

ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ

ИЕРАРХИИ РЕГУЛЯРНОЙ И ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ РЕССЛЕРА

М.В.Иванченко, Г.В.Осипов, В.Д.Шалфеев

Нижегородский госуниверситет

Исследование регулярной и хаотической синхронизации является одной из актуальных и наиболее активно исследуемых задач нелинейной динамики. Вместе с тем, при исследовании динамических свойств взаимодействующих систем основное внимание уделяется, как привило, либо хаотической, либо вынужденной синхронизации. Целью настоящей работы является комплексное, совместное изучение этих двух явлений. Динамические свойства идентичных связанных систем с дискретным временем, демонстрирующих переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода (а именно, логистических отображений), весьма подробно анализировались в [1-3]. Между тем, переход к системам с непрерывным временем вызывает безусловный интерес при исследовании динамики более сложных, близких к реальности систем и, в особенности, явления регулярной и хаотической фазовой синхронизации.

В качестве взаимодействующих подсистем рассматривались связанные разностной симметричной связью неидентичные осцилляторы Ресслера:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -y_1 - z_1, \\ \dot{y}_1 = x_1 + a_1 y_1 + d(y_2 - y_1), \\ \dot{z}_1 = f + z_1(x_1 - c), \\ \dot{x}_2 = -y_2 - z_2, \\ \dot{y}_2 = x_2 + a_2 y_2 + d(y_1 - y_2), \\ \dot{z}_2 = f + z_2(x_2 - c) \end{cases} \quad (1)$$

Характерным свойством этих систем при отсутствии связи между ними ($d=0$), которое использовалось в настоящей работе, является переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума при изменении внутреннего параметра a (полагалось $f=0,1$, $c=8,5$). В исследуемой системе наблюдались как режимы регулярной синхронизации (которым соответствуют предельные циклы различной периодичности), так и следующие типы хаотической синхронизации: (i) фазовая синхронизация, (ii) полная синхронизация (для идентичных систем: $a_1=a_2$), (iii) обобщенная синхронизация (для неидентичных систем: $a_1 \neq a_2$). В результате исследования эволюции областей раз-

личных типов синхронизации на плоскости внутренних параметров системы (1) a_1 и a_2 при последовательном увеличении параметра связи d были получены следующие результаты.

- При величине связи d близкой к нулю, области существования регулярной синхронизации всех типов периодичности и хаотической фазовой синхронизации имеют вид островов, расположенных вблизи диагонали $a_1=a_2$ и координатных осей $a_1=0$ и $a_2=0$, разделенных клювами несинхронных движений. При увеличении силы связи происходит последовательное объединение островов синхронизации (начиная с области предельного цикла периода-2, затем периода-4 и так далее, включая окна периодичности) и исчезновение клювов несинхронных движений.
- Характеристики режимов синхронизации изменяются от синфазной (для идентичных осцилляторов ($a_1=a_2$)) до синхронизации со сдвигом фаз колебаний около $\pi/2$ (для существенно неидентичных систем).
- В случае сильной связи ($d>0,1$) обнаруживается присутствие жесткой функциональной связи между параметрами систем, близкой к $a_1+a_2=const$, которая определяет границы областей существования различных режимов синхронизации.
- Наличие связи между подсистемами приводит к формированию островов регулярной синхронизации несинфазных максимумов (временные последовательности максимумов реализаций фазовых переменных в двух подсистемах сдвинуты относительно друг друга на целое число основного периода колебаний системы). Конфигурации этих островов и бифуркации, соответствующие пересечению их границ, совпадают, единственное отличие заключается в их размерах, что свидетельствует о наличии еще одного типа иерархичности в исследуемой системе. При увеличении параметра связи эти острова смещаются вверх вдоль диагонали независимо друг от друга и основного режима синхронизации (синфазных максимумов), что приводит к образованию областей мультистабильности различного типа.
- При движении по диагонали обнаруживаются области различной хаотической синхронизации, как полной, так и фазовой, причем с увеличением связи между осцилляторами области существования первой расширяются за счет второй.

Наблюдаемое единообразие в структурах областей режимов регулярной и хаотической синхронизации в пространстве параметров свидетельствует об иерархичности указанных режимов, универсальности механизмов их образования и исчезновения.

Работа выполнена при поддержке “Ведущие научные школы России”, грант № 00-15-96582, РФФИ, грант № 02-02-17573.

- [1] Кузнецов С.П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т.28, №8. С.991.
 [2] Астахов В.В. и др. //ЖТФ. 1990. Т.60, №10. С.19.
 [3] Astahov V.V., et al. //Phys. Review E. V.58, №5. P.5620.

ПРИМЕНЕНИЕ РЕШЕТКИ БИСТАБИЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С НЕИДЕНТИЧНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ К ЗАДАЧАМ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

О.И.Канаков, В.Д.Шалфеев

Нижегородский госуниверситет

Решетки активных элементов с пространственно-регулярными локальными или ближними нелокальными связями давно являются объектом внимания исследователей как средство обработки информации, в частности, изображений. Такие системы известны как CNN (cellular nonlinear networks). Модель одного из вариантов решетки из $L \times M$ элементов может быть записана в виде

$$\dot{x}_{ij} = -x_{ij} + \gamma_{ij} + \sum b_{kl} \Phi(x_{i+k, j+l}), \quad (1)$$

где $i=1 \div L, j=1 \div M$; суммирование здесь и далее ведется по индексам k и l , пробегающим значения от $-m$ до $+m$, m – максимальная дальность связей; x_{ij} – переменные состояния; γ_{ij} и b_{kl} – параметры, причем b_{kl} при $k \neq 0$ и $l \neq 0$ – коэффициенты связей; $\Phi(x)$ – нелинейная функция

$$\Phi(x) = (|x+1| - |x-1|)/2. \quad (2)$$

Граничные условия для системы (1) полагаются периодическими:

$$x_{ij} = x_{(i \bmod L)(j \bmod M)} \quad \text{при } i < 1, i > L, j < 1 \text{ или } j > M \quad (3)$$

В [1] было показано, что если для некоторого заданного набора величин $\{y_{ij}\}$, каждая из которых может принимать значения (-1) или 1 (такие наборы далее будем называть изображениями), точка $\{u_{ij}\}$ в фазовом пространстве системы (1)

$$u_{ij} = \gamma_{ij} + \sum b_{kl} y_{i+k, j+l} \quad (4)$$

удовлетворяет условию $u_{ij} y_{ij} > 1$ для $i=1 \div L, j=1 \div M$, то $\{x_{ij}\} = \{u_{ij}\}$ есть устойчивое состояние равновесия системы (1).

Наличие в реальных электронных схемах случайных отклонений может быть учтено в модели (1) введением для каждого элемента его собственной характеристики $\Phi_{ij}(x)$, отличающейся в некоторых заданных пределах от идеальной, выражаемой формулой (2):

$$\dot{x}_{ij} = -x_{ij} + \gamma_{ij} + \sum b_{kl} \Phi_{i+k, j+l}(x_{i+k, j+l}) \quad (5)$$

где $\Phi_{ij}(x) = \Phi(x) + \phi_{ij}(x)$, $|\phi_{ij}(x)| < \varepsilon$ при $1 < |x| < R$; $\varepsilon > 0$ и $R > 1$ – заданные параметры.

Цель данной работы – обобщить приведенный результат [1] на модель (5) и исследовать возможность применения системы (5) к решению задачи выделения контуров в плоском двухуровневом изображении в зависимости от параметров ε и R .

