

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМ С РАЗРЫВНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

Учебно–методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.03 «Радиофизика», 02.03.20 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», специальностям 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы», 09.01.07 «Противодействие техническим разведкам»

Нижний Новгород
2021

УДК 621.391.01
ББК В 236.535+323.1
М 33

Рецензент: доктор физико-математических наук **Г. В. Осипов**

М 33 Матросов В., В., Сутягин А. А. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМ С РАЗРЫВНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 2021. – 23 с.

В пособии рассматривается динамика систем, совершающих разрывные колебания. Изучение ведется на примере схем мультивибратора, триггера и кип-реле, где в качестве нелинейных элементов используются туннельные диоды. Представлены математические модели рассматриваемых схем, описан теоретический метод исследования динамики таких моделей, рассмотрены свойства формируемых колебаний и возможность управления ими. Предназначено для студентов радиофизического факультета ННГУ в качестве пособия при подготовке и проведении лабораторной работы по курсу «Теория колебаний». Разработка рекомендуется для студентов радиофизического факультета, а так же для студентов естественно-научных факультетов.

Ответственный за выпуск:
заместитель председателя методической комиссии
радиофизического факультета ННГУ
д.ф.-м.н., профессор Е. З. Грибова

УДК 621.391.01
ББК В 236.535+323.1

© В. В. Матросов, А. А. Сутягин, 2021
© Нижегородский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского, 2020

Содержание

Введение	4
1 Динамические уравнения систем с нелинейностью туннель- ный диод	4
2 Схема исследования динамических систем с малым парамет- ром при производной	5
3 Динамика мультивибратора	8
4 Режим триггера	11
5 Динамика кпп-реле (одновибратора)	13
6 Лабораторная работа	17
6.1 Описание лабораторной установки	17
6.2 Контрольные вопросы допуска	19
6.3 Задания к лабораторной работе	20
7 Задачи для самостоятельного изучения	21
Список литературы	22

Введение

Работа направлена на изучение динамики систем, совершающих разрывные колебания, на примерах мультивибратора, триггера, кипп-реле (одновибратора). Разрывные колебания - это такие колебания, при которых наряду со сравнительно медленными изменениями величин, характеризующих состояние колебательной системы, в некоторые моменты происходят столь быстрые изменения этих величин, что их можно рассматривать как скачки, а весь колебательный процесс в целом - как последовательность медленных изменений состояния системы, начинающихся и кончающихся мгновенным изменением состояния системы (скачками или разрывами). Как правило, такое поведение может быть описано системами дифференциальных уравнений с малыми параметрами при производной. Наличие малого параметра при производной позволяет применить метод разрывных колебаний [1–3] и получить достаточно полное представление о протекающих в рассматриваемых схемах процессах и их характеристиках.

1 Динамические уравнения систем с нелинейностью туннельный диод

Схема, динамика которой является предметом исследования, приведена на рис.1а. В качестве нелинейного элемента она содержит туннельные диоды, вольтамперная характеристика которых приведена на рис.1б. Характеристика имеет падающий участок ($u_1 < u < u_2$), на котором проводимость туннельного диода является отрицательной величиной, что и позволяет получить релаксационные колебания. Динамические процессы рассматриваемой

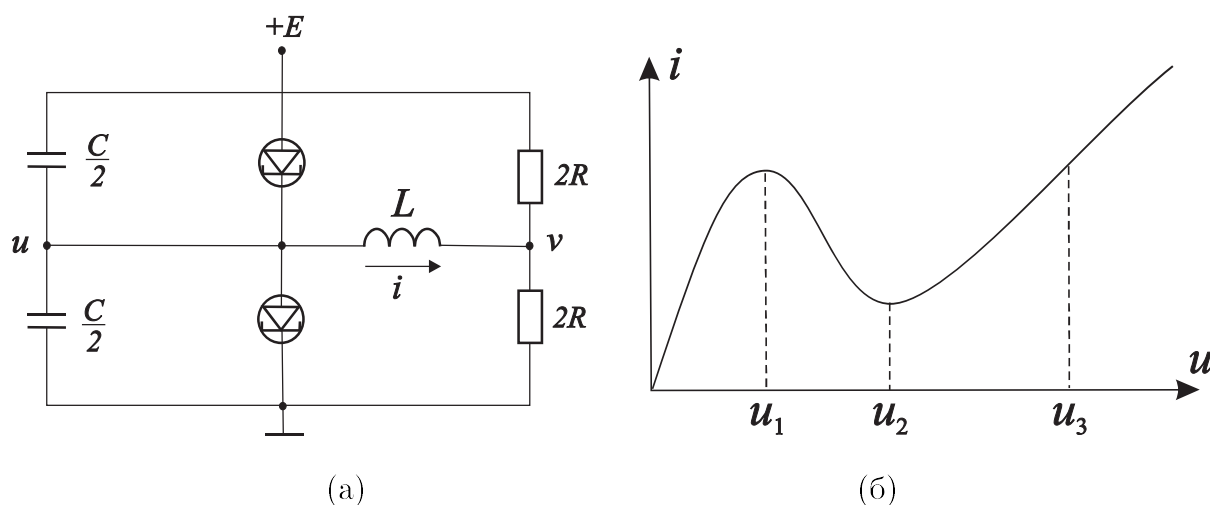


Рис. 1: Исследуемая схема (а), вольтамперная характеристика диодов (б)

схемы описываются следующими уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{C}{2} \frac{d(u-E)}{dt} + \frac{C}{2} \frac{du}{dt} + i + I(u) &= I(E-u), \\ L \frac{di}{dt} &= u-v, \quad i = \frac{v-E}{2R}. \end{aligned} \quad (1)$$

Вводя новое время $\tau = \frac{R}{L}t$, параметр $\mu = (CR^2)/L$ и безразмерные переменные $x = z/z_0$, $y = iR/z_0$, где $z_0 = E/2$ получаем систему

$$\mu \frac{dx}{dt} = \varphi(x) - y, \quad \frac{dy}{dt} = x - y, \quad (2)$$

где $\varphi(x) = \frac{R}{z_0} \overline{\varphi}(z)$. Вид функции $\varphi(x)$ зависит от входного напряжения E , качественно различные виды функции $\varphi(x)$ приведены на рис.2.

Если $\mu \ll 1$ то, система (2) является системой с малым параметром при производной, для исследования фазового пространства которой может быть применен метод разрывных колебаний [1–3]. Далее остановимся на схеме исследования динамических систем второго порядка с малым параметром при производной.

2 Схема исследования динамических систем с малым параметром при производной

Схему исследования динамических систем с малым параметром при производной рассмотрим на примере исследования фазового пространства динамической системы следующего вида

$$\begin{aligned} \mu \frac{dx}{dt} &= (1+x)(3-x) - y, \\ \frac{dy}{dt} &= 0.5x - y, \end{aligned} \quad (3)$$

где $0 < \mu \ll 1$. Система (3) определена на фазовой плоскости (x, y) , в силу малости параметра μ движения на плоскости (x, y) разбиваются на *быстрые* и *медленные*.

