

Биспектр $1/f$ шума в наноразмерных полупроводниковых диодах на основе GaAs

А.В.Якимов¹, А.В.Беляков, А.В.Моряшин, М.Ю.Перов, Л.К.Дж.Фандамме^{*2}

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского
проспект Гагарина 23, Нижний Новгород 603950, Россия

^{*}Eindhoven University of Technology, 5600MB Eindhoven, The Netherlands

Исследуется биспектр $1/f$ шума. Для гауссова шума он равен нулю. Протестированы светодиоды на самоорганизованных $InAs/GaAs$ квантовых точках и лазерные диоды на $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/InGaP$ квантовых ямах, изготовленные в НИФТИ ННГУ. Анализировалось шумовое напряжение в широком диапазоне токов через диод. Оценка плотности вероятности и кумулянтов шума не выявила значительных отклонений от нормального распределения. Проанализирован спектр шума $S_v(f)$ в диапазоне 1 Гц–20 кГц. В большинстве случаев параметр формы спектра γ_S близок к единице, при этом параметр Хоухе α_H принимает значение порядка 10^{-4} . Биспектр $B_v(f_1, f_2)$ шума – комплексная функция частот f_1 и f_2 . Его модуль спадает при удалении от начала частотной плоскости Of_1f_2 . Закон убывания вдоль биссектрисы ($f_1 = f_2 = f$) имеет степенную форму с показателем $\gamma_B \approx 1.5\gamma_S$. Токовая зависимость модуля $|B_v(f_1, f_2)|$ качественно повторяет токовую зависимость спектра, однако степенные зависимости существенно различаются.

1. Введение

Исследование негауссовой $1/f$ шума используется как дополнительный инструмент для изучения его природы. Вейссман [1] опубликовал исчерпывающий обзор этой проблемы и результаты, полученные к 1988 году. Однако проблема до сих пор остается открытой [2].

В данной работе исследуется биспектр $B_v(f_1, f_2)$ низкочастотного шума типа $1/f$. Для гауссова шума он равен нулю, а для прочих типов шумов может представлять собой комплексную функцию двух частот $B_v(f_1, f_2) \equiv |B_v(f_1, f_2)| \cdot \exp[j \cdot \Phi_v(f_1, f_2)]$.

Исследовались светодиоды на самоорганизованных $InAs/GaAs$ квантовых точках и лазерные диоды на $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/InGaP$ квантовых ямах, изготовленные в Физико-техническом исследовательском институте ННГУ*. Анализировались шумы напряжения в широком диапазоне токов через диод.

Измерения плотности вероятности и кумулянтов шума не выявили значительных отклонений от нормального распределения. Спектр шума $S_v(f)$ в диапазоне 1 Гц – 20 кГц в некоторых случаях может быть описан формулой Клайпеннина для диодов с $p-n$ переходом [3]. Как правило, параметр формы спектра γ_S близок к единице, при этом параметр Хоухе α_H принимает значения порядка $10^{-3} \div 10^{-4}$. Прак-

¹ Тел.: +7-8312-656153; Fax: +7-8312-656416; E-mail: yakimov@rf.unn.ru

² Тел.: +31.40.247 3242; Fax: +31.40.243 0712; E-mail: L.K.J.Vandamme@ele.tue.nl

* Тел.: +7-8312-656967; E-mail: Baidus@phys.unn.ru

тически у всех диодов при больших токах смещения наблюдался шум объемного сопротивления.

Биспектр $B_v(f_1, f_2)$ шума представляет собой комплексную функцию частот f_1 и f_2 . Его модуль спадает при удалении от начала частотной плоскости Of_1f_2 . Закон убывания вдоль биссектрисы ($f_1 = f_2 = f$) имеет степенную форму с параметром $\gamma_B \approx 1,5\gamma_S$. Токовая зависимость модуля $|B_v(f, f)|$ качественно повторяет токовую зависимость спектра. Однако степенные зависимости существенно отличаются.

Также измерялась бифаза $\Phi_v(f_1, f_2)$, являющаяся аргументом биспектра. Бифаза представляет собой случайную функцию частот f_1 и f_2 независимо от исследуемого диода и прикладываемого к нему смещения. Ее значения медленно колеблются около нуля.

2. Образцы и экспериментальная установка

2.1 Исследуемые диоды

Исследовались светодиоды на самоорганизованных $InAs/GaAs$ квантовых точках (КТ) и лазерные диоды на $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/InGaP$ квантовых ямах (КЯ), изготовленные в Физико-техническом исследовательском институте ННГУ.

На рис.1 изображена структура светодиода на КТ (см. также [4]). Слой “1” – подложка (контакт) $n^+ - GaAs$. “2” – буферный слой $n^+ - GaAs$ толщиной $d = 550$ нм. “3” – матрица $GaAs$, $d = 6$ нм. “4” – слой $InAs$ КТ, $d = 6$ нм. “5” – слой $p - GaAs$, $d = 8$ нм. “6” – контакт $p^+ - GaAs$, $d = 600$ нм.

Структура лазера с КЯ похожа на структуры светодиодов с КТ, но имеются некоторые отличия (см. также [5]). Здесь буферный слой “2” имеет толщину $d = 700$ нм. Слои “3” и “5” – зеркала, изготовленные из n и $p - InGaP$, $d = 500 - 550$ нм. Волноводный $GaAs$ слой “4” ($d = 750 - 800$ нм) содержит в середине две $In_{0.2}Ga_{0.8}As$ КЯ ($d = 9$ нм).

Вольтамперная характеристика (ВАХ) светодиода с КТ имеет следующий вид:

$$I_d = I_s \cdot \left[\exp\left(\frac{V - I_d R_b}{\eta V_T}\right) - 1 \right], \quad (1)$$

где I_d – ток при приложенном напряжении V ; I_s – ток насыщения; η – коэффициент идеальности; R_b – объемное сопротивление; V_T – тепловой потенциал. Например, типичный диод LED#1K имеет следующие параметры в диапазоне токов I_d от 10^{-13} до $0,2$ А: $I_s = 7,5 \cdot 10^{-10}$ А; $\eta = 1,86$; $R_b = 0,27$ Ом. Коэффициент идеальности $\eta \approx 2$ означает, что основная рекомбинация носителей происходит в КТ.