Было установлено, что если для $\{y_{ij}\}$ и $\{u_{ij}\}$, определенных тем же образом, что и выше, выполнено условие

$$1+\mu < u_{ij} < R-\mu \quad i=1 \div L, j=1 \div M, \quad (6)$$

где $\mu = \varepsilon \sum |b_{kl}|$, то кубическая окрестность точки $\{u_{ij}\}$, заданная системой неравенств

$$u_{ij}-\mu \leq x_{ij} \leq u_{ij}+\mu \quad i=1 \div L, j=1 \div M, \quad (7)$$

является поглощающей областью в фазовом пространстве системы, причем любая полутраектория, начало которой лежит в области

$$1 \leq x_{ij} < y_{ij} \leq R \quad i=1 \div L, j=1 \div M, \quad (8)$$

приходит в область (6).

Доказательство этого утверждения сводится к проверке векторного поля системы (5) на границах области (8), а также на гранях семейства вложенных кубов

$$\max_{ij} \{ |x_{ij} - u_{ij}| \} = C \quad C \geq \mu \quad (9)$$

внутри области (8).

На основании этого результата было установлено, что система (5) с параметрами $\gamma_{ij}=0$, $m=1$, $b_{-1,-1}=b_{1,-1}=b_{-1,1}=b_{1,1}=0$, $b_{-1,0}=b_{1,0}=b_{0,-1}=b_{0,1}=-\delta$, $b_{00}=\delta_0$, где δ и δ_0 удовлетворяют неравенствам

$$\delta_0(1-\varepsilon)-4\delta(1+\varepsilon)>1, \quad \delta_0(1+\varepsilon)+4\delta(1-\varepsilon)<R, \quad (10)$$

имеет $2^{L \times M}$ поглощающих областей типа (7), соответствующих всевозможным изображениям $\{y_{ij}\}$. Изображение, подлежащее обработке, может быть задано путем выбора начальных условий в соответствии с (8). Значения переменных состояния в установившемся режиме есть результат обработки. Как следует из (7), при условии

$$\delta > \varepsilon(\delta_0+4\delta), \quad (11)$$

все элементы, расположенные на границе черной и белой областей, характеризуются большими по модулю значениями переменных состояния x_{ij} в стационарном режиме, чем те, которые имеют соседей “своего” цвета, т.е. контуры выделяются.

Условия (10) и (11) являются совместными при $R > (1+\varepsilon)/(1-9\varepsilon)$. Если это неравенство выполняется для системы (5), то при соответствующем выборе δ и δ_0 она позволяет решать задачу выделения контуров в двухуровневом изображении.

Работа выполнена при поддержке программы “Ведущие научные школы России” (грант 00-15-96582), а также РФФИ (грант 02-02-17573).

- [1] Zou F., Nossek J.A. Bifurcation and chaos in cellular neural networks //IEEE Trans. Circuits Syst. 1993. V.40, №3. P.166.

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ КРИПТОГРАФИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ГЕНЕТИЧЕСКИХ КАРТ ОТКРЫТОГО И ЗАШИФРОВАННОГО ТЕКСТОВ

Д.А.Куликов, М.Г.Павлухин, К.Г.Кириянов

Нижегородский госуниверситет

Работа посвящена анализу и изучению характеристик различных криптографических алгоритмов с помощью разработанного метода, основанного на сравнении неполных генетических карт (НГК) текстовых последовательностей [1]. НГК в упрощенной трактовке представляет собой набор отрезков m_i исходного открытого текста, полученный в результате его последовательной адаптивной динамической аппроксимации “кусками” длин $\{m_i\}$, $i=1,2,\dots,I$ решений разностных уравнений n -ого порядка с q уровнями квантования. При этом общая длина текста $M=\sum_{i=1}^{I-1} m_i + m_{I+1}$, а сам текст распадается на “I” кусков случайной длины с “остатком” длины m_{I+1} .

Суть метода сравнения НГК заключается в вычислении критериев $K(\text{НГКот}, \text{НГКш})$, характеризующих степень отличия НГК одной последовательности данных от другой. Требования, предъявляемые к значениям критериев:

1. $0 \leq K(\text{НГКот}, \text{НГКш}) \leq 1$,
2. $K(\text{НГКот}, \text{НГКш})=0$ при полном совпадении НГКот и НГКш,
3. Большие значения $K(\text{НГКот}, \text{НГКш})$ соответствуют большему отличию НГКот и НГКш.

Нами использовались критерии, основанные на сравнении распределений длин отрезков, дисперсии длин и др., а также совокупный, представляющий собой сумму остальных с весовыми коэффициентами.

Производя случайную выборку из ключевого пространства системы шифрования, можно вычислить плотности вероятности P того или иного критерия (рис.1). Эксперименты показали, что многие криптографические алгоритмы имеют распределение в некотором узком диапазоне.

Например, для шифра простой подстановки или шифра Цезаря (частный случай простой подстановки), у которых генетические карты открытого и шифротекстов совпадают, значение любого критерия равно нулю независимо от параметра нарезки n . Таким образом, для этих криптосистем плотность вероятности значений критериев представляет собой δ -функцию в нуле. На рис.1 представлены плотности вероятности значений совокупного критерия для шифров транспозиции и Виженера с длинами ключей

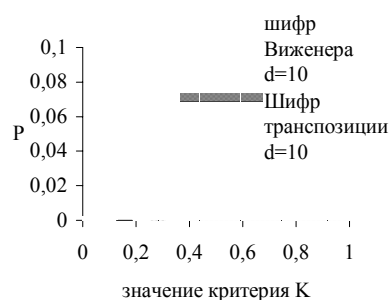


Рис.1

$d=10$ символов.

Данный метод позволят решать ряд практически важных задач:

1. Оценки качества криптографического ключа. Поиск “слабого” ключа.
2. Изучения “рассеивания” криптографической системы.
3. Распознавание системы шифрования по известной паре “открытый текст – шифротекст”.
4. Получение дополнительной информации о системе для криптоанализа.

Известно, что надежность криптографической системы определяется секретностью и качеством ключа. Очевидно, что существуют такие ключи, которые из-за своей структуры могут дать преимущество противнику при криптоанализе, т.е. не обеспечивать должный уровень защиты данных. При этом можно говорить о слабости таких ключей.

Применение метода сравнения НГК характеризует степень отличия шифротекстов, получаемых из одного открытого текста при шифровании разными ключами, а, следовательно, позволяет делать выводы о качестве ключей. Меньшие значения критерия K соответствуют более схожим картам и, следовательно, менее качественным ключам.

Рассеивание – свойство криптографической системы, при котором один символ исходного текста влияет на несколько символов шифротекста. Суть предложенного метода количественной оценки этого свойства заключается в следующем.

С помощью критериев сравниваются неполные генетические карты шифротекстов, получаемых шифрованием открытых текстов, отличающихся в одном символе (бите). Согласно упомянутому выше требованию 3, большие значения критериев K соответствуют более отличающимся шифротекстам и характеризуют большую степень рассеивания. На рис.2 представлена зависимость совокупного критерия от номера одного инвертированного бита для шифра ГОСТ 28147-89, что показывает, например, менее сильное влияние 39-го бита на все остальные 64 бита блока.

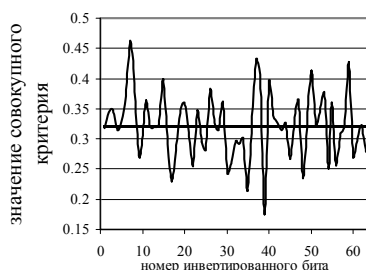


Рис.2

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 02-02-17573).

