохастической активации и стохастического резонанса имеет широкий круг приложений (см., напр., [1]) и в настоящее время активно исследуется. Рассмотрим броуновское движение безинерционных частиц в симметричном бимодальном потенциальном профиле под действием гармонической и шумовой случайных сил, описываемое стохастическим уравнением:

$$T x' - x + \gamma x^3 = a \cos(\Omega t) + \zeta(t). \quad (1)$$

Здесь  $x$  – координата частицы,  $T$  – некоторая постоянная времени,  $\zeta(t)$  – гауссов дельта-коррелированный шум с нулевым средним и спектральной мощностью  $D_\zeta/2\pi$ . В отсутствие гармонической составляющей стационарное решение уравнения Фоккера-Планка (ФП) есть больцмановское вероятностное распределение:

$$w(x) = C \exp(-U(x)/D), \quad U(x) = -x^2/2 + \gamma x^3/4, \quad D = D_\zeta/2T, \quad (2)$$

а аналитическое решение нестационарного уравнения ФП найти не удастся.

Используя аппарат диффузионного приближения, можно записать систему уравнений релаксации моментов (или кумулянтов) координат, которая будет незамкнутой. Для ее замыкания используем «бикумулянтные» приближения [2], которые являются аналогом кумулянтных для бимодальных вероятностных распределений. Приведем уравнения для первых двух кумулянтов (среднего значения и дисперсии):

$$\kappa_1' = \kappa_1 - \gamma(\kappa_3 + 3 \kappa_1 \kappa_2 + 3 \kappa_1^3) + a \cos(\omega t); \quad (3)$$

$$\kappa_2' / 2 = \kappa_2 - \gamma(\kappa_4 + 3 \kappa_1 \kappa_3 + 3 \kappa_2^2 + 3 \kappa_1^2 \kappa_2) + D, \quad (4)$$

(здесь штрих – производная по безразмерному времени  $\theta = t/T$ ). Отметим, что гармоническая составляющая непосредственно входит только в уравнение для среднего значения, а уравнения для высших кумулянтов будут такими же, как и в ее отсутствие (подробнее см. в [2]).

Приведенные ниже результаты основаны на численном решении системы уравнений для первых четырех кумулянтов, замкнутой указанным образом. Начальные условия задаем в виде  $\kappa_1(0) = x_0$ ,  $\kappa_n(0) = 0$ ,  $n = 2 - 4$ , что соответствует дельта-распределению частиц точке  $x_0$ . На рис. 1 показана релаксация среднего значения

координат (кривые 1 - 3) и среднеквадратичного отклонения  $\sigma = (\kappa_2)^{1/2}$  (кривые  $1_\sigma - 3_\sigma$ ) при различных значениях интенсивности шума ( $D = 0,07; 0,15; 0,5$  соответственно). Начальное распределение задано в правом минимуме потенциала. На рис. 2 приведены соответствующие стационарные вероятностные распределения. (Параметры  $\gamma = 0,25; a = 0,5; \omega = 0,1\pi$  всюду).

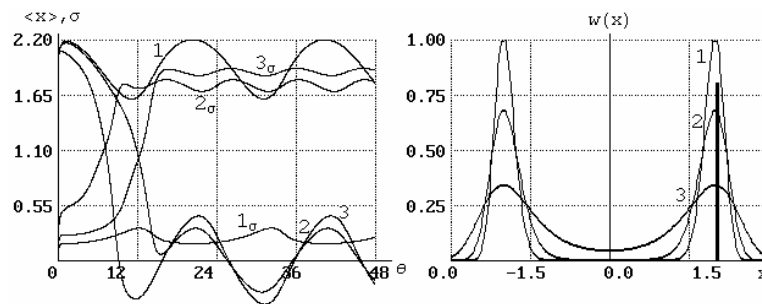


Рис. 1

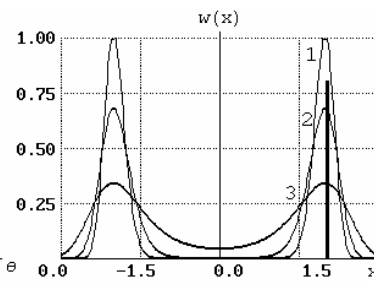


Рис. 2

При слабом шуме активация не происходит (кривые 1 –  $1_\sigma$ ) и частицы движутся только в правой потенциальной яме. Когда интенсивность шума превышает некоторое пороговое значение, то частицы, преодолевая потенциальный барьер, совершают стохастические колебания «из ямы в яму» с весьма большой дисперсией (кривые 2 –  $2_\sigma$ ; 3 –  $3_\sigma$ ). Заметим, что высота и ширина потенциального барьера равны, соответственно,  $1/(4\gamma)$  и  $2/\gamma^{1/2}$ , т.е. с уменьшением  $\gamma$  растет «мощность» барьера. Как показывает численный анализ, с увеличением  $\gamma$  растет амплитуда регулярной составляющей  $A$ , уменьшается дисперсия шумовой компоненты и время установления стационарного движения частиц.

Представляет интерес исследовать также отношение «сигнал/шум». Определим его выражением  $s/n = A/\sigma_\tau$ , где  $\sigma_\tau$  – усредненное по времени среднеквадратичное отклонение для установившегося движения.

Табл.

$D$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
$A$	0,35 0,53	0,43 0,87	0,52 0,86	0,58 0,80	0,61 0,66	0,58 0,56	0,54 0,49
$s/n$	0,24 0,50	0,31 0,99	0,39 0,94	0,45 0,83	0,47 0,63	0,44 0,50	0,40 0,43

Приведенная таблица иллюстрирует зависимость этих величин от интенсивности шума при различных значениях  $\gamma$ . Верхние строки для  $\gamma = 0,4$ ; нижние – для  $\gamma = 0,6$  ( $a = 0,5$  всюду). Отсюда видно, что зависимость от  $D$  как амплитуды, так и отношения сигнал/шум имеет слабо выраженный резонансный характер, причем



для более «мощного» барьера (верхние строки) максимумы кривых соответствуют более интенсивному шуму. С увеличением  $\gamma$  при фиксированном значении  $D$  (т.е., с уменьшением «мощности» барьера) отношение сигнал/шум возрастает.

- [1] Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы: теория и применение в физике, химии и биологии. М.: Мир, 1987. 400 с.
- [2] Музычук О.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49. № 8. С. 718.