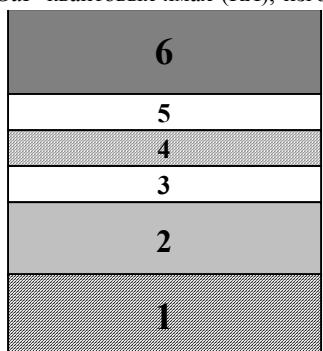


Fig. 1 Structure of LEDs and lasers

BAX всех лазерных диодов, в дополнение к компоненте (1), содержит нелинейный ток утечки, доминирующий на малых токах. Например, лазер #1 до $I_d = 1\text{mA}$ описывается параметрами $I_s = 2 \cdot 10^{-5}\text{ A}$; $\eta = 10$. Эта часть BAX определяется током утечки. На более высоких токах преобладает рекомбинация в КЯ, при этом $I_s = 6 \cdot 10^{-12}\text{ A}$, $\eta = 2,2$, $R_b = 0,1\text{ Ом}$. Когерентное лазерное излучение начинается, когда ток через образец превышает $I_{st} = 0,25\text{ A}$.

2.2 Измерительная установка

Питание на диоды подавалось от малошумящих батарей через большое балластное сопротивление. Шумовое напряжение диода усиливалось при помощи 60 dB "Ultra Low Noise Preamplifier 5004" и "Precision ac Amplifier 9452".

Усиленный шум оцифровывался (10^6 отсчетов для каждого значения тока I_d). Для этого использовался аналоговый модуль ввода-вывода ADS224x48 (Инструментальные системы, Москва). Шум, оцифрованный с частотой 48 кГц при помощи 24-битного АЦП, записывался на жесткий диск компьютера как бинарный файл. Такие файлы обрабатывались при помощи многофункционального анализатора шума.

Для текущих исследований разработан многофункциональный анализатор шума [6]. Основанный на графических библиотеках LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench), он, в частности, позволяет изучать спектры и биспектры, рассчитывать другие статистические характеристики. Анализатор представляет собой приложение для Windows® 9x/NT/2000.

Сначала контролировалась осциллограмма шума при помощи широкого набора средств, предлагаемых анализатором. Например, использовалось увеличение некоторой прямоугольной области осциллограммы, а также увеличение раздельно по осям X и Y. При необходимости осциллограмма могла быть прорежена. Затем исследовались различные статистические характеристики.

- Плотность вероятности, с оценкой среднего значения, стандарта, коэффициентов асимметрии и эксцесса шума; причем пользователь самостоятельно устанавливает количество интервалов для оценки функции плотности вероятности. В анализатор могут быть добавлены оценки других требуемых статистических характеристик.
- Спектр $S(f)$ и аппроксимирующая в выбраном частотном диапазоне функция вида A/f^α . Здесь также доступны все виды увеличения. Варьируемым параметром анализа является число отсчетов быстрого преобразования Фурье (БПФ). Число усредняемых спектрограмм N_{sp} , зависящее от размера БПФ и числа отсчетов в бинарном файле с данными, также отображается в окне спектроанализатора.
- Вещественная и мнимая части биспектра, а также его модуль $|B(f_1, f_2)|$ и бифаза $\Phi(f_1, f_2)$, как на плоскости f_1, f_2 , так и вдоль бисектриссы $f_1 = f_2$. Предусмотрена возможность изменения биспектрального частотного разрешения изменением длины БПФ.

Пользователь многофункционального анализатора имеет возможность сохранить все измеренные статистические величины (плотность вероятности, спектр, биспектр, и т.д.) в текстовых файлах с необходимыми комментариями.

2.3 Оценка спектра и биспектра

Использовалось комплексное преобразование Фурье $\chi_n(f)$ шума $v(t)$, ограниченного интервалом времени T :

$$\chi_n(f) = \frac{1}{N_{sp}T} \int_{t+(n-1)T}^{t+nT} v(t) e^{-i2\pi ft} dt, n = \overline{1, N_{sp}}. \quad (2)$$

Здесь $N_{sp} \cdot T$ – длина исследуемой шумовой записи, которая при анализе разбивается на N_{sp} отрезков. Величина t в верхнем и нижнем пределах интегрирования – время начала записи. До использования БПФ для расчета $\chi_n(f)$ шум оцифровывается при помощи АЦП.

Спектр $S_v(f)$ и биспектр $B_v(f_1, f_2)$ оцениваются следующим образом:

$$S_v(f) = \frac{2}{N_{sp}T} \sum_{n=1}^{N_{sp}} |\chi_n(f)|^2, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} B_v(f_1, f_2) &\equiv |B_v(f_1, f_2)| \exp[j\Phi_v(f_1, f_2)] = \\ &= \frac{1}{N_{sp}T} \sum_{n=1}^{N_{sp}} \chi_n(f_1) \chi_n(f_2) \chi_n^*(f_1 + f_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Биспектр $B_v(f_1, f_2)$, как видно из (4), представляет собой, в общем случае, комплексную функцию двух частот.

В данной работе исследуется спектр $S_v(f)$, модуль биспектра $|B_v(f_1, f_2)|$ и бифаза $\Phi_v(f_1, f_2)$ шумового напряжения на диодах.

3. Результаты экспериментов

Шумовое напряжение оцифровывалось (при помощи 24-битного АЦП с частотой дискретизации 48 кГц) и записывалось на жесткий диск компьютера (10^6 отсчетов для каждого значения тока I_d).

3.1 Плотность вероятности шума

Оценка плотности вероятности несколько отличается от нормального распределения, описываемого известным выражением:

$$W_v(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} \exp\left[-\frac{(v - \langle v \rangle)^2}{2\sigma_v^2}\right]. \quad (5)$$

Среднее значение $\langle v \rangle$ отличается от нуля, хотя этого не должно быть, так как измерительная установка не обрабатывает постоянную составляющую усиливаемо-

го шума. Измеренное значение $\langle v \rangle$ отличается от нуля на величину, лежащую в пределах статистической ошибки, поэтому можно пренебречь этим отличием и положить $\langle v \rangle = 0$.