- [1] Кирьянов К.Г. Диагностирование последовательностей данных по их генетическим картам. //В сб.: Комбинаторно-алгебраические методы и их применение. – Н.Новгород: МВО-ННГУ, 1987, с.40.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТИПА ВАЛЬРАСА – МАРШАЛЛА ДИНАМИКИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

Ю.А.Кузнецов

Нижегородский госуниверситет

Описание эволюции экономических систем предполагает учет многочисленных временных масштабов экономических процессов. В рамках шкалы таких масштабов, восходящей к А.Маршаллу, процессы установления цен на рынках относятся к числу “очень быстрых”. В макроэкономических моделях характерными временными масштабами служат времена порядка нескольких месяцев – нескольких лет. Эти процессы относятся к числу “медленных” [1, 2]. При их исследовании часто используется процедура последовательного понижения порядка соответствующих систем дифференциальных уравнений, в которой существенным является условие устойчивости многообразия “медленных движений” по “быстрым переменным”.

Проблема описания ценообразования и исследования вопросов существования и устойчивости равновесных рыночных цен является одной из важнейших в математической экономике. Описание динамики рыночных цен в экономических системах обычно опирается на соображения, связанные с рассмотрением баланса спроса и предложения, и восходит к Л.Вальрасу. В простейшем случае рынка одного однородного товара модель динамики ценообразования вальрасовского типа может быть записана в виде

$$\frac{dp(t)}{dt} = \alpha p(t) \frac{D(p(t)) - S(p(t))}{S(p(t))}, \quad (1)$$

где $p(t)$ – цена, $D(p(t))$, $S(p(t))$ – соответствующие спрос и предложение, α – “коэффициент настройки” цены, характеризующий быстроту реакции рынка на изменения спроса и предложения. Рассматриваются также общие уравнения вида

$$\frac{dp(t)}{dt} = \alpha p(t) F\{p(t)\}, \quad (2)$$

где функция $F(p)$ аналогична функции избыточного спроса $\Delta(p) = D(p) - S(p)$. Например, $F(p)$ пропорциональна $\Delta(p)$, либо $F(p)$ – монотонная функция, причем $\text{sign } F(p) = \text{sign } \Delta(p)$. Уравнения (1), (2) являются моделями динамики ценообразования в условиях совершенной конкуренции на рынке одного однородного товара. Аналогичный вид имеют векторные аналоги уравнений (1), (2), описывающие процесс ценообразования на рынке нескольких однородных товаров.

Пусть вектор $p \in P \subset \mathbf{R}^n$, функция $D = D(\cdot): P \rightarrow \mathbf{R}^n$. Говорят, что функция $D = D(\cdot)$ обладает свойством *валовой заменимости* (Gross Substitute), или является GS – функцией, если функция $D_i(\cdot)$ не убывает по переменным p_j при любых $i, j, i \neq j$. Функция $D = D(\cdot)$ обладает свойством *строгой валовой заменимости*, или является строгой GS – функцией, если функция $D_i(\cdot)$ возрастает по переменным p_j при любых

$i, j, i \neq j$. Если функция $D = D(\cdot)$ гладкая (например, $D(\cdot) \in C^1\{P; \mathbf{R}^n\}$), то это свойство может быть высказано в дифференциальной форме

$$\frac{\partial D_i(p)}{\partial p_j} > 0, \quad \forall i, j, i \neq j, \quad \forall p \in P. \quad (3)$$

В теории потребления рассматривают эффект комплементарности (дополнительности) благ (Complementary Good) и вводят понятие валовой дополнительной: функция $D = D(\cdot)$ обладает свойством *валовой дополнительной* (или свойством комплементарности), или является GC – функцией (Gross Complementarity), если функция $(-D(\cdot))$ является GS – функцией.

Уже сравнительно давно установлено, что в случае рынка товаров с валовой заменимостью, которому отвечают GS-отображения $F(p)$, процесс ценообразования, описываемый соотношениями вида (2), локально устойчив.

Перечисленные результаты не учитывают некоторых экономических реалий и нуждаются в определенных уточнениях. В частности: *i*) имеется “инерционность” в реакции потребителя и производителя на изменение цен (спрос и предложение устанавливаются не “мгновенно”, а с некоторым “запаздыванием”); *ii*) помимо эффекта “валовой заменимости” на рынке реально присутствует и эффект “взаимной дополняемости” товаров. Такое уточнение может быть произведено с использованием ряда соображений, восходящих к А.Маршаллу (рассмотрение текущих спроса и предложения; описания их некоторыми дифференциальными уравнениями, описывающими быстроту реакции потребителя и производителя).

В настоящей работе предлагаются некоторые модели типа Вальраса-Маршалла динамики ценообразования, в которых учитываются оба отмеченных выше фактора: “инерционность” реакции потребителя и производителя и наличие на рынке товаров, как со свойством валовой заменимости, так и со свойством взаимной дополняемости. При этом мы ограничиваемся введением лишь наиболее общих предположений о гладкости и монотонности правых частей соответствующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

- [1] Кузнецов Ю.А. //В кн.: Вестник Нижегородского университета. Серия: Инновации в образовании. –Н.Новгород: ННГУ, 2001, № 1(2), с.127.
- [2] Kuznetsov Yu.A. //International Conference Progress in Nonlinear Science Dedicated to the 100-th Anniversary of Alexander A. Andronov. Topical Conference “Nonlinear Oscillations, Chaos and Information”. University of Nizhny Novgorod, 2001, p.260.

К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

К.Г.Кириянов, С.А.Манцеров

Нижегородский государственный технический университет

В настоящее время используется множество математических моделей (ММ) объектов из 3-х дифференциальных уравнений (ДУ) первого порядка (в форме Коши), общего вида (1). При известной математической модели (ММ) объекта из n дифференциальных уравнений (ДУ) 1-го порядка (в форме Коши), представляет интерес получить также *одно* регрессионное уравнение, возможно нелинейное, которое позволяло бы устанавливать прогноз на большее число шагов, чем модель источника для реализации того же процесса. Цель первой части настоящего исследования [1] состояла в том, что при прогнозировании с использованием такого уравнения не требуется знание ДУ и определения его решения для *всех* компонент, например, методом Рунге-Кутты, а требуется только знание n отсчетов этого процесса. Поэтому целесообразно: 1) нахождение условий на ДУ, при которых это сведение имеет место; 2) исследование конкретных классов ДУ, для которых возможно упомянутое сведение. Однако для класса уравнений (1) такое сведение возможно. При всех тождественно равных нулю коэффициентах, за исключением $a_{11} = -a_{12} = -a$, $a_{21} = b$, $a_{22} = -1$, $a_{33} = -c$, $b_{22} = -1$, $b_{31} = 1$, уравнение (1) переходит в уравнения “аттрактора Э.Лоренца” [2], а при коэффициентах $a_{12} = a_{13} = -1$, $a_{21} = 1$, $a_{22} = a$, $a_{31} = b$, $a_{33} = -c$, $b_{32} = 1$ – в уравнения “аттрактора О.Росслера”.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \cdot y \\ x \cdot z \\ y \cdot z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

Далее для примера приводится искомое нелинейное регрессионное уравнение для ДУ “аттрактора Э.Лоренца” (2) [1], а на рис.1 результаты сравнения для графика ДУ “аттрактора О.Росслера” и регрессионного уравнения для компоненты $z(t)$. Особенностью графика для компоненты $z(t)$ в аттракторе Росслера, в отличие от многих ДУ, в том числе и аттрактора Лоренца, состоит в её импульсном характере. Ясно, что линейные регрессионные АР-модели в этом случае не годятся для получения удовлетворительного прогноза. Нелинейная же регрессионная модель для $z(t)$ позволяет получить удовлетворительный прогноз, по крайней мере, местоположение пиков. Для возможности сравнения реализаций, полученных с ДУ и АР-моделями, на рис.1 представлен график среднеквадратичной погрешности. Все вычисления поверялись средствами MathCAD 2000 в символьной форме.