Уравнения медленных движений получаются из уравнений (3) путем обнуления параметра μ (нуль предельно малое значение μ):

$$y = (1+x)(3-x), \quad \frac{dy}{dt} = 0.5x - y, \quad (4)$$

Уравнения быстрых движений имеют вид:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-y^0 - x(x^2 - 4)}{\mu} \equiv Q(x, y^0), \quad y = y^0 - \text{const.} \quad (5)$$

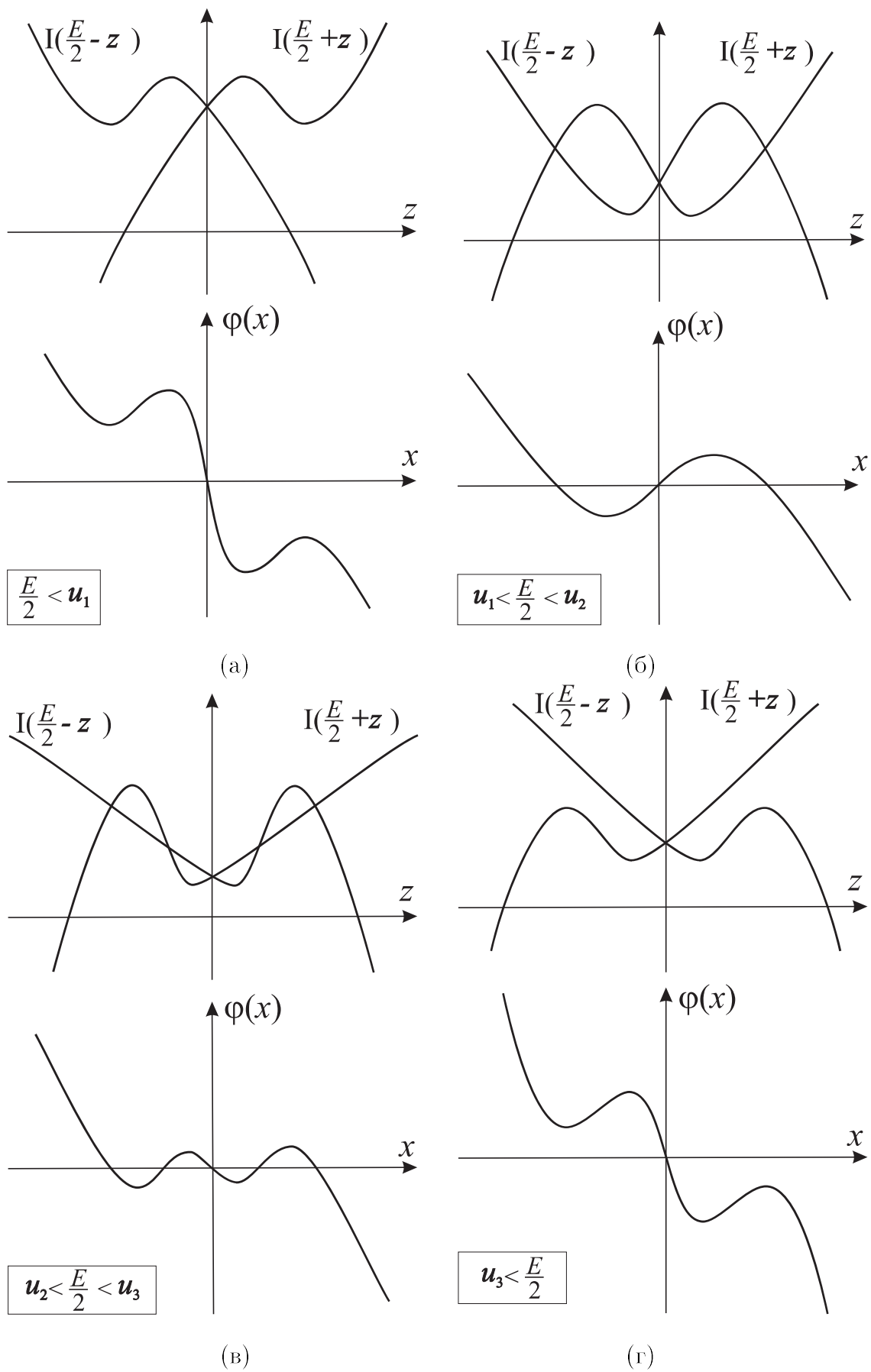


Рис. 2: Возможные виды нелинейности $\varphi(x)$ модели (1)

Таким образом анализ движений системы второго порядка (3) сводится к анализу двух систем первого порядка: *системы медленных движений* (4), заданной на кривой $y = (1 + x)(3 - x)$ и *системы быстрых движений* (5), определенной вне малой окрестности кривой медленных движений $y = (1 + x)(3 - x)$, где y^0 можно рассматривать как параметр. Перейдем к анализу движений систем первого порядка.