Отличие коэффициентов асимметрии и эксцесса от нуля для некоторых диодов также лежит в рамках статистической ошибки. Для гауссова шума указанные коэффициенты должны быть равны нулю. Однако некоторые светодиоды и лазерные диоды имеют значительные выбросы и СТП (телефрафный шум) в шумовом напряжении. В данной работе анализируются только диоды, имеющие шум с распределением, наименее отличающимся от гауссова закона (5).

3.2 Спектр шумового напряжения

Все диоды генерируют хорошо различимый $1/f$ шум во всем исследуемом диапазоне частот. На рис.2а показано семейство измеренных спектров шума диода LED#1K. Здесь изображены спектры для различных токов I_d (сверху вниз): 0,11; 0,38; 1,63; 5,48; 53,91; 180 мА. Аппроксимация для тока $I_d = 0,11$ мА имеет вид $S_v(f) = 3,29 \cdot 10^{-13} / f^{0,95}$. Для всех спектров параметр формы $\gamma_S \approx 1$. Самая нижняя кривая “Noise floor” представляет спектр собственных шумов установки.

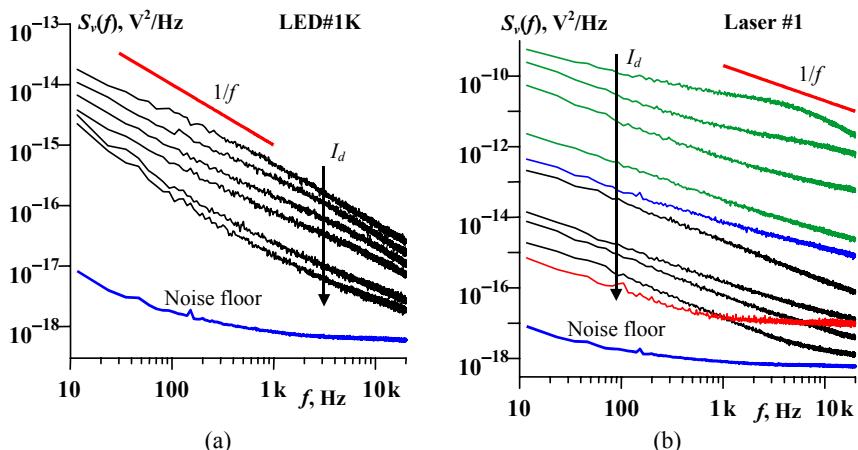


Fig. 2 The set of the voltage noise spectra measured at different currents through the LED#1K (a), and laser #1 (b)

На рис.2б показано семейство измеренных спектров шума лазера #1. Выбранные токи I_d (сверху вниз): 0,055; 0,503; 1,055; 2,55; 5,188; 16,473; 46,54; 98,04; 210; 429 мА. Аппроксимация для тока $I_d = 46,54$ мА имеет вид $S_v(f) = 8,17 \cdot 10^{-14} / f^{0,91}$. Заметим, что ток утечки становится пренебрежимо малым при $I_d > 1$ мА, а когерентное лазерное излучение появляется при $I_{st} = 250$ мА. Как видно из рисунка, спектр шума для тока $I_d = 429$ мА имеет дополнительную белошумовую компоненту примерно на 10 dB выше спектра собственных шумов установки. Природа этого

дополнительного белого шума нам пока неизвестна. Возможно, появление этой компоненты вызвано когерентным лазерным излучением.

Зависимость спектра $S_v(f)$ от тока I_d на фиксированной частоте $f = 93,75$ Гц для диода LED#1K представлена на рис.3а. При малых токах ($I_d < 100$ мА) данная зависимость имеет вид $I_d^{-\beta}$, где $\beta = 0,46$; при более высоких токах спектр начинает увеличиваться. Увеличение $S_v(f)$ при $I_d > 100$ мА объясняется влиянием флуктуаций объемного сопротивления R_b (см., например, [3]), поведение спектра на низких токах требует дополнительного анализа.

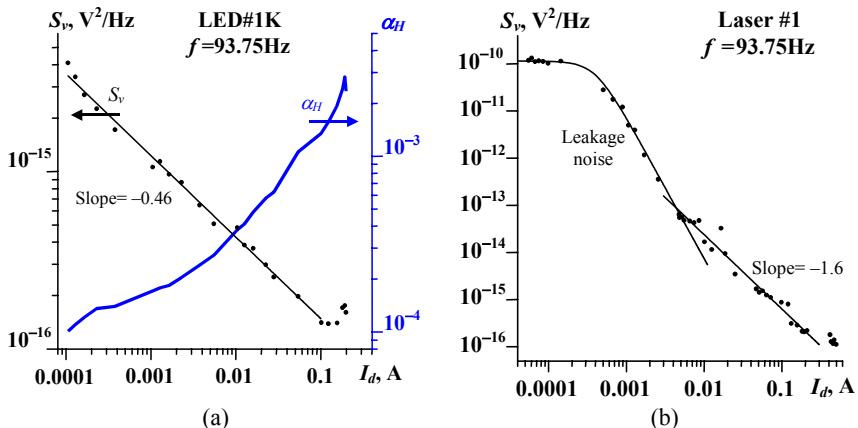


Fig. 3: (a) LED#1K, the dependence of the voltage noise spectrum (at $f = 93.75$ Hz) and the Hooge's parameter on the current. (b) Laser #1, the dependence of the voltage noise spectrum (at $f = 93.75$ Hz) on the current

Клайпеннин [3], используя эмпирическое соотношение [7], получил следующее выражение для спектра $S_i(f)$ шумового тока I_d в диоде с $p-n$ переходом:

$$S_i(f) \approx \frac{\alpha_H q_e I_d^2}{(I_d + I_s) \tau_m f} \approx \frac{\alpha_H q_e I_d}{\tau_m f} \quad \text{for } I_d \gg I_s. \quad (6)$$

Здесь α_H – параметр Хоухе (он принимает значения от 10^{-3} до 10^{-6} в зависимости от качества кристалла, подвижности и времени жизни носителей); q_e – заряд электрона; τ_m – время жизни неосновных носителей тока. Для исследованных оптически активных слоев с КТ имеем $\tau_m = 10^{-9}$ сек.