Представляет также интерес идентификация коэффициентов ММ-модели вида (1) по известному регрессионному уравнению, что и являлось целью второй части настоящей работы.

$$\begin{aligned}
x(t) = & x(t-p) \cdot \left[2 + \frac{x(t-2p)}{x(t-3p)} - p(a+1+c) \right] + x(t-2p) \cdot \left[(ap-2+p) \frac{x(t-2p)}{x(t-3p)} + \right. \\
& + p(1+a+2c-acp-cp) - p^2(a+1+c)-1 \left. \right] + x(t-3p) \left[x(t-2p) \frac{1-ap+ap^2}{x(t-3p)} - \right. \\
& \left. - p(a+c-acp-cp) + p^2x^2(t-3p) + ap^3 \cdot (bc-c-x^2(t-3p)) \right]
\end{aligned} \quad (2)$$

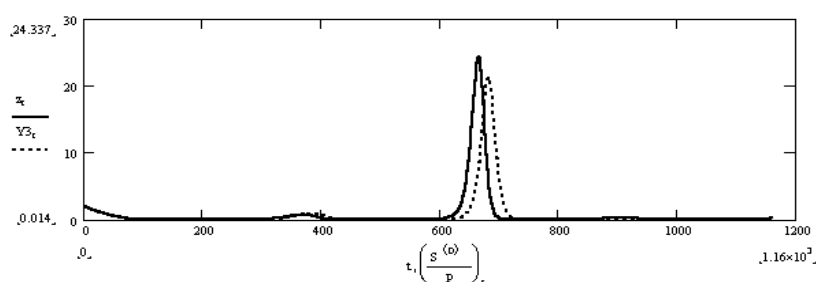


Рис. 1

Для компоненты $y(t)$ АР-модели “аттрактор Росслера” (2) было получено следующее уравнение (3):

$$a \cdot c \cdot H + a^2 \cdot T + a \cdot F + c \cdot K + b \cdot M + L = 0, \quad (3)$$

в котором постоянные параметры a, b, c находятся при помощи метода наименьших квадратов, а H, T, F, K, M, L – нелинейные комбинации различных отсчётов процесса $y(t)$. Относительная погрешность при нахождении коэффициентов уравнения (3) составила порядка 1,5% при взятых для контроля 10^3 отсчётов идентифицируемого процесса. Используя уравнения связи [1] между компонентами исходных уравнений (1), вычислялись значения оставшихся компонент ($x(t)$ и $z(t)$).

Как показывает анализ, нелинейные АР-модели типа (2) могут хорошо аппроксимировать довольно широкий класс природных процессов и, следовательно, быть использованы для целей их прогнозирования.

Работа выполнена при частичном финансировании РФФИ (грант 02-02-17573).

- [1] Манцеров С.А. //В кн.: Тр. 5-й научн. конф. по радиофизике. 7 мая 2001 г /Ред. А.В.Якимов. –Н.Новгород: ТАЛАН, 2001, с.327.
- [2] Странные аттракторы /Под ред. Я.Г.Синай и Л.П.Шильников. –М.: Мир, 1981, 203 с.

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕСТОВЫХ ТРАФИКОВ ДЛЯ КОНТРОЛЯ СМО**П.С.Шабалин¹⁾, Л.Ю.Ротков²⁾, К.Г.Кириянов²⁾**¹⁾Нижегородский государственный технический университет,²⁾Нижегородский госуниверситет

В настоящее время в связи с глобальной компьютеризацией самых различных областей науки и техники остаются актуальными рассмотрение и анализ работы систем массового обслуживания (СМО) [1]. Поэтому в настоящей работе рассматривается один из подходов к анализу динамики и взаимосвязи трафиков в модельной системе СМО, фрагменты которой широко используются в более сложных системах связи. Работа направлена на поиск строгих, удобных и наглядных методов анализа характеристик исправности и работоспособности СМО и методов контроля их характеристик.

Постановка задачи

Имеется СМО, которая состоит из одной линии передачи данных и нескольких станций, периодически посылающих требования на передачу данных по линии (рис.1). В каждый момент времени может обслуживаться только одна заявка с какой-то станции. Если в момент поступления очередного требования на обслуживание линия занята обслуживанием другой заявки, то вновь поступившее требование снимается. Предполагается, что время дискретное, и изменяется от 0 до некоторого

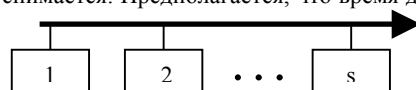


Рис. 1

значения N . Станции работают независимо друг от друга, и в каждый момент времени с определенной вероятностью от любой станции может поступить требование на передачу данных по линии, или произойти освобождение

необходимо построить математическую модель данной СМО, исследовать динамику ее работы: получить наглядные представления процессов на выходе каждой станции и на общей линии, определить важные характеристики СМО (время простоя линии, среднее время передачи данных по линии от каждой станции и т.п.)

Пример реализации модели СМО

Работа данной системы описывается марковской моделью. Ситуация на i -й станции представляется вероятностями переходов $p_{00}^{(i)}$, $p_{11}^{(i)}$, $p_{01}^{(i)}$, $p_{10}^{(i)}$ между состояниями 0 и 1, интерпретируемыми, соответственно, как отсутствие и наличие требования на передачу данных (рис.2). Каждая станция в конкретный момент времени может находиться в состоянии "0" или в состоянии "1". Таким образом, общее число комбинаций состояний станций – 2^s , где s – количество станций в рассматриваемой модели. Каждую такую комбинацию при небольшом количестве станций удобно обозначить числом от 1 до 2^s и использовать эти числа для обозначения состояния на всех станциях одновременно. В каждый момент времени

совокупность из s станций из какого-либо состояния может перейти в любое из 2^s возможных состояний. Вероятность перехода определяется соответствующими вероятностями переходов каждой из s рабочих станций.

Состояние всей системы на основе предположений о марковости работы индивидуальных станций (рис.2) характеризуется текущими состояниями станций (состоянием группы станций) и предыдущим состоянием системы. Структура графа переходов системы будет достаточно сложной даже для небольшого количества станций, но поскольку состояние системы в конечном счете определяется состояниями станций, то достаточно представить во времени работу станций (в виде последовательности значений от 1 до 2^s) и по полученным данным программно определить последовательность состояний системы во времени (расшифровать последовательность состояний станций).

Модель СМО, состоящей из $s=3$ станций, реализована в программной среде MathCad 2000. Значения вероятностей переходов i -й станции ($i=1,2,\dots,s$) из состояния в состояние ($p_{00}^{(i)}, p_{11}^{(i)}, p_{01}^{(i)}, p_{10}^{(i)}$) предполагаются неизменными во времени и задаются пользователем, как и вероятности начальных состояний ($p_0^{(i)}, p_1^{(i)}$). По этим данным формируются реализации процессов и строятся осциллограммы в $(s+1)$ точках (на каждой станции и на линии), характеризующие работу системы, и вычисляются характеристики трафика в модели СМО. На рис.3

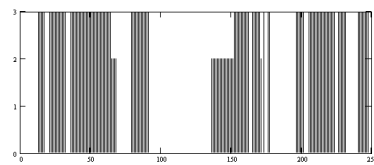


Рис. 3

приведена осциллограмма работы линии для следующих исходных данных: $p_{01}^{(1)}=0,03$; $p_{01}^{(2)}=0,06$; $p_{01}^{(3)}=0,09$; $p_{10}^{(1)}=0,25$; $p_{10}^{(2)}=0,08$; $p_{10}^{(3)}=0,08$. Состояние линии определяется следующими числовыми значениями: "0" – линия свободна; "1,2,3" – обслуживание заявки (передача данных) с соответствующей станцией.