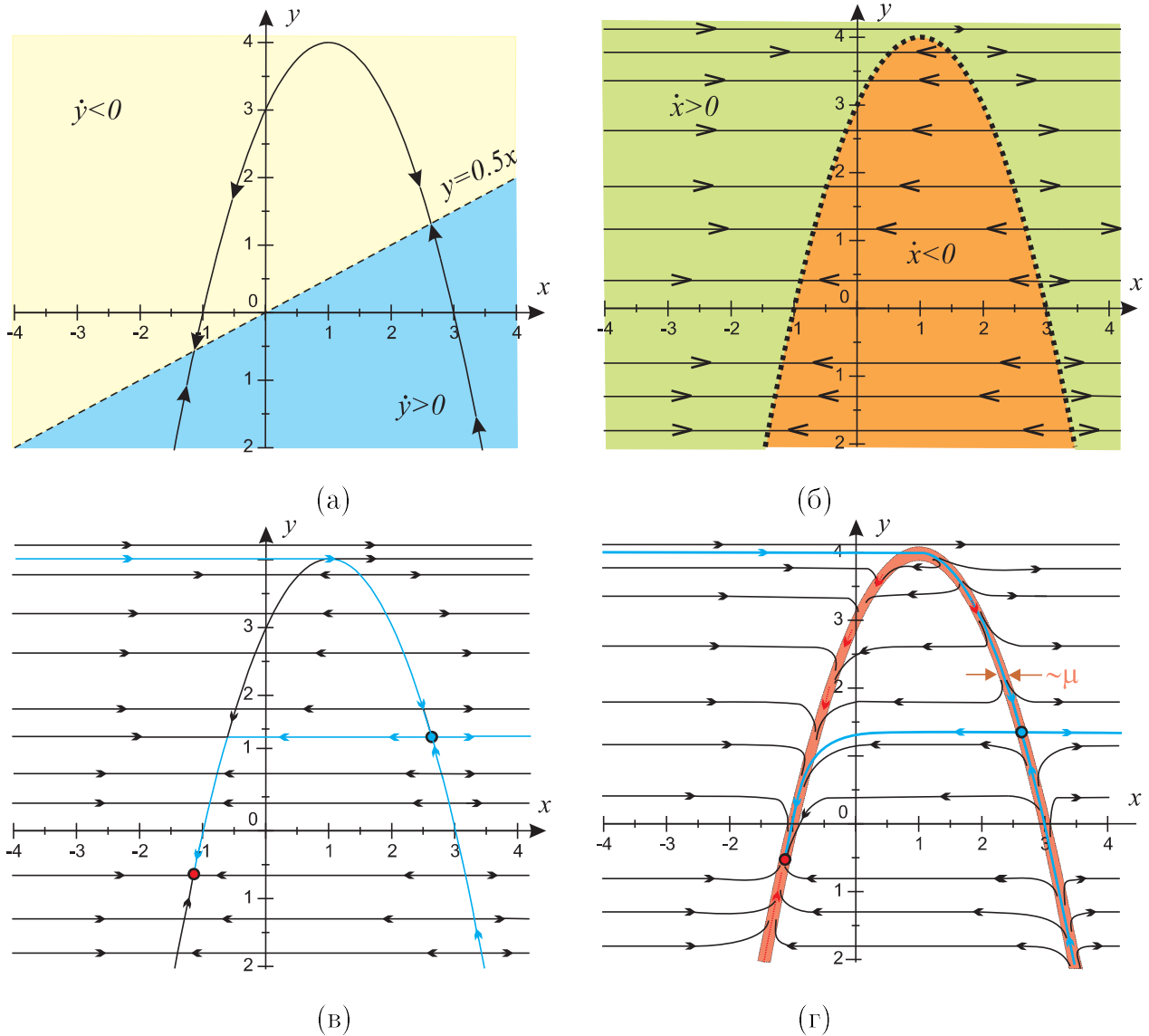


Рис. 3: Фазовые портреты систем медленных движений (а) и быстрых движений (б), системы (3) при $\mu = 0$ (в) и $0 < \mu \ll 1$ (г)

Динамика системы медленных движений (4). На фазовой плоскости строим кривую медленных движений $y = (1 + x)(3 - x)$, это парабола ветки которой направлены вниз (сплошная линия на рис.3а). Далее необходимо нанести на эту кривую стрелочки, указывающие направления движений на этой кривой. Направление стрелочек определяем по второму уравнению системы (4), которое задаст скорость изменения фазовой переменной y . На

прямой $0.5x - y = 0$ скорость изменения переменной равна нулю (пунктирная линия на рис.3а), над этой кривой для любых значений x, y производная $\frac{dy}{dt} < 0$, а под кривой $-\frac{dy}{dt} > 0$. Исходя из выше сказанного, составляем стрелочки на кривой медленных движений: на участках кривой, расположенной выше прямой $0.5x - y = 0$ (в желтой области) стрелочки направлены вниз, так как здесь скорость изменения переменной $\dot{y}$ отрицательная, под прямой (синяя область) – стрелочки направлены вверх, так как здесь скорость изменения переменной $\dot{y}$ положительна.

Динамика системы быстрых движений (5). На плоскости (x, y) быстрые движения представляют собой прямые параллельные оси абсцисс (рис.3б), состояния равновесия системы (5) расположены на кривой медленных движений, устойчивость этих состояний равновесия определяем по ляпуновскому показателю $\lambda = Q'_x(x^*, y^*)$, x^* – координата состояния равновесия при $y^0 = y^*$. Из анализа устойчивости состояний равновесия следует, что состояние равновесия, расположенные на восходящем участке параболы – устойчивы, на нисходящем – неустойчивы.

Фазовые портреты системы (3). В случае предельно малых значениях μ ($\mu = 0$) фазовый портрет системы (3) получается путем объединения рисунков представленных на рис.3а и рис.3б, в результате получаем фазовый портрет изображенный на рис.3в. На этом рисунке отмечены особые траектории: состояния равновесия – кружками и сепаратрисы – синим цветом. Фазовый портрет системы (3) при $0 < \mu \ll 1$ представлен на рис.3г. На нем сохранены обозначения для особых траекторий, принятые ранее. Отличительной особенностью портрета на рис.3г от портрета на рис.3в является появление на месте кривой медленных движений тонкого слоя, толщиной порядка μ , который принято называть μ -окрестность кривой медленных движений или слой медленных движений. Характерной особенностью этой области фазового пространства является то, что в этой области скорости $\dot{x}$ и $\dot{y}$ изменения фазовых переменных x и y имеют один и тот же порядок, а направление движений совпадает с направлением движений на кривой медленных движений.

3 Динамика мультивибратора

Мультивибратор – генератор электрических прямоугольных колебаний с короткими фронтами. Далее изучим динамику схемы на рис.1, которая при определенных условиях является генератором релаксационных колебаний колебаний (прямоугольных импульсов).

Рассмотрим случай, когда в модели (2) нелинейность $\varphi(x)$ имеет вид, изображенный на рис.2б, а параметр $0 < \mu \ll 1$. При сделанных предположениях

исследование движений модели (2) сводится к анализу двух систем первого порядка:

системы медленных движений

$$y = \varphi(x), \quad \frac{dy}{dt} = x - y, \quad (6)$$

системы быстрых движений

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\varphi(x) - y}{\mu}, \quad y = y^0 - \text{const.} \quad (7)$$

Фазовый портрет модели (3) при $\mu = 0$ получается путем объединения фазовых портретов систем (6) и (7). Результат такого объединения приведен на рис.4. Кривая медленных движений (красная кривая) определяется

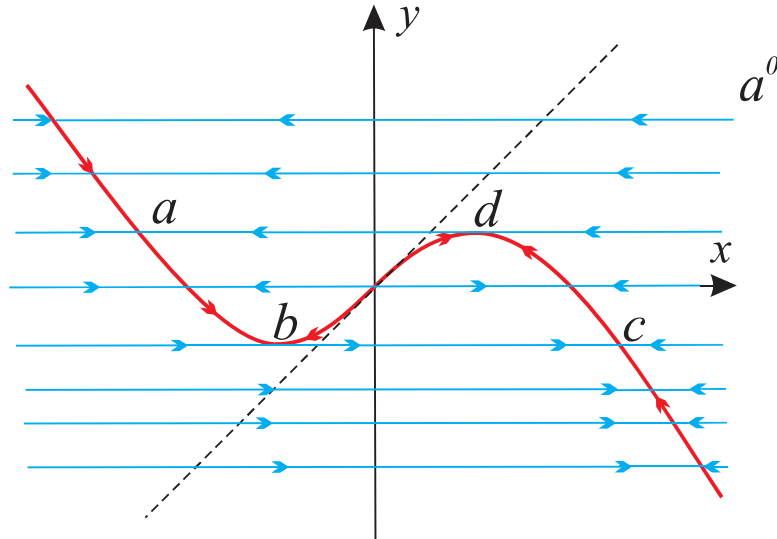


Рис. 4: Фазовая плоскость модели мультивибратора при предельно малых μ ($\mu=0$)

первым уравнением системы (6), а направление движения на участках медленных движений - из второго уравнения системы. Пунктиром проведена линия $x = y$, которая делит фазовую плоскость на области с однотипным направлением движений на красной кривой. Здесь на участке кривой, расположенной в области под пунктирной прямой фазовая переменная y возрастает (стрелочки, указывающие направление изменения переменной, направлены вверх), над пунктирной прямой y убывает (стрелочки направлены вниз).