Из выражения (6) следует, что спектр шумового тока через диод должен быть пропорционален току смещения, $S_i \sim I_d^1$. Спектры шумов напряжения и тока связаны следующим образом $S_v = S_i \cdot R_d^2$, где $R_d = (dI_d/dV)^{-1}$ – дифференциальное сопротивление диода. В случае, когда $I_d \gg I_s$, и объемное сопротивление R_b пре-небрежимо мало, имеем $R_d \sim I_d^{-1}$. Отсюда следует, что $S_v \sim I_d^{-1}$. Другими словами, для

зависимости, изображенной на рис.3а, мы должны получить наклон $\beta=1$ вместо наблюдаемого $\beta=0,46$. Для некоторых диодов, действительно, наблюдалось $\beta \approx 1$, однако в общем случае это не так.

На рис.3а также изображена зависимость постоянной Хоухе α_H от тока через диод LED#1K. Эта величина растет с ростом тока от $1 \cdot 10^{-4}$ до $3 \cdot 10^{-3}$.

На рис.3б изображена зависимость спектра $S_v(f)$ от тока I_d на частоте анализа $f=93,75$ Гц для лазера #1. На низких токах ($I_d < 5$ мА) шумовое напряжение определяется током утечки, при этом спектр может быть аппроксимирован зависимостью $S_v = S_0 / (1 + (I_d/I_0)^\beta)$, где $S_0 = 1,15 \cdot 10^{-10} B^2/\text{Гц}$, $I_0 = 0,4$ мА, $\beta = 3$. При более высоких токах спектр убывает как $I_d^{-\beta}$, где $\beta = 1,6$.

3.3 Биспектр

Шумовые записи, использованные для измерения плотности вероятности и спектра, также использовались для измерения модуля биспектра $|B_v(f_1, f_2)|$ и бифазы $\Phi_v(f_1, f_2)$. При измерениях учитывалось фундаментальное свойство биспектра: $B_v(f_1, f_2) = B_v(f_2, f_1)$, – симметричность относительно биссектрисы первого квадранта плоскости частот f_1, f_2 .

Модуль биспектра $|B_v(f_1, f_2)|$ возрастает на низких частотах. Сечение измеренного модуля биспектра плоскостью $f_2 = \text{const}$ для диода LED#1K при токе смещения 0,11 мА представлено на рис.4а.

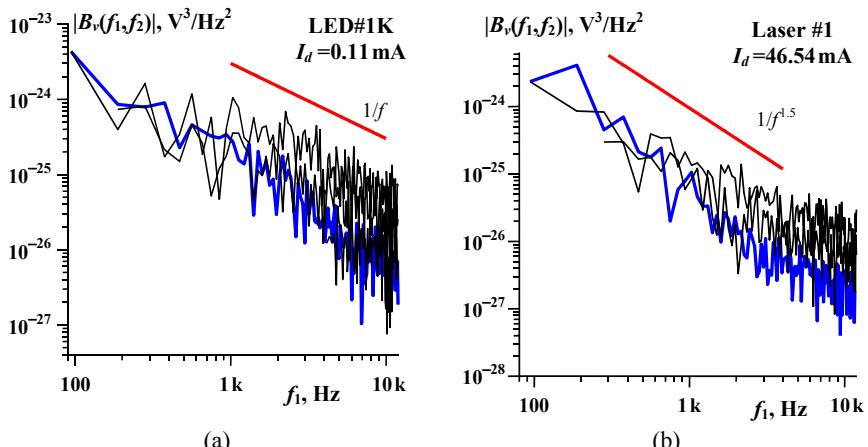


Fig. 4 Cross-sections of the voltage noise bispectrum absolute value at different frequencies f_2 : (a) LED#1K, (b) laser #1

Здесь выбраны три значения частоты f_2 (сверху вниз): 93,75; 562,5; 4500 Гц. Аппроксимация для $f_2=93,75$ Гц имеет вид $|B_v(f_1, f_2)| = 1,1 \cdot 10^{-22} / f_1^{0,81}$, то есть параметр формы $\gamma_{B1}=0,81$. Это значение довольно близко к параметру формы $\gamma_S=0,95$,

найденному для спектра, см. рис.2а. Значения на биссектрисе ($f_1 = f_2 = f$) выделены жирной линией. Здесь наилучшая аппроксимация: $|B_v(f, f)| = 4,17 \cdot 10^{-21} / f^{1,46}$.

На рис.4б представлено сечение модуля биспектра плоскостью $f_2 = \text{const}$ для лазера #1 при токе 46,54 мА. Здесь выбраны частоты f_2 : 93,75 Гц и 562,5 Гц. Аппроксимация для $f_2 = 93,75$ Гц дает $|B_v(f_1, f_2)| = 1,34 \cdot 10^{-22} / f_1^{1,0}$. Параметр формы близок к параметру $\gamma_S = 0,91$, найденному для спектра, см. рис.2б. Значения на биссектрисе ($f_1 = f_2 = f$) снова выделены жирной линией. Наилучшая аппроксимация для биссектрисы: $|B_v(f, f)| = 1,84 \cdot 10^{-21} / f^{1,52}$.

На рис.5а представлена зависимость модуля биспектра $|B_v(f, f)|$ шума от тока I_d на фиксированной частоте $f = 93,75$ Гц для диода LED#1K. Модуль биспектра спадает с ростом частоты как $I_d^{-\beta}$, где $\beta = 0,64$.

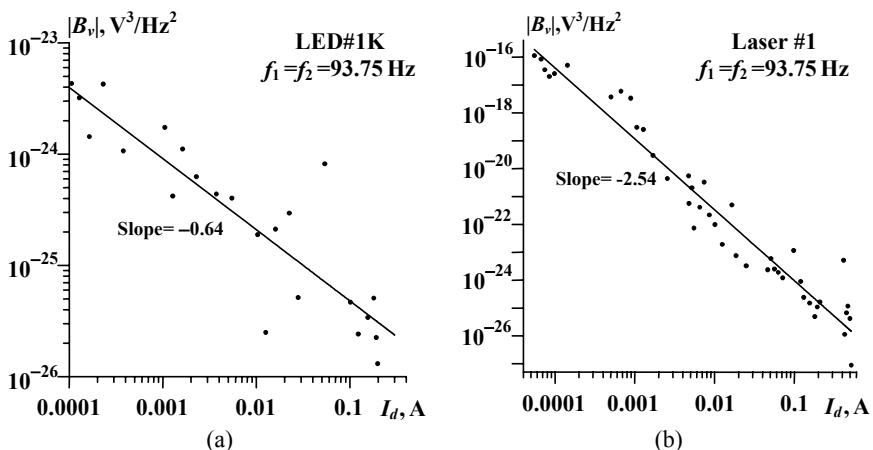


Fig. 5 The dependence of the voltage noise bispectrum absolute value on the current at the point $f_1 = f_2 = 93.75$ Hz: (a) LED#1K, (b) laser #1

Подобная зависимость, наблюдаемая для лазера #1, представлена на рис.5б. Модуль биспектра шума спадает как $I_d^{-\beta}$, где $\beta = 2,54$. Заметим, что шум тока утечки, обнаруженный в спектре S_v , здесь не проявляется.