Выводы. Данный подход может использоваться при анализе СМО, состоящих из любого количества станций. В общем случае станции могут быть и зависимыми друг от друга. При этом увеличится число состояний системы, усложнится диаграмма переходов и изменится размерность вероятностной матрицы. Данный способ выбора и задания параметров СМО гарантирует соответствующие вероятностные характеристики реализаций процессов во всех характерных точках.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 02-02-17573).

- [1] Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание. Теория и применения. –М.: Мир, 1965.

РОЛЬ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ОРБИТ В ЗАДАЧЕ О ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

О.Н.Воронина

Нижегородский госуниверситет

В последние годы было показано, что посредством связи синхронизируются не только периодические системы, но и хаотические. В связи с интенсивным изучением систем хаотической динамики понятие синхронизации было обобщено, таким образом существует несколько типов хаотической синхронизации. Так, например, существует понятие полной синхронизации, когда положения взаимодействующих систем совпадают. В данной работе рассматривается явление фазовой синхронизации. Под фазовой синхронизацией понимают существование определенного соотношения между фазами взаимодействующих хаотических систем, пока амплитуда этих систем остается хаотической и в общем случае не коррелированной. В работе рассматривается фазовая синхронизация связанных осцилляторов Ресслера:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1,2} &= -w_{1,2} \cdot y_{1,2} - z_{1,2} \\ \dot{y}_{1,2} &= w_{1,2} \cdot x_{1,2} + a \cdot y_{1,2} \\ \dot{z}_{1,2} &= b + z_{1,2} \cdot (x_{1,2} - c) + d(z_{2,1} - z_{1,2})\end{aligned}$$

Здесь w_1, w_2 – параметры, которые можно рассматривать как аналог собственных частот периодических осцилляторов, $a=1,5$, $b=0,4$, $c=8,5$ – параметры одинаковые для обоих осцилляторов, d – параметр связи. При $d=0$ в фазовом пространстве каждого осциллятора имеется странный аттрактор с центром вращения. В случае аттрактора данной формы фаза определяется соотношением:

$$\varphi_{1,2} = \arctg(y_{1,2}/x_{1,2}).$$

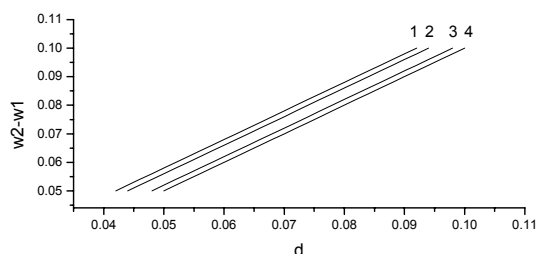
Вводя секущую Пуанкаре и учитывая, что траектория вращается вокруг центра, получаем точки пересечений секущей траекторией. Часть орбиты между двумя точками на секущей Пуанкаре называют оборотом, в соответствии с этим средний период и среднюю частоту вращений определяют следующими соотношениями: $T=t/(N-1)$, $\Omega = 2\pi/T$, где N – количество оборотов (количество пересечений секущей Пуанкаре) за время t . В данной задаче секущая Пуанкаре введена таким образом, что N – количество максимумов переменной $x(t)$.

В задаче фазовой синхронизации связанных хаотических автономных осцилляторов под фазовой синхронизацией понимается совпадение средних периодов вращения, то есть $T_1=T_2$. Более интересна задача фазовой синхронизации стабилизированных периодических орбит, но вначале рассмотрим задачу стабилизации седловых периодических движений, составляющих странный аттрактор. Известно, что странный аттрактор можно представить как множество седловых периодических орбит разного периода и разной формы, то есть $y(t)=y_i(t)$, $y_i(t)=y_i(t+T_i)$, T_i – период

i -ой седловой орбиты. Стабилизация определенной седловой орбиты достигается действием на систему внешнего воздействия определенных параметров.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1,2} &= -\omega_{1,2} \cdot y_{1,2} - z_{1,2} \\ \dot{y}_{1,2} &= \omega_{1,2} \cdot x_{1,2} + a \cdot y_{1,2} + E_{1,2}^0 \cdot [y_{1,2}(t - \tau_{1,2}) - y_{1,2}(t)] \\ \dot{z}_{1,2} &= b + z_{1,2} \cdot (x_{1,2} - c) + d \cdot (z_{2,1} - z_{1,2})\end{aligned}$$

Выбором веса воздействия E^0 и времени задержки τ для каждого из взаимодействующих осцилляторов и изменением величины связи достигается фазовая синхронизация стабилизированных периодических орбит разного периода. Ниже представлены результаты синхронизации.



На рисунке кривая 1 соответствует фазовой синхронизации однопериодических циклов, кривая 2 – синхронизации однопериодического и двухпериодического циклов, кривая 3 – синхронизации осцилляторов, имеющих максимально различные средние периоды движения, кривая 4 – синхронизации хаотических автономных осцилляторов.

Ранее задача о фазовой синхронизации изучалась для хаотических систем с внешним периодическим воздействием. В подобных задачах фазовая синхронизация – явление частотного захвата хаотической системы внешним периодическим воздействием. В данной работе исследуется фазовая синхронизация автономных хаотических систем. Получено, что фазовая синхронизация автономных хаотических систем объясняется синхронизацией седловых периодических орбит, вложенных в странные аттракторы связанных хаотических систем.

- [1] Pyragas K. // Physics Letters A 170. 1992. С.421.
- [2] Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Osipov G.V., Kurths J. //Physica D 104. 1997. P.219.

ДИНАМИКА МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ФИТЦ ХЬЮ - НАГУМО**А.С.Голованов***Нижегородский госуниверситет*

В работе приведены результаты исследования пространственно-временной динамики цепочки взаимосвязанных модифицированных элементов Фитц Хью-Нагумо. Модель представлена следующей системой:

$$\begin{cases} \mu \dot{x}_j = f(x) - y + d(x_{j-1} - 2x_j + x_{j+1}) \\ \dot{y}_j = 2\beta x_j + \gamma z_j \\ \dot{z}_j = x_j \end{cases}$$

где d – коэффициент связи, μ – малый параметр ($m \ll 1$), $\beta > 0$, $\gamma > 0$, а функция $f(x)$ имеет вид :

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq \frac{a}{2} \\ x - a, & \text{если } \frac{a}{2} < x < \frac{a+1}{2} \\ 1 - x, & \text{если } x \geq \frac{a+1}{2} \end{cases} \quad \text{в случае кусочно-линейной аппроксимации нелинейной функции,}$$

$f(x) = x(x-a)(1-x)$ в случае гладкой нелинейной функции.

Модель описывает поведение возбудимой среды, при этом переменной x отвечает мембранный потенциал, а переменные y и z описывают ионные токи, протекающие через мембрану клетки.

Динамика базового элемента цепочки имеет следующие особенности:

- возбудимый режим;
- возбудимый режим с генерацией пачки импульсов возбуждения;
- режим автогенерации импульсов.

Отличительной особенностью модифицированного элемента является то, что если режимы возбудимости и автогенерации для классического элемента Фитц Хью-Нагумо являются взаимоисключающими, то в случае модифицированного элемента они имеют место при заданных фиксированных значениях параметров, в зависимости от вида возбуждающего воздействия.