На рис.4 быстрые движения нарисованы синим цветом, направление движения на этих прямых определяется вторым уравнением (7). Отметим, что уравнения (6) отображают динамику системы (2) только вне малой μ -окрестности кривой $y = \varphi(x)$ (чем меньше μ , тем точнее). Для уравнений (7) точки x^* пересечения кривой $y = \varphi(x)$ и прямых $y = y^0$ являются состояниями

равновесия – устойчивыми, если $\varphi'(x^*) < 0$ и неустойчивыми при $\varphi'(x^*) > 0$. Это означает, что для системы быстрых движений вся кривая медленных движений является геометрическим местом состояний равновесия. Движения в малой окрестности кривой $\varphi(x)$, где $|\varphi(x) - y| < \mu \ll 1$, называются медленными движениями.

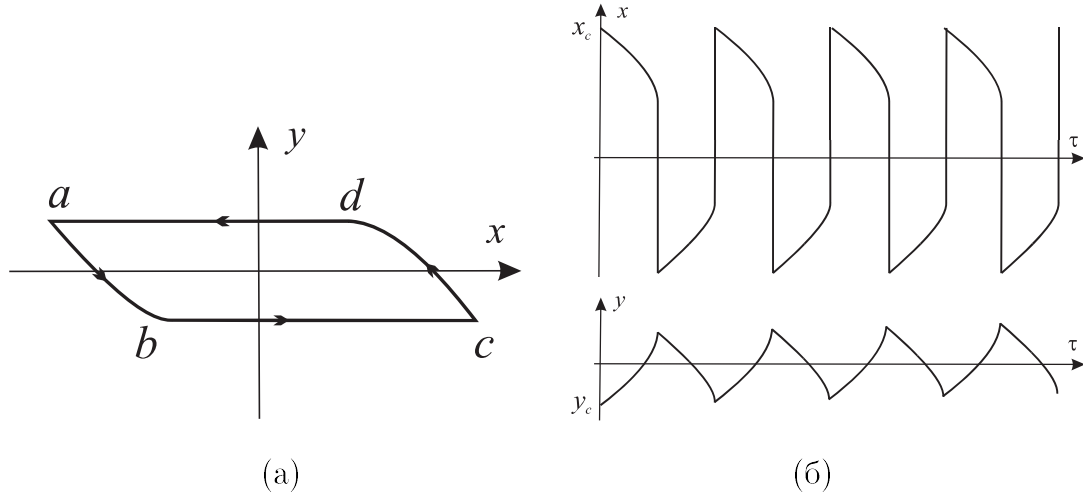


Рис. 5: Вид устойчивого предельного цикла (а) и соответствующие ему осциллограммы (б)

Если изображающая точка системы, медленно двигаясь по траектории $y = \varphi(x)$ там, где $\varphi'(x) < 0$ (а только здесь медленные движения устойчивы), приходит в одну из точек b или d , то далее она выходит в область быстрых движений и скачком попадает в точку c (a) по траектории $y = y^0 - const$, пока снова не придет на траекторию медленного движения. Замкнутая кривая $abcd$ является предельным циклом, устанавливающимся при любых начальных условиях. Такая система является автоколебательной, генерирующей разрывные колебания. Вид предельного цикла и осциллограммы колебаний переменных $x(t)$ ($u(t)$) и $y(t)$ ($i(t)$) приведены на рис.5. данный автоколебательный режим является мягким, поскольку он реализуется при любых начальных условиях.

Если функция $\varphi(x)$ имеет вид, изображенный на рис.2в, то в схеме имеет место жесткий автоколебательный режим¹. Разбиение фазовой плоскости на траектории для этого случая представлено на рис.6а. На этом фазовом портрете наряду с устойчивым предельным циклом $abcd$ имеется неустойчивый цикл $a_1b_1c_1d_1$ и устойчивое состояние равновесия в начале координат (рис.6б). Здесь автоколебательный режим наступает, если начальные условия не принадлежат области притяжения устойчивого состояния равновесия. На рис.6 область притяжения устойчивого состояния равновесия выделена жел-

¹Автоколебательный режим называется жестким, если он реализуется при определенных начальных условиях (не при любых).

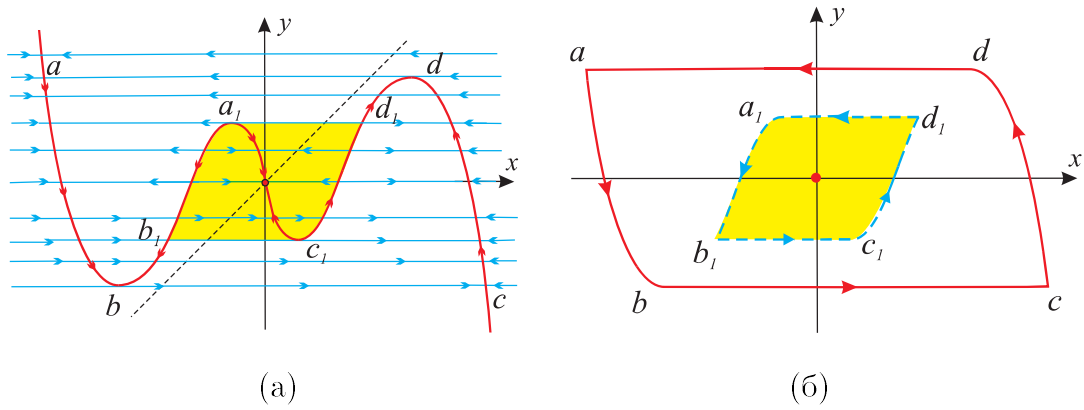


Рис. 6: Фазовый портрет модели мультивибратора с нелинейностью вида на рис.2в в случае предельно малых μ ($\mu=0$) (а), особые траектории фазового портрета: устойчивый предельный цикл $abcd$, неустойчивый предельный цикл $a_1b_1c_1d_1$, устойчивое состояние равновесия – красная точка в начале координат (б)

тым цветом, границей этой области служит неустойчивый предельный цикл. При начальных условиях из желтой области незатухающие периодические колебания в модели (2) отсутствуют.

4 Режим триггера

Триггером называется система, которая имеет два устойчивых состояния и может быть переброшена из одного устойчивого состояния в другое подачей соответствующего импульса напряжения в подходящий узел схемы. Область применения триггеров очень широка. Они применяются в электронных схемах самого различного назначения для формирования прямоугольных импульсов из остроконечных, формирования прямоугольных импульсов из гармонических входных сигналов и импульсов специальной формы, в качестве делителей частоты, в качестве переключающих устройств. Два устойчивых состояния триггера могут соответствовать кодам двоичной системы счисления. Поэтому особенно широкое применение они нашли в вычислительной технике. Здесь они выполняют функции запоминающих и суммирующих ячеек, счетчиков импульсов.

Схема рис.1а будет вести себя как триггер, если функция $\varphi(x)$ имеет вид, изображенный на рис.2б. Система по-прежнему описывается системой (2), одно из уравнений которой содержит малый параметр при производной, и, следовательно, к исследованию ее движений может быть применен метод разрывных колебаний.