Статистическая ошибка в наших биспектральных измерениях сравнительно большая – около 60% для модуля биспектра. Она намного больше, чем статистическая ошибка спектральных измерений $\varepsilon_s = 1/\sqrt{N_{sp}}$, где N_{sp} – число спектрограмм длиной N_{FFT} в обрабатываемой записи. В биспектральных измерениях мы использовали $N_{FFT} = 512$, поэтому $N_{sp} = 1953$, и $\varepsilon_s = 2,3$ процента.

Кроме модуля биспектра, измерялась бифаза $\Phi_v(f_1, f_2)$ шумового напряжения (4). Бифаза представляет собой случайную функцию частот f_1 и f_2 для всех исследованных диодов. Никакой явной зависимости бифазы от тока I_d не обнаружено. Величина бифазы медленно колеблется около нуля. Таким образом,

биспектр $B_v(f_1, f_2)$ шума – это комплексная функция, которая имеет реальную и мнимую части, колеблющиеся между положительными и отрицательными значениями.

На рис.6 изображена развернутая бифаза $\Phi_v(f, f)$ шумового напряжения диода LED#1K, измеренного при токе $I_d = 0,11\text{mA}$, на биссектрисе ($f_1 = f_2 = f$) первого квадранта частотной плоскости Of_1f_2 . В областях, отмеченных серым цветом, где $0,5 \leq \Phi_v/(2\pi) < 1,5$ (область “+1”), и $-1,5 \leq \Phi_v/(2\pi) < -0,5$ (область “-1”), бифаза переходит в дополнительный оборот.

Из рис.6 видно, что бифаза (в зависимости от частоты f) медленно осциллирует в диапазоне $\pm 2\pi$ радиан с быстрыми колебаниями порядка $\pm\pi/2$ радиан.

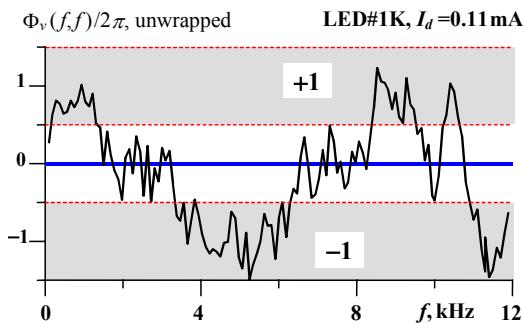


Fig. 6 LED#1K, the voltage noise biphasic on the bisector, $f_1 = f_2 = f$, measured at the current $I_d = 0.11\text{mA}$

4. Выводы

- 1) Впервые измерен биспектр $B_v(f_1, f_2)$ напряжения $1/f$ шума в светодиодах на самоорганизованных $InAs/GaAs$ квантовых точках и лазерных диодах на $In_{0,2}Ga_{0,8}As/GaAs/InGaP$ квантовых ямах. Данное исследование сопровождалось стандартным анализом плотности вероятности и спектра $S_v(f)$.
- 2) Частотная зависимость модуля биспектра $|B_v(f_1, f_2)|$ (на плоскости частот Of_1f_2) похожа на поведение спектра $S_v(f)$. Модуль биспектра спадает при удалении от начала частотной плоскости Of_1f_2 . Сечение модуля $|B_v(f_1, f_2)|$, например плоскостью $f_2 = const$, имеет степенную зависимость от другой частоты. Данная зависимость характеризуется показателем степени γ_{B1} , величина которого близка к показателю γ_S , полученному для спектра того же шума. Показатель степени γ_B для значений $|B_v(f, f)|$ вдоль биссектрисы примерно в 1,5 раза больше.
- 3) Статистическая ошибка в наших биспектральных измерениях довольно высока. Она примерно в 25 раз больше, чем статистическая ошибка измерения спектра, которая составляет $\varepsilon_s = 2,3$ процента.
- 4) Измерена бифаза $\Phi_v(f_1, f_2)$ как аргумент биспектра. Независимо от изучаемого диода и величины тока через него, бифаза имеет вид случайной функции частот f_1 и f_2 . Величина бифазы медленно осциллирует около нуля. Биспектр $B_v(f_1, f_2)$

шума – комплексная функция, которая имеет реальную и мнимую части, осциллирующие между положительными и отрицательными значениями.

- 5) Если результаты наших измерений и анализа достоверны, можно сделать вывод о том, что $1/f$ шум в исследованных светодиодах и лазерах негауссов.

Благодарности

Исследованные диоды изготовлены в Научно-исследовательском физико-техническом институте ННГУ. Данное исследование и изготовление диодов проведено при частичной поддержке НАТО в рамках программы “Наука для Мира” SfP-973799 между университетами Нижнего Новгорода и Эйндховена (Нидерланды) как партнерами. Работа была также поддержана грантами РФФИ № 01-02-16666, № 02-02-06298 и “Ведущие научные школы” № НШ-1729.2003.2. Авторы благодарны Г.Н.Бочкову и А.А.Дубкову за ценные дискуссии по проблеме биспектрального анализа.