В дальнейшем, при рассмотрении цепочки взаимосвязанных элементов обнаружены следующие основные режимы:

- распространение одиночного импульса возбуждения вдоль цепочки;
- провал распространения импульсов;

- распространение пачек импульсов возбуждения (связанных состояний);
- режимы генерации и распространения импульсов.

В отличие от цепочки классических элементов Фитц Хью-Нагумо, где имеют место первые два режима, последние два являются специфическими для рассматриваемой системы.

SOME CHARACTERISTIC FEATURES OF DYNAMICAL BEHAVIOR OF SMALL ENSEMBLES OF COUPLED PLL SYSTEMS

D.V.Kasatkin

Nizhni Novgorod State University

Dynamical behavior of coupled active elements is attracting great interest of researches. When coupled elements are combined in an ensemble, they acquire a number of new features that are interesting for different applications. As a rule, the consideration of collective dynamics is carried out with two interacting elements as example or large ensembles of coupled elements.

The aim of the investigation is studying the dependence of the dynamics of small ensembles (consisting of $N=3, \dots, 10$ elements) of the cascade coupled PLLs on the strength and type of coupling between them. The choice of coupling variant between the elements of ensemble is an important factor for the collective behavior of the ensemble. The variants of homogeneous couplings, organized both locally and nonlocally are considered in this work. The mathematical model of such ensembles presents the dynamical system with N -dimensional toroidal phase space $V = \{\varphi_1(\text{mod } 2\pi), \dots, \varphi_N(\text{mod } 2\pi)\}$:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_i &= \gamma - \sin(\varphi_i - \varphi_{i-1}) - k_j \sin(\varphi_{i+j} - \varphi_{j+i-1}), \\ i &= \overline{1, N}, j = \overline{1, N-1}, \varphi_0 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

where φ_i is the phase mismatch, γ is the initial frequency mismatch, k_j accounts for the additional coupling, organized by means of transmission of a signal from the phase discriminator of the i -th PLL into the control circuit of the $(i-j)$ -th PLL.

In the report we present the investigation of the influence of coupling parameters on synchronizing properties of control generators. The regime of "global" synchronization (when all generators of ensemble operate in synchronous regime as regards the reference signal) is determined by stable equilibrium states considering mathematical model, the coordinates of these equilibrium states characterizing synchronization errors of generators with regard to the reference signal.

The system has been studied, when using oscillation theory methods with computer simulation. The following results have been obtained:

- It has been shown that a combination of three or more elements with the introduction of additional couplings of the type k_1 leads to the appearance of the region in the parameter space, where synchronous modes are absent. The change of this domain has non-monotonous character with the increase of a chain element number. The characteristic features of the synchronous behavior (a number of different synchronous

modes, character of distribution of synchronization errors of generators of ensemble, possibilities of multi-stable synchronous behavior, character of stability change of existing regimes) depends essentially on the evenness condition, if a number of elements is even or odd. So the system of N coupled PLLs may have two or three different synchronous regimes in the case of an odd and even number of elements respectively. The so-called basic synchronous regime S_1 characterized by minimum synchronization errors occurs for weak couplings independent of an element number of a chain. Other synchronous regimes are observed for strongest coupling. They are regimes S_2^N and S_2^{N-2} providing the operation with maximum synchronization error of all the generators or the $(N-1)$ -th and N -th ones respectively for an even element number and S_2^{N-1} for which the first generator operates with minimum synchronization error for an odd element number. Moreover, the regime S_2^{N-2} takes place for large values of initial frequency mismatching. With the increase in the element number the existence domains of synchronous modes are displaced into the region of weaker couplings.

- The consideration of the influence of non-local coupling of the type k_2 allows us to reveal the following results connected with the increase of the element number of an ensemble: a number of different synchronous regimes may change from one ($N=3,4,8$) to three ($N=5,9,10$), the cascade system demonstrating the bistable synchronous regime in the last case.
- For the transition to the nonlocal couplings of other types only basic synchronous regime remains in system (1). The decrease of the domain S_1 with the increase of element number of an ensemble is observed for every type of coupling k_j ($j=1,\dots,N-1$). The contrary effect takes place for the transition from one coupling type to another, when element number of ensemble is fixed.

The results obtained allowed to make up complete understanding of the influence of different additional couplings between elements of a chain on synchronous behavior of the ensemble generator.

The research was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research (grant 02-02-17573), the Program of Support of Leading Schools of the Russian Federation (grant 00-15-96582).

REGULAR AND CHAOTIC MODES IN THE NONLINEAR WEIDLICH MODELS

L.V.Talanova

The Nizhni Novgorod State University

Besides traditional applications in physics and mathematics, the concepts and laws of nonlinear dynamics are widely employed in application areas, such as biology, chemistry, social sciences and economics. Among economics and social sciences oriented models there is that proposed by Weidlich [1,2]. In spite of being quite simple this model is valuable for qualitative description of the wide scope of social and economic processes.

We consider the Weidlich model describing the dynamics of economic systems by means of some macrovariables with cooperative or antagonistic character of interactions between them:

$$\begin{cases} \dot{x} = x \cdot (s_1 \cdot a(y) - x) \\ \dot{y} = y \cdot (s_2 \cdot b(x) - y) \end{cases} \text{ where } \begin{cases} a(y) = k_1 \cdot th(m \cdot (y - y_s)) \\ b(x) = k_2 \cdot th(m \cdot (x - x_s)) \end{cases} \quad (1)$$

Here, t is the dimensionless time, s_1 and s_2 are the positive parameters characterizing the force with which the macrovariables influence each other, $a(y)$ and $b(x)$ are the smooth influence functions stipulating the cooperative ($k_1=1, k_2=1$) or the antagonistic ($k_1=-1, k_2=-1$) character of interaction of macrovariables, m is the measure of steepness of the influence functions, y_s and x_s are the points where the character of interaction of macrovariables changes.

The dynamical analysis of the Weidlich model with smooth influence functions has shown, that such model has enough simple dynamics. We obtained the following dynamical modes:

1. The mode of cooperative interaction of variables x and y ($k_1=k_2=1$ in the set of equations (2), the parameters were chosen to be $m=1, x_s=y_s=5, s_1=s_2=10$). In this case the systems rapidly reaches (depending on initial conditions) one of two equilibrium states O_2 or O_4 that are stable nodes.
2. The mode of antagonistic interaction of variables x and y ($k_1=k_2=-1$).
3. The mode of cooperative influence of variable x on variable y ($k_2=1$) and antagonistic influence of y on x ($k_1=-1$) is characterized by fast quasicyclic motion of the image point on the phase plane. In the course of time, the image point approaches the stable focus O_1 . The velocity of phase trajectory twisting is determined by parameter s of the system, the oscillations damp slower with increasing s .
4. The mode of antagonistic influence of variable x on y ($k_2=-1$) and cooperative influence of y on x .