Разбиение фазовой плоскости на траектории быстрых и медленных движений изображено на рис.7. Здесь красным цветом отмечена кривая медленных

движений, синим – быстрые движения, красными кружочками – устойчивые состояния равновесия O_1 и O_3 , пунктиром входящие сепаратрисы «седла» O_2 , разграничивающие области притяжения устойчивых состояний равновесия O_1 и O_3 : $\Pi(O_1)$ – зеленая область и $\Pi(O_3)$ – желтая область соответственно.

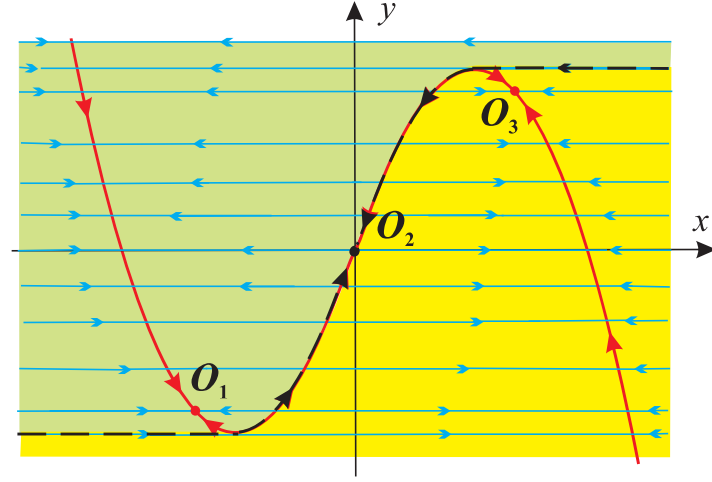


Рис. 7: Фазовый портрет модели триггера (модели (2) с нелинейностью вида на рис.2б) в случае предельно малых μ

В зависимости от начальных условий схема будет находиться в том или ином устойчивом состоянии 1 или 2 (состоянии равновесия O_1 или O_3) и может быть переведена в другое состояние (2 или 1) подачей прямоугольного импульса. Будем считать, что система находилась в состоянии 1, при этом форма кривой $y = \varphi(x)$ имеет вид (I) – на рис.8 красная сплошная линия. При подаче импульса, что эквивалентно изменению напряжения питания E , характеристика $y = \varphi(x)$ меняет вид, принимая форму (II) – на рис.8 пунктирная линия. В этом случае остается единственное неустойчивое состояние равновесия в начале координат (режим мультивибратора). Изображающая точка из положения 1 будет двигаться быстрым движением по траектории 1-3. Минимальная длительность импульса τ_{min} , необходимая для перехода триггера в состояние 2, определяется временем прохождения точки a , иначе точка вернется обратно в состояние 1 после снятия внешнего импульса. Если после прохождения точки a импульс не снимается, то дальнейшее движение аналогично движению, соответствующему режиму мультивибратора. Это быстрое движение 1-3, затем медленное движение в точку 4 и снова скачок в точку 5 через точку b . Если импульс снять после прохождения точки b , то система попадет в прежнее положение 1. Из этих соображений очевидно, что максимально допустимая длительность запускающего импульса τ_{max} определяется временем движения изображающей точки от точки 1 до точки b . Время τ_{max} называется временем разрешения триггера.

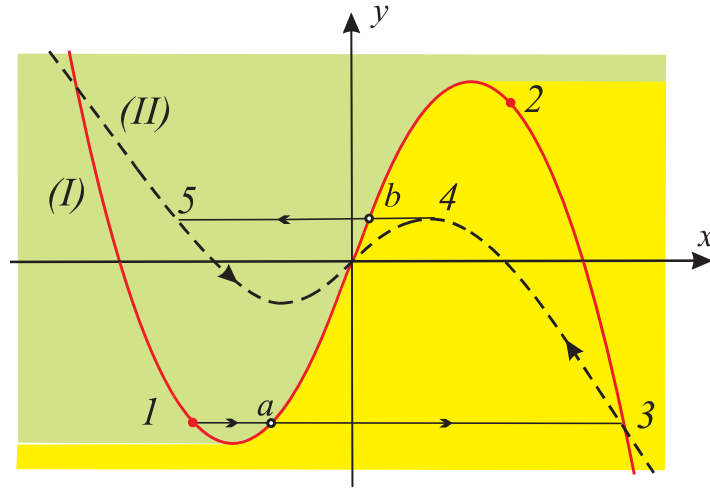


Рис. 8: Эволюция движений в модели триггера при подаче на его вход прямоугольного импульса

Если период следования импульсов существенно меньше времени разрешения триггера, например в два раза, то можно получить деление частоты на триггере. Это означает, что на два поданных запускающих импульса, схема переходит из одного положения равновесия в другое.

5 Динамика кпп-реле (одновибратора)

Кпп-реле (одновибратор) – спусковая схема с реактивной связью, имеющая одно устойчивое состояние. Если на его вход подать короткий внешний импульс, то с выхода можно снять широкий прямоугольный импульс, длительность которого определяется только параметрами самой схемы. При подаче внешнего импульса схема совершает одно колебание, а затем снова возвращается в устойчивое состояние. Такие схемы находят применение в качестве схем задержки, генераторов ждущей развертки в осциллографах, в импульсной технике для формирования прямоугольных электрических импульсов необходимой длительности под действием коротких запускающих импульсов и т.д. Схема одновибратора, выполненная на туннельном диоде в качестве нелинейного элемента, изображена на рис.9. Динамические процессы этой схемы описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri &= E - u, \\ I(u) + C \frac{du}{dt} &= i + i_{imp}, \end{aligned} \quad (8)$$

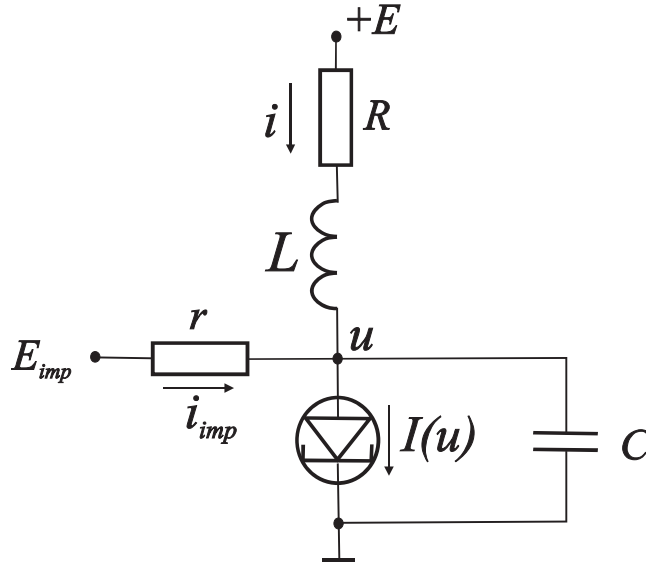


Рис. 9: Схема кипп-реле

$I(u)$ - характеристика диода. Введя безразмерные обозначения

$$\tau = \frac{R}{L}t, \quad \mu = \frac{CR^2}{L}, \quad x = \frac{u}{E}, \quad y = \frac{Ri}{E}, \quad \varphi(x) = \frac{R}{E}I(u), \quad e = \frac{i_{imp}R}{E},$$

получим

$$\mu \frac{dx}{d\tau} = y - \varphi(x) + e, \quad \frac{dy}{d\tau} = 1 - x - y. \quad (9)$$

При определенных соотношениях значений R, L, C параметр μ может быть малым. В этом случае система (9) является системой с малым параметром ($0 < \mu \ll 1$) при производной и ее движения в фазовом пространстве разделяются на быстрые и медленные.