Литература

- [1] M.B.Weissman. “ $1/f$ Noise and other slow, nonexponential kinetics in condensed matter” //Rev. Mod. Phys. 1988. V.60, No.2. P.537–571.
- [2] A.V.Yakimov, and F.N.Hooge. “A simple test of the Gaussian character of noise” //Physica B. 2000. V.291, No.2. P.97–104.
- [3] T.G.M.Kleinpenning. “ $1/F$ noise in p-n diodes” //Physica. 1980. V.98 B+C. P.289–299.
- [4] Байдус Н.В., Бирюков А.А., Звонков Б.Н., Здоровейщев А.В., Мокеева П.Б., Некоркин С.М., Ускова Е.А. “Электролюминесценция р-п структур с квантовыми точками InAs/GaAs, выращенными методом газофазной эпитаксии из металлоорганических соединений” //В кн.: Труды 2-го рабочего совещания по проекту NATO SfP-973799 Полупроводники, Апрель 2002 г. /Ред. А.В.Якимов. –Нижний Новгород: ТАЛАМ, 2002, с.93–99.
– N.V.Baidus, A.A.Birukov, B.N.Zvonkov, A.V.Zdoroveishev, S.M.Nekorkin, P.B.Mokeeva, and E.A.Uskova. “Electroluminescence of p-n InAs/GaAs quantum dots heterostructures grown by MOVPE” //Proceedings of the NATO Project SfP-973799 Semiconductors 2nd Workshop, April 2002 /Ed. by A.V.Yakimov. – Nizhni Novgorod: TALAM–Press, 2002, p.93–99; <http://www.rf.unn.ru/NATO/index.html>.
- [5] I.A.Avrutsky, E.M.Dianov, B.N.Zvonkov, N.B.Zvonkov, I.G.Malkina, G.A.Maksimov, E.A.Uskova. “Semiconductor lasers with tunneled-coupled waveguides emitting at the wavelength of 980 nm” //Quantum Electronics. 1997. V.27. P.118–121/
- [6] Андронов А.А., Беляков А.В., Гурьев В.А., Якимов А.В. “Интерактивная визуальная разработка приложений автоматизации научных и промышленных измерительно-управляющих систем в среде LabVIEW 6i National Instruments” //В кн.: Труды 2-го рабочего совещания по проекту NATO SfP-973799 Semiconductors. /Ред. А.В. Якимов. – Нижний Новгород: ТАЛАМ, 2002, с.38–46.
– A.A.Andronov, A.V.Belyakov, V.A.Guryev, and A.V.Yakimov. “The interactive visual development of applications of automation scientific and industrial measuring

- and control systems by means of LabVIEW 6i National Instruments” //Proceedings of the NATO Project SfP-973799 Semiconductors 2nd Workshop, April 2002 /Ed. by A.V.Yakimov. –Nizhni Novgorod: TALAM–Press, 2002, p.38–46;
<http://www.rf.unn.ru/NATO/index.html>
- [7] F.N.Hooge, T.G.M.Kleinpenning, and L.K.J.Vandamme. “Experimental studies on 1/f noise” //Reports on Progress in Physics. 1981. V.44, No.3. P.479–532.

Bispectrum of the 1/f noise in nano-dimensional semiconductor diodes based on GaAs

A.V.Yakimov¹, A.V.Belyakov, A.V.Moryashin, M.Yu.Perov, L.K.J.Vandamme^{*2}

Nizhni Novgorod State University, Gagarin ave. 23, N.Novgorod 603950, Russia

^{*}Eindhoven University of Technology, 5600MB Eindhoven, The Netherlands

The bispectrum of the 1/f noise is investigated in the present work. For the Gaussian noise it equals zero. LEDs on self-organized *InAs/GaAs* quantum dots and laser diodes on *In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/InGaP* quantum wells made in Russia were tested. The voltage noise was analyzed in a wide interval of currents through the diodes. Estimates of the probability density function and semi-invariants of the noise have not revealed any appreciable deviations from the Gauss law. Noise spectra $S_v(f)$ in the range 1 Hz – 20 kHz were analyzed. In most cases the frequency exponent γ_S of the spectrum is close to one, the Hooge’s parameter α_H has magnitude of the order 10^{-4} . The bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ of the noise is a complex function of frequencies f_1 and f_2 . Its absolute value is decreasing while moving from the beginning of the frequency plane f_1, f_2 . The decrease along the bisector ($f_1 = f_2 = f$) follows the power law characterized by the frequency exponent $\gamma_B \approx 1.5\gamma_S$. The dependence of the “height” of $|B_v(f, f)|$ on the current through the diode is qualitatively similar to this one for the spectrum. The power law describes these dependences, however the exponents are essentially different.

1. Introduction

The research of the 1/f noise non-Gaussianity is used as the additional tool for study of its nature. M.B.Weissman [1] published the comprehensive review of this problem and results obtained in 1988. But the problem is open for discussions until now [2].

The bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ of the 1/f voltage noise is investigated in the present work. For the Gaussian noise it equals zero, and for other types of noise it may be a complex function of two frequencies, $B_v(f_1, f_2) \equiv |B_v(f_1, f_2)| \cdot \exp[j \cdot \Phi_v(f_1, f_2)]$.

LEDs on self-organized *InAs/GaAs* quantum dots and laser diodes on *In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/InGaP* quantum wells made in Physical–Technical Research Institute of Nizhni Novgorod State University^{*} were tested. The voltage noise was analyzed in a wide interval of currents through the researched diodes.

¹ Phone: +7-8312-656153; Fax: +7-8312-656416; E-mail: yakimov@rf.unn.ru

² Phone: +31.40.247 3242; Fax: +31.40.243 0712; E-mail: L.K.J.Vandamme@ele.tue.nl

♦Phone +7-8312-656967; E-mail: Baidus@phys.unn.ru

Measurements of the probability density function and semi-invariants of the noise have not revealed any appreciable deviations from the Gauss law. The $1/f$ noise spectra in the frequency band 1 Hz – 20 kHz for some our diodes may be described by the formula by T.G.M.Kleinpenning offered for $p-n$ junction diodes [3]. In most cases the frequency exponent of the spectrum γ_S is close to one, the Hooge's parameter α_H has magnitude of the order $10^{-3} \div 10^{-4}$. The noise in the bulk resistance was observed practically in all diodes in the region of large bias currents.

The bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ of the noise is a complex function of frequencies f_1 and f_2 . Its absolute value $|B_v(f_1, f_2)|$ is decreasing while moving from the beginning of the frequency plane Of_1f_2 . Along the bisector ($f_1 = f_2 = f$) this value is decreasing following the power law characterized by the frequency exponent $\gamma_B \approx 1.5\gamma_S$. The dependence of the "height" of $|B_v(f, f)|$ on the current I_d through the diode is qualitatively similar to this one for the spectrum. The power law describes these dependences, however the exponents are essentially different.

The biphasic $\Phi_v(f_1, f_2)$ being the argument of the bispectrum was measured as well. Independently on the tested diode and the current through it this biphasic is like random function of frequencies f_1 and f_2 . The magnitude of the biphasic fluctuates slowly around zero within a few cycles.

2. Samples, measuring technique

2.1 Investigated diodes

Light emitting diodes (LEDs) on self-organized $InAs/GaAs$ quantum dots (QDs) and laser diodes on $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/InGaP$ quantum wells (QWs) made in Physical-Techical Research Institute of Nizhni Novgorod State University (Russia) were tested.

Structure of LED with QDs is shown in Fig. 1 (see also [4]). Here layer "1" is the substrate (contact) $n^+ - GaAs$. "2" – buffer layer $n^+ - GaAs$, the layer thickness is $d = 550$ nm. "3" – matrix $GaAs$, $d = 6$ nm. "4" – layer of $InAs$ QDs, $d = 6$ nm. "5" – layer $p - GaAs$, $d = 8$ nm. "6" – contact $p^+ - GaAs$, $d = 600$ nm.

Structure of laser with QWs is similar to shown in Fig. 1, but layers are somewhat different (see also [5]). Here buffer layer "2" has the thickness $d = 700$ nm. Layers "3" and "5" are mirrors made from n and $p - InGaP$, $d = 500 - 550$ nm. Wave-guiding $GaAs$ layer "4" ($d = 750 - 800$ nm) contains two $In_{0.2}Ga_{0.8}As$ QWs in the middle of the layer ($d = 9$ nm).

Current-voltage (I-V) characteristic of LED with QDs is described by known relation (1). Here I_d is the current when the voltage V is applied; I_s – the saturation current; η – the ideality factor; R_b – the bulk resistance; V_T – the thermal potential. For example, typical device LED#1K has following parameters in the range of currents I_d from 10^{-13} up to 0.2 A: $I_s = 7.5 \cdot 10^{-10}$ A, $\eta = 1.86$, $R_b = 0.27$ Ohm. The result for the ideality factor ($\eta \approx 2$) means that the main recombination of current carriers takes place on QDs.

I-V characteristic of all laser diodes with QWs, additionally to the component (1), have nonlinear leakage, which dominates at small currents. For example, laser #1 below $I_d = 1$ mA is described by $I_s = 2 \cdot 10^{-5}$ A, and $\eta = 10$. This part of I-V characteristic is de-

terminated by the leakage current. At higher currents the recombination through quantum wells is dominating, and $I_s = 6 \cdot 10^{-12}$ A, $\eta = 2.2$, $R_b = 0.1$ Ohm. The coherent laser emission starts when the current through diode exceeds $I_{st} = 0.25$ A.

2.2 Measuring setup

Diodes were biased from the low-noise battery via large base resistance. The voltage noise from the diode was amplified by 60 dB “Ultra Low Noise Preamplifier 5004” and “Precision ac Amplifier 9452”.

Amplified noise was sampled (10^6 points for every selected current I_d). Analog input-output module ADS224x48 (Instrumental Systems Corporation, Moscow, Russia) was used for this purpose. Noise sampled with frequency 48 kHz by 24-bit ADC (analogue-to-digital converter) was recorded onto hard disk of PC as the binary file. This file was a data source for the noise analyzer.

The multifunctional noise analyzer is being developed for our investigations [6]. Based on LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) graphical libraries it allows, in particular, investigating noise at low frequencies (up to 24 kHz), to study spectrum and bispectrum, to calculate other statistical characteristics. Analyzer is a stand-alone application for Windows® 9x/NT/2000.

At first, the waveform of the noise was studied. Any kinds of the zoom are available for the detailed research of the noise. It is possible to use zoom to rectangles, zooms along X-axis and Y-axis. The noise record may be decimated if necessary. After the viewing of the waveform various statistical characteristics of the noise were estimated.

- Probability density function (*pdf*), with the evaluation of the mean, standard, skewness, and kurtosis. The estimate of other required statistical characteristics could be added here. The User sets the quantity of intervals for the *pdf*.
- Spectrum $S(f)$, with the fitting by power function A/f^α in the chosen frequency band. There are also zooming and cursor on the spectrum graph. Variable parameter of the analysis is the quantity of readouts for the Fast Fourier Transform (FFT), which is used for the measurement of the spectrum. The quantity of averaged spectrograms N_{sp} , depending on the FFT size and quantity of readouts stored in the binary file, is also mapped in the window of spectrum analyzer.
- The real and imaginary parts of the bispectrum, its absolute value $|B(f_1, f_2)|$ and biphase $\Phi(f_1, f_2)$ both on the plain f_1, f_2 , and on the bisector $f = f_1 = f_2$. There is a possibility to change the bispectral frequency resolution by the modification of FFT length.

The User can save all estimated statistical functions (*pdf*, spectrum, bispectrum, and so on) in separate text files with necessary legend.

2.3 Estimating spectrum and bispectrum

We use the complex Fourier transform $\chi_n(f)$ of noise $v(t)$ “truncated” by time block T , see eq. (2). Here $N_{sp}T$ is the total length of the analyzed noise record, while treating it is divided onto N_{sp} pieces. The value t in low and upper limits of integration is the time of the recording start. Obviously, before the calculating of $\chi_n(f)$ with the use of FFT the noise was sampled by ADC.

The spectrum $S_v(f)$ and bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ are estimated following eqs. (3), (4).

The bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ is a complex function of two frequencies in common case as it is explicitly seen from eq. (4).

Here we investigate the spectrum $S_v(f)$, the bispectrum absolute value $|B_v(f_1, f_2)|$ and biphase $\Phi_v(f_1, f_2)$ of the voltage noise in the diodes.

3. Experimental results

The voltage noise was sampled (by 24-bit ADC, sampling frequency 48 kHz) and recorded onto hard disk of PC (10^6 points for every selected current I_d).