There are no absolutely isolated systems in economics, therefore it is of interest to investigate interacting systems. The coupled system of the simplest Weidlich models with nonsymmetrical coupling of the subsystems can be written as:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 \cdot [s_1 \cdot a(y_1) - x_1] - \varepsilon_1 \cdot y_2 \\ \frac{dy_1}{dt} = y_1 \cdot [s_1 \cdot b(x_1) - y_1] - \varepsilon_2 \cdot (y_1 - x_2) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2 \cdot [s_2 \cdot a(y_2) - x_2] - \varepsilon_2 \cdot (x_2 - y_1) \\ \frac{dy_2}{dt} = y_2 \cdot [s_2 \cdot b(x_2) - y_2] - \varepsilon_1 \cdot x_1 \end{cases} \text{ where } \begin{cases} a(y_1) = k_1 \cdot th[m \cdot (y_1 - y_{s1})] \\ b(x_1) = k_2 \cdot th[m \cdot (x_1 - x_{s1})] \\ a(y_2) = k_1 \cdot th[m \cdot (y_2 - y_{s2})] \\ b(x_2) = k_2 \cdot th[m \cdot (x_2 - x_{s2})] \end{cases} \quad (2)$$

The analysis of time evolutions and the bifurcation diagram of the system (2) has shown the following. For small value of coupling parameter each subsystem tends to its equilibrium state that is stable focus. As the coupling parameter is increased, the equilibrium state loses its stability, and the Andronov-Hopf bifurcation occurs. It is accompanied by the soft birth of limit cycle in the coupled system. A further increase of ε_2 leads to increasing the amplitude of limit cycle and the period doubling bifurcation. A cascade of period doubling bifurcations occurs to give rise to chaotic oscillations in system (2).

The one-parameter bifurcation diagram of Poincare mapping illustrates the transition to chaotic oscillations with the slow change of the coupling bifurcation parameter. It follows by the Feigenbaum scenario. The light vertical zones on the diagram are the periodic windows in which the motions are regular. These periodic attractors have narrow range of coupling parameter.

Thus, nondamping oscillations are not observed in the system of two coupled Weidlich models with symmetrical difference coupling. Whereas in the case of nonsymmetrical coupling both regular and chaotic oscillations can arise. Regular oscillations are generated as a result of the Andronov-Hopf bifurcation, and chaotic oscillations occur by the Feigenbaum scenario.

- [1] Trubetskov D.I. Oscillations and Waves for Humanists - Saratov, 1997, P. 348.
- [2] Weidlich W. Stability and cyclicity in social systems //Behavioral Science. 1988. №33. P.241.

ДИНАМИКА ДВУХ ФАП, СВЯЗАННЫХ ЧЕРЕЗ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ФАЗОВЫЙ ДИСКРИМИНАТОР

В.В.Матросов, А.И.Васильев

Нижегородский госуниверситет

Системы фазовой автоподстройки частоты (ФАП) играют огромную роль при решении многих научно-технических задач в современной радиофизике, радиотехнике, системах связи и автоматического управления. Особое место среди них занимают ансамбли ФАП. Использование связанных ФАП позволяет, во-первых, улучшать динамические характеристики систем синхронизации, во-вторых, решать задачи, которые не могут быть решены в рамках одиночных систем, наконец, при объединении в ансамбль, управляемые генераторы приобретают новые свойства, которые расширяют функциональные возможности этих устройств. В частности, генераторы, объединенные в ансамбль, способны генерировать сложные детерминированные и шумоподобные колебания с регулируемыми характеристиками.

Наличие у систем ФАП локальной цепи управления предоставляет богатые возможности для создания ансамблей с различными свойствами, так как коллективная динамика ансамблей определяется не столько индивидуальной динамикой ФАП, сколько структурой и параметрами связей. Анализ влияния связей на динамические режимы автогенераторов является актуальной проблемой современной радиофизики.

В работе представлены результаты исследования динамических режимов двух систем фазовой автоподстройки с малоинерционными цепями управления, объединенных через дополнительный фазовый дискриминатор (ДФАП). В этом случае динамика взаимосвязанных систем ФАП описывается следующими уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_1 &= \gamma_1 - \sin \varphi_1 - k \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \\ \dot{\varphi}_2 &= \gamma_2 - \sin \varphi_2 + \delta \sin(\varphi_2 - \varphi_1),\end{aligned}\quad (1)$$

определенными на фазовом торе $U = \{\varphi_1(\text{mod}2), \varphi_2(\text{mod}2)\}$, где φ_i и γ_i – текущие фазовые и начальные частотные расстройки генераторов относительно опорного сигнала, k и δ – параметры связей, ($i=1,2$).

Для модели (1) с помощью качественно-численных методов и компьютерного моделирования определены области параметров, в которых реализуются режим синхронизации, определяемый устойчивым состоянием равновесия, и квазисинхронные режимы, определяемые устойчивыми колебательными и колебательно-вращательными предельными циклами на торе U . Система (1) инвариантна относительно преобразований $Z_1: (\gamma_1, \gamma_2, \varphi_1, \varphi_2) \rightarrow (-\gamma_1, -\gamma_2, -\varphi_1, -\varphi_2)$ и $Z_2: (\varphi_1, \varphi_2, \kappa, \delta, \tau) \rightarrow (\pi - \varphi_1, \pi - \varphi_2, -\kappa, -\delta, -\tau)$, поэтому исследование ее движений проведено в области $\Lambda = (\gamma_2 \geq 0, \kappa \geq 0, \gamma_1, \delta)$.

Установлено, что введение однонаправленной связи ($\kappa=0, \delta \neq 0$) приводит к возможности возникновению у второго генератора “нового”, не свойственного парциальным системам ФАП с фильтрами первого порядка, квазисинхронного режима. При этом введение связи $\delta > 0$ сужает полосу удержания второго генератора, а $\delta < 0$ расширяет ее. Причем максимальные изменения полосы удержания наблюдаются при нулевых начальных расстройках первого генератора (при $\gamma_1=0, \gamma_2^{\max}=1+\delta, \gamma_2^{\min}=1-\delta$).

Анализ взаимных связей позволил выявить следующие закономерности в коллективном поведении ДФАП.

1. Оба генератора могут быть переведены в режим генерации квазисинхронных колебаний. При $\delta > 0, \kappa > 0$ квазисинхронные режимы первого и второго генераторов существуют раздельно и наблюдаются вне области существования синхронных режимов. При $\delta < 0, \kappa < 0$ квазисинхронные режимы первого и второго генераторов существуют раздельно, однако могут реализовываться в области существования синхронных режимов, что объясняет бистабильное поведение ансамбля. В случае $\delta \kappa < 0$, в ансамбле, наряду с режимами раздельной генерации квазисинхронных колебаний, обнаружен глобальный квазисинхронный режим. Установлено, что автоколебательные режимы в системе (1) могут возникать как мягким, так и жестким образом. Они появляются в результате бифуркаций петель сепаратрис 1-го и 2-го рода, касательной бифуркации предельных циклов 1-го и 2-го рода, бифуркации Андронова-Хопфа.

2. При взаимных связях в пространстве параметров существует область D_0 , где система (1) имеет на торе U два устойчивых состояния равновесия, которые определяют два синхронных режима с различными ошибками слежения. При значениях

параметров из области D_0 ДФАП демонстрирует бистабильное синхронное поведение. Возникновение двух устойчивых состояний равновесия происходит в результате суперкритической бифуркации устойчивого состояния равновесия.

Полученные результаты свидетельствуют, что объединение систем ФАП через дополнительный фазовый дискриминатор, во-первых, позволяет улучшить синхронизирующие свойства ФАП, во-вторых, является одним из эффективных путей создания генераторов, обеспечивающих генерацию колебаний с угловой модуляцией различного типа в достаточно широкой области параметров, наконец, позволяет создать генератор с бистабильными синхронными свойствами.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 02-02-17573, 00-15-96-582), программы "Университеты России" (проект УР.03.01.027).