Медленные движения описываются системой уравнений

$$\begin{aligned} y &= \varphi(x) + e, \\ \frac{dy}{d\tau} &= 1 - x - y, \end{aligned} \quad (10)$$

где первое уравнение определяет траекторию движения, второе – направление движений. На рис.10 кривая медленных движений отмечена красным цветом.

Уравнения быстрых движений имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= \frac{y^0 - \varphi(x) + e}{\mu}, \\ y &= y^0 - const. \end{aligned} \quad (11)$$

Быстрые движения на рис.10 изображены синими линиями. В совокупности с красной кривой медленных движений быстрые движения формируют фазовый портрет системы (9) при $\mu = 0, e = 0$. В случае отсутствия внешнего

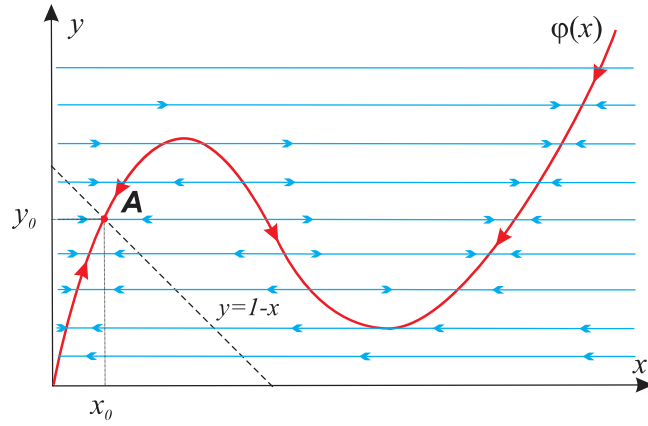


Рис. 10: Фазовый портрет системы (9) при $\mu = 0$, $e = 0$

сигнала ($e = 0$) схема находится в устойчивом состоянии равновесия A , координаты которого определяются решением системы уравнений:

$$\begin{aligned}\varphi(x) - y + e &= 0, \\ 1 - x - y &= 0.\end{aligned}\tag{12}$$

При подаче положительного импульса ($e > 0$) кривая медленных движений смещается вниз, в результате состояние равновесия переходит в точку B (рис.11а). При этом изображающая точка из положения A , в которой си-

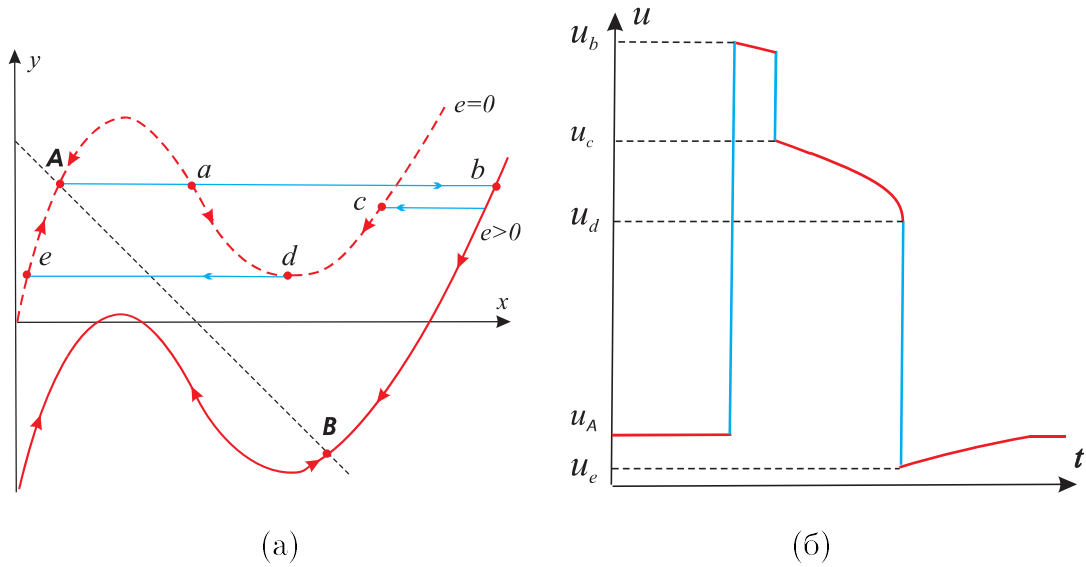


Рис. 11: Эволюция движений в модели киш-реле при подаче на его вход прямоугольного импульса

стема находилась до подачи импульса, будет двигаться *быстрым* движением в точку b , затем по траектории *медленных* движений к новому состоянию равновесия B . Если внешний импульс достаточно короткий (кончается раньше, чем изображающая точка дойдет до точки B), то после его окончания

система приходит в точку c , а затем по *медленным* и *быстрым* движениям, через точки d и e , возвращается в состояние A и готова к следующему импульсу. Осциллограмма напряжения изображена на рис.11б. Очевидно, что длительность запускающего импульса должна быть больше времени *быстрого* движения из точки A в точку a . Длительность выходного импульса определяется временем движения $b - d$ и зависит только от параметров схемы. Если длительность запускающего импульса сильно отличается от заданных, система перестает работать как формирователь импульсов.

6 Лабораторная работа

6.1 Описание лабораторной установки

Лабораторная установка состоит из блока для изучения разрывных колебаний, генератора импульсов и двухканального осциллографа. Блок релаксационных колебаний представлен на рис. 12. Он включает схему для изучения колебаний триггера и мультивибратора (рис. 1) и схему кипп-реле (рис. 9). Регулятор 1 есть регулятор входного напряжения E схемы на рис. 1, с его помощью формируется вид нелинейности $\varphi(x)$, и схема на рис. 1 переводиться либо в режим мультивибратора, либо в режим триггера.

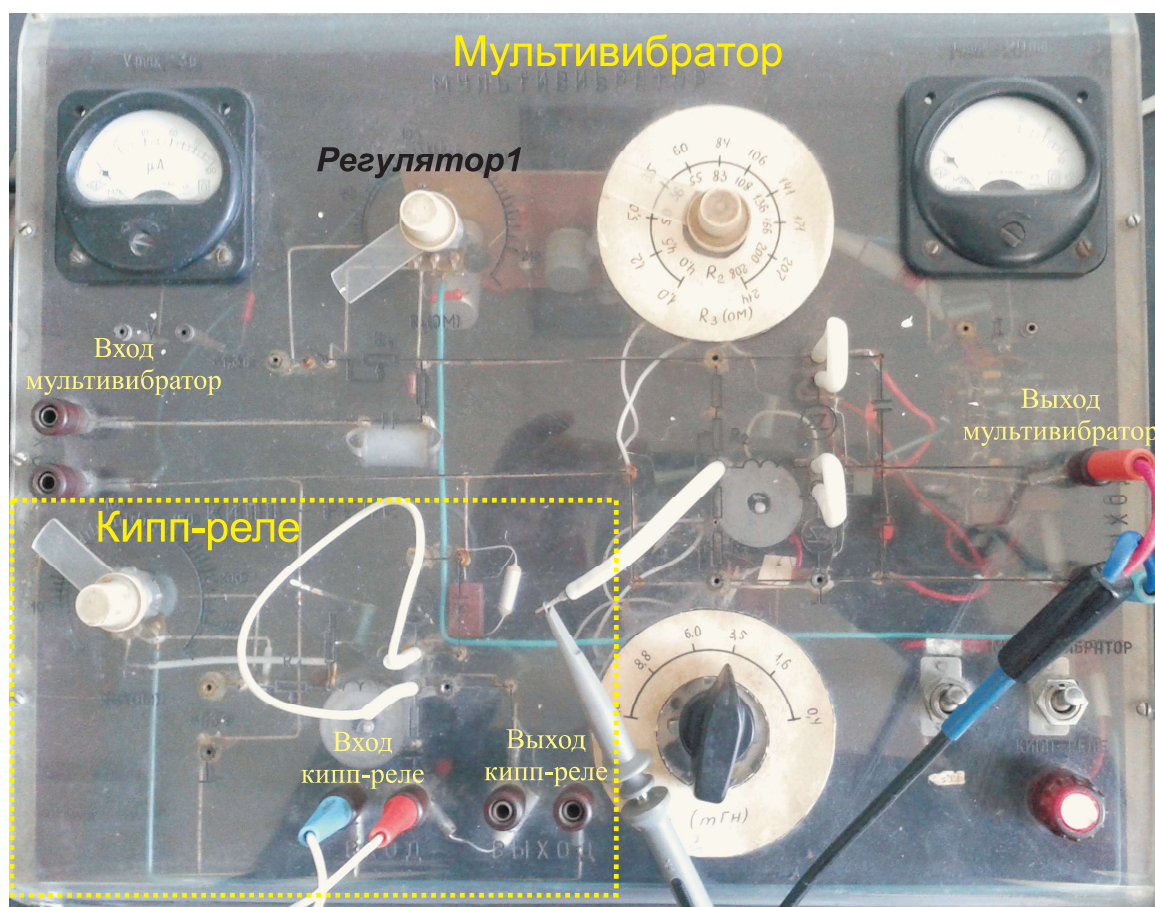
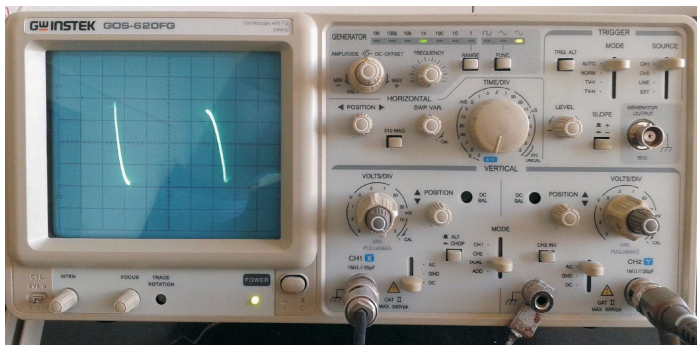


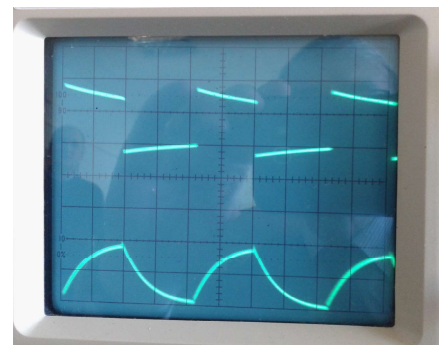
Рис. 12: Блок релаксационных колебаний

В режиме мультивибратора на выходе схемы формируются колебания, которые отображаются на экране осциллографа либо в виде фазового портрета, либо осциллограмм напряжения и тока (рис. 13).

В режиме триггера при подаче на вход схемы прямоугольных импульсов (рис. 14 и рис. 15 нижняя осциллограмма) на выходе формируются импульсы, вид которых представлен на рис. 15 – верхняя осциллограмма.



(a)

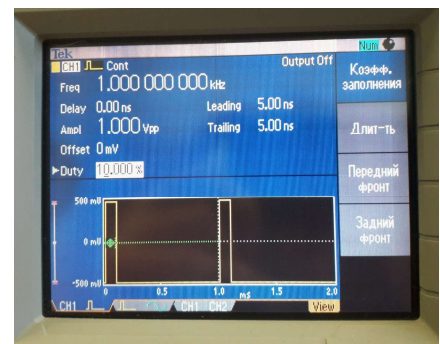


(б)

Рис. 13: Фазовая плоскость (a) и осциллограммы мультивибратора (б)

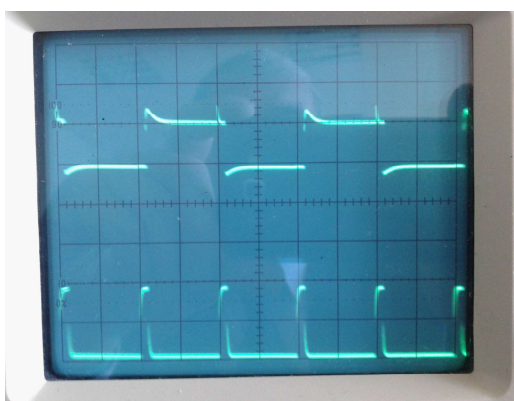


(a)

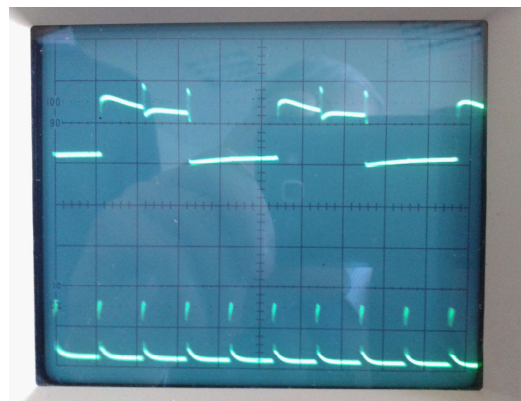


(б)

Рис. 14: Генератор импульсов



(a)



(б)

Рис. 15: Осциллограммы на выходе и входе триггера

При подаче на вход кишп-реле короткого импульса на выходе схемы формируются импульсы вид которого определяется параметрами схемы. Отклик кишп-реле на входной импульс приведен рис. 16а. На рис. 16б приведены осциллограммы при подаче на вход кишп-реле последовательности импульсов.