IMAGE TRANSFER IN TWO-LAYERED ASSEMBLIES OF LATTICES OF BISTABLE ELEMENTS

M.A.Sennikovsky

Nizhni Novgorod State University

One of the fundamental features of self-organizing functions of biological and other natural systems is the possibility of copying or self-replicating structures, functions and patterns of behavior in their evolution. We consider a lattice dynamical system composed of two layers under a small external sinusoidal influence. Each layer is a two-dimensional lattice of identical bistable units, elements, or cells, where a unit has two stable steady states. The intralayer connections are local and of linear diffusive type, d . Thus, each single layer represents a dynamical system that is very much a self-organizing network. Due to the bistable dynamics of the cell with small diffusive coupling, the layer may be taken as an appropriate tool to store information encoded as discrete (binary) stable steady patterns. Models of such a layered architecture may be of potential interest in the studies of the dynamics of complex neural (perceptual) networks allowing different functions of information processing, compression, coding, and transmission of visual images based on self-organizing principles. In [1,2] it was shown that for suitable conditions of the system parameters, namely, for a strong enough interlayer coupling, h , a stimulus given to one layer is copied to the second layer, which may initially be in a spatially chaotic state. In this paper the replication phenomenon and the dynamic copying in twolayered systems of bistable elements under a small external sinusoidal influence are discussed. The dynamics of such a system can be described by the following equations:

$$\begin{aligned}\dot{u}_{jk} &= f(u_{jk}) + d(\Delta u)_{jk} + h(v_{jk} - u_{jk}) + A \sin(\omega t + \varphi) \\ \dot{v}_{jk} &= f(v_{jk}) + d(\Delta v)_{jk} + h(u_{jk} - v_{jk}) + A \sin(\omega t + \varphi) \\ (\Delta u)_{jk} &= (\Delta u)_j + (\Delta u)_k - 4u_{jk}, \quad (\Delta u)_j = u_{j+1k} + u_{j-1k}, \quad (\Delta u)_k = u_{jk+1} + u_{jk-1}\end{aligned}\tag{1}$$

where $f(u) = u(1-u)(u-a)$, $0 < a < 1$ – allows coexistence of the state of rest and the excited state in the phase space of the system (1), d and h account for intralattice and inter-lattice coupling, respectively, and A is the amplitude of external sinusoidal influence.

The results of research considered with such systems are represented below. The possibility of the dynamic copying in the two layered systems of bistable elements under a small external sinusoidal influence was demonstrated. It was shown that the dynamic copying might occur not only to a lattice in a spatially chaotic state, but also to a lattice in initially homogeneous state. The parameter space for the dynamic copying to spatially chaotic and homogeneous states in lattices under external sinusoidal influence was obtained. It was shown that external sinusoidal influence could be used for erasing a stored image from a lattice to make the lattice prepared for new data recording and processing. The interaction of the two layered system being influenced upon only one layer was studied. The possibility of the dynamic copying on to the influenced layer regardless of initial conditions of that layer was shown.

- [1] Nekorkin V.I., Velarde M.G. Synergetic Phenomena in Active Lattices. Springer, 2002, 358p.
- [2] Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Velarde M.G. // Phys. Rev. E 59. 1999. P.4515.
- [3] Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Rabinovich M.I., Velarde M.G. //Phys. Rev. E 57. 1998. P.3344.
- [4] Velarde M.G., Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Ross J. //Proc. Natl. Acad. Sci. USA 94. 1997. P.5024.

ДИНАМИЧЕСКОЕ КОПИРОВАНИЕ В НЕАВТОНОМНОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ РЕШЕТОЧНОЙ СИСТЕМЕ

М.А.Сенниковский

Нижегородский госуниверситет

Построение систем хранения и обработки информации является актуальной проблемой современной науки и техники. В рамках этой проблемы особенно интенсивно в последнее время развивается направление, связанное с построением информационных систем нейродинамического типа. Суть этого подхода состоит в построении искусственных систем, в которых воплощены некоторые принципы работы нервной системы высших организмов. Такая система состоит из нервных клеток или нейронов. Существует большое разнообразие видов нейронов. Отвлекаясь от их специфики, можно сказать, что для всех типов нейронов характерно три состояния – покоя, возбуждения и рефракторности (состояния, когда нейрон не реагирует на внешние сигналы). За счет разнообразных связей (электрических и химических) нейроны образуют чрезвычайно сложную пространственно-распределенную систему – нейронную сеть. Согласно современной нейрофизиологии, хранение и обработка информации у высших организмов связаны с пространственно-временными структурами активности, возникающими в нейронной сети. Эти структуры образуются за счет коллективных, самосогласованных действий нейронов, т.е. за счет са-

моорганизации сети. С точки зрения нелинейной динамики нейронная сеть – пространственно-распределенная дискретная активная система (или дискретная активная среда), в которой информация хранится и передается с помощью пространственно-временных паттернов. Поэтому искусственные нейродинамические системы обработки информации строятся в виде активных распределенных сетей из элементов, обладающих в той или иной степени свойствами реальных нейронов. В таких системах элементарной единицей обработки информации является пространственная структура, т.е. происходит параллельная обработка информации. Благодаря этому свойству нейродинамические системы обладают значительным преимуществом по сравнению с традиционными способами обработки информации, в которых операции проводятся последовательно. Простейшими системами, реализующими нейродинамический подход, являются цепочечные и решеточные системы с локальным типом связи.

В данной работе рассматривается динамика двухслойной решеточной системы следующего вида

$$\begin{aligned} \dot{u}_{jk} &= f(u_{jk}) + d(\Delta u)_{jk} + h(v_{jk} - u_{jk}) + A \sin(\omega t + \varphi) \\ \dot{v}_{jk} &= f(v_{jk}) + d(\Delta v)_{jk} + h(u_{jk} - v_{jk}) + A \sin(\omega t + \varphi) \\ (\Delta u)_{jk} &= (\Delta u)_j + (\Delta u)_k - 4u_{jk}, \quad (\Delta u)_j = u_{j+1k} + u_{j-1k}, \quad (\Delta u)_k = u_{jk+1} + u_{jk-1} \end{aligned}$$

где $f(u) = u(1-u)(u-a)$, $0 < a < 1$ – задает бистабильную динамику каждого элемента решеток, d – коэффициент связи между элементами в слое-решетке, а h – коэффициент связи между решетками, A – внешнее гармоническое воздействие на элементы решеток. При $A=0$ динамика системы (1) рассматривалась в работах [1],[2]. Было показано, что при определенных условиях в системе (1) может быть реализован режим так называемого динамического копирования – вторая решетка, находящаяся изначально в пространственно-беспорядочном состоянии, принимает формы регулярного паттерна-стимула, существующего в первой решетке. В основе этого явления лежат явления синхронизации и конкуренции.

Здесь приводятся результаты исследования влияния внешнего периодического воздействия на динамическое копирование. Выделена область параметров, для которой выполняется динамическое копирование. Показана возможность динамического копирования как на беспорядочное, так и на однородное состояние, и возможность использования внешней силы для стирания записанного образа для приведения решетки вновь к однородному состоянию с целью новой записи информации. Произведено сравнение динамического копирования в решетках для случаев присутствия и отсутствия внешней силы. Рассмотрено взаимодействие двух решеток, при действии внешней силы только на одну из них. Показано, что в этом случае возможно копирование образа из первой решетки во вторую, независимо от состояния первой решетки.

- [1] Nekorkin V.I., Velarde M.G. Synergetic Phenomena in Active Lattices. Springer, 2002, 358p.

- [2] Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Velarde M.G. //Phys. Rev. E 59. 1999. P.4515.
- [3] Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Rabinovich M.I., Velarde M.G. //Phys. Rev. E 57. 1998. P.3344.
- [4] Velarde M.G., Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Ross J. //Proc. Natl. Acad. Sci. USA 94. 1997. P.5024.