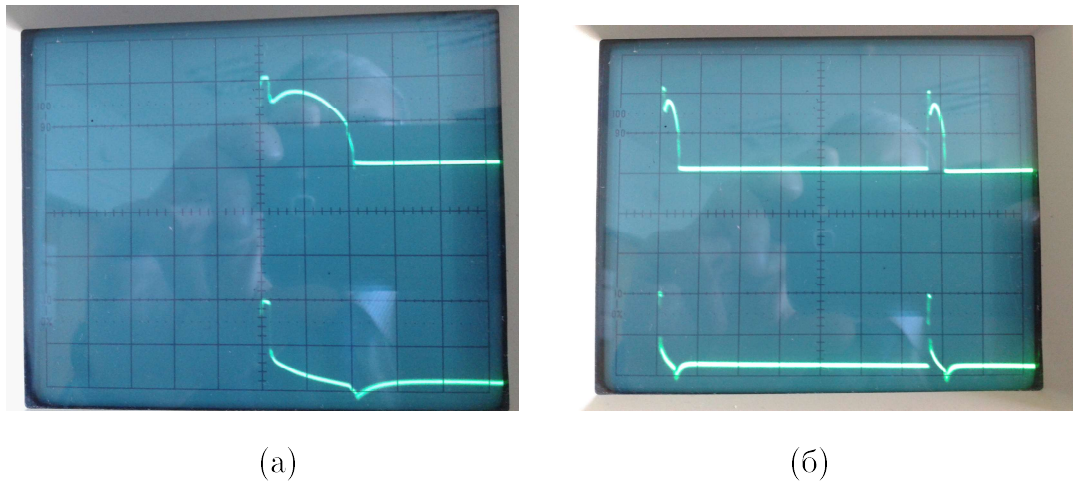


Рис. 16: Отклик кишп-реле (верхний ряд) на одиночный импульс (нижний ряд) (а) и последовательность импульсов (б)

6.2 Контрольные вопросы допуска

1. В каких случаях к исследованию динамических систем применим метод релаксационных (разрывных) колебаний?
2. В каком случае движения на фазовой плоскости разбиваются на «быстрые» и «медленные» движения?
3. Написать уравнения «быстрых» и «медленных» движений для мультивибратора, триггера, кишп-реле.
4. Найти состояния равновесия и определить их тип для мультивибратора, триггера, кишп-реле.
5. Объяснить, как перейти от режима мультивибратора к режиму триггера.
6. Дайте определение мягкого и жесткого автоколебательного режима. При каких условиях в мультивибраторе наблюдается мягкий (жесткий) автоколебательный режим?
7. От чего зависит период и амплитуда колебаний мультивибратора, как их можно изменять?

8. Определить минимальную и максимальную длительность запускающего импульса для триггера.
9. Что такое «время разрешения» триггера?
10. Определить влияние амплитуды запускающего импульса на работу триггера.
11. Нарисовать, что происходит на фазовой плоскости при делении частоты на триггере.
12. Чем определяется длительность импульса на выходе кпп-реле?
13. Может ли схема кпп-реле работать в режиме мультивибратора или триггера? Если может, то при каких условиях?

6.3 Задания к лабораторной работе

Подготовить лабораторную установку к изучению колебаний мультивибратора, подсоединив осциллограф к соответствующим выходам.

1. С помощью регулятора 1 перевести «Блок релаксационных колебаний» в режим мультивибратора.
 - (а) Зарисовать осциллограммы колебаний напряжения и тока, фазовую плоскость мультивибратора с осциллографа.
 - (б) Измерить период и амплитуду автоколебаний мультивибратора.
2. С помощью регулятора 1 перевести «Блок релаксационных колебаний» в режим триггера, подсоединить генератор импульсов к соответствующему входу. Подать на вход триггера прямоугольные импульсы.
 - (а) Измерить длительность импульса на выходе триггера.
 - (б) Выяснить влияние длительности и амплитуды запускающего импульса на переброс триггера.
 - (с) Измерить минимально и максимально допустимые длительности запускающих импульсов. Измерить зависимость амплитуды и периода снимаемого импульса от амплитуды запускающего.
 - (d) Зарисовать осциллограммы напряжения на выходе триггера и входного сигнала в случае деления частоты на триггере.
3. Подготовить лабораторную установку к изучению колебаний кпп-реле, подсоединив генератор и осциллограф к соответствующим входу и выходу.

- (а) измерить длительность выходного сигнала кипп-реле.
- (б) Определить минимальную и максимальную длительность запускающего импульса, при которой схема работает как кипп-реле, т.е. длительность выходного сигнала не зависит от длительности входного импульса
- (с) Выяснить, при каких амплитудах входного импульса спусковая схема запускается и работает как кипп-реле.

7 Задачи для самостоятельного изучения

Построить фазовый портрет, перечислить особые траектории, найти состояния равновесия и указать их тип динамической системы:

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -x[(x-2)^2 + y - 9], \\ \dot{y} &= y(xy - 1), \\ x &\geq 0, \quad y \geq 0, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{13}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -x[(x-1)^2 + y - 4], \\ \dot{y} &= y(x - 1/2), \\ x &\geq 0, \quad y \geq 0, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -x[(x-2)^2 + y - 9], \\ \dot{y} &= y + x - 6, \\ x &\geq 0, \quad y \geq 0, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{15}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -x[(x-1)^2 + y - 4], \\ \dot{y} &= 2y + 3x - 9, \\ x &\geq 0, \quad y \geq 0, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{16}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -x[(x-1)^2 + y - 4], \\ \dot{y} &= 5y(x - 1/2)(x - 5/2), \\ x &\geq 0, \quad y \geq 0, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{17}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -y - x(x^2 - 4), \\ \dot{y} &= x, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{18}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -y - x(2 - 3x^2 + x^4), \\ \dot{y} &= x, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{19}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= xy - 1, \\ \mu\dot{y} &= x - y^3, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{20}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= x(1 - x^2) - y, \\ \dot{y} &= x, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{21}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= x(1 - x^2) - y, \\ \dot{y} &= x - 2y, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{22}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{x} &= -y - x(x^2 - 5)(x^2 - 1), \\ \dot{y} &= x, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{23}$$

$$\begin{aligned}\mu\dot{y} &= y[1 - y^2 - (x - y)], \\ \dot{x} &= 3y - x, \\ y &\geq 0, \quad 0 < \mu \ll 1.\end{aligned}\tag{24}$$

Список литературы

- [1] Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. литературы, 2-е изд. 1959. 568 с.
- [2] Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний. М.: Высшая школа, 2-е изд. перераб. и доп. 2001.
- [3] Нekorкин В.И. Лекции по основам теории колебаний. Учебное пособие. Нижний Новгород. Изд-во Нижегородского гос. ун-та. 2012.
- [4] Сборник задач по теории колебаний, под редакцией Постникова Л.В., Королева В.И., - М.: Главная ред. физ-мат лит., 1978.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМ С РАЗРЫВНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

Составители:

Валерий Владимирович **Матросов**

Алексей Алексеевич **Сутягин**

Учебно–методическое пособие

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

Подписано в печать . Формат 60 84 1/16.

Бумага офсетная. Печать цифровая. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 1,4 Заказ № . Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии Нижегородского госуниверситета
им. Н.И. Лобачевского.

603600, г. Нижний Новгород, ул. Большая Покровская, 37.