3.1 The *pdf* of the noise

The estimated *pdf* is somewhat different from the Gaussian law described by the known relation (5).

The mean value $\langle v \rangle$ differs from zero, while it should be in our measuring setup, which cut off the dc component of the amplified noise. But the meanings of $\langle v \rangle$ found in our experiments are within the statistical error limits. Thus, we can neglect this difference and put $\langle v \rangle = 0$.

The difference of the skewness and kurtosis (which are zero for the Gaussian noise) from zero is for some diodes within the statistical error limits. Nevertheless, some LEDs and laser diodes exhibit large excursions in the noise, and RTS (random telegraph) noise. In this paper we report results only for diodes having the noise with the smallest difference from the Gaussian law (5).

3.2 The spectrum of the voltage noise

All diodes generate a well-pronounced 1/f noise in the whole investigated frequency band. The set of spectra measured at different currents through the LED#1K is shown in Fig.2a. Here the spectra for different currents I_d are shown (from up to down): 0.11, 0.38, 1.63, 5.48, 53.91, 180 mA. Best fit for $I_d = 0.11$ mA is $S_v(f) = 3.29 \cdot 10^{-13} / f^{0.95}$. Thus, the frequency exponent for all spectra is $\gamma_S \approx 1$. The lowest curve ("Noise floor") is the spectrum of the setup inner noise.

The set of spectra measured at different currents through the laser #1 is shown in Fig.2b. The selected currents I_d are (from up to down): 0.055, 0.503, 1.055, 2.55, 5.188, 16.473, 46.54, 98.04, 210, 429 mA. Best fit for $I_d = 46.54$ mA is $S_v(f) = 8.17 \cdot 10^{-14} / f^{0.91}$. Note that the leakage current becomes negligible at $I_d > 1$ mA, and the coherent laser emission is starting at $I_{st} = 250$ mA. The spectrum for the current $I_d = 429$ mA, as it follows from the figure, has an additional white noise component nearly 10 dB higher than the noise floor of the measuring setup. Probably, this component is caused by the coherent laser emission from the diode. But we do not understand the nature of this additional white noise as yet.

The dependence of the spectrum $S_v(f)$ on the current I_d at frequency $f = 93.75$ Hz for LED#1K is shown in Fig.3a. At low currents ($I_d < 100$ mA) it is the decreasing function of the kind $I_d^{-\beta}$, $\beta = 0.46$ and at higher currents the spectrum is increasing. The increase of $S_v(f)$ at $I_d > 100$ mA is explained by the influence of the noise in the bulk resistance R_b ,

see, e.g., [3]. But at lower currents the behavior of the spectrum requires an additional analysis.

T.G.M.Kleinpenning [3] used the relation by F.N.Hooge – T.G.M.Kleinpenning – L.K.J.Vandamme [7]. He has found the spectrum $S_i(f)$ of the noise in the current I_d of a $p-n$ junction diode, see eq. (6). Here α_H is the Hooge's parameter (it takes magnitudes between 10^{-3} and 10^{-6} depending on the crystal quality, mobility and carrier lifetime), q_e is the elementary charge, τ_m – the lifetime of minority carriers. For our quantum dot optical active layers the typical magnitude $\tau_m = 10^{-9}$ s is measured.

Thus, following to eq. (6), the spectrum of the current noise is proportional to the current in the first power, $S_i \sim I_d^1$. Spectra of voltage and current noise are linked as $S_v = S_i \cdot R_d^2$, where $R_d = (dI_d/dV)^{-1}$ is the differential resistance of the diode. If $I_d \gg I_s$, and the bulk resistance R_b is negligible, then $R_d \sim I_d^{-1}$. That yields $S_v \sim I_d^{-1}$. In other words, for the dependence shown in Fig.3a we must have the slope absolute value $\beta = 1$ instead of observed $\beta = 0.46$. For some diodes we have observed $\beta \approx 1$, but this was not a common rule.

The dependence of Hooge's parameter α_H on the current for LED#1K is shown in Fig.3a. This value is increasing from $1 \cdot 10^{-4}$ to $3 \cdot 10^{-3}$ while the current is increased.

The dependence of the spectrum $S_v(f)$ on the current I_d at the frequency $f = 93.75$ Hz for laser #1 is shown in Fig.3b. At low currents ($I_d < 5$ mA) the voltage noise is determined by the noise in the leakage, and the spectrum may be fitted by the law $S_v = S_0 / (1 + (I_d/I_0)^\beta)$, where $S_0 = 1.15 \cdot 10^{-10}$ V²/Hz, $I_0 = 0.4$ mA, $\beta = 3$. At higher currents the spectrum is decreasing as $I_d^{-\beta}$, $\beta = 1.6$.

3.3 The bispectrum

The same noise records used for estimations of the *pdf* and spectrum of the voltage noise were used for the estimation of the absolute value of the bispectrum $|B_v(f_1, f_2)|$ and biphase $\Phi_v(f_1, f_2)$. The fundamental feature of the bispectrum was taken into account in our measurements: $B_v(f_1, f_2) = B_v(f_2, f_1)$, – it is the symmetry relatively to the bisector of the first quadrant in the plain of frequencies $O f_1 f_2$.

The absolute value of the measured bispectrum $|B_v(f_1, f_2)|$ tends to the increase towards low frequencies. The cross-sections of the measured absolute value of the bispectrum by coordinate lines $f_2 = \text{const}$ are shown in Fig.4a for LED#1K at the current 0.11 mA. Three frequencies f_2 are selected here (from up to down): 93.75, 562.5, 4500 Hz. Best fit for $f_2 = 93.75$ Hz is $|B_v(f_1, f_2)| = 1.1 \cdot 10^{-22} / f_1^{0.81}$. Thus, the frequency exponent is $\gamma_{B1} = 0.81$. This value is rather close to the frequency exponent $\gamma_S = 0.95$ found for the spectrum, see Fig.2a. Values measured on the bisector, $f_1 = f_2 = f$, are shown by bold line. Best fit here is $|B_v(f, f)| = 4.17 \cdot 10^{-21} / f^{1.46}$.

The cross-sections of the measured absolute value of the bispectrum by coordinate lines $f_2 = \text{const}$ for laser #1 at the current 46.54 mA are shown in Fig.4b. Only two intersection frequencies f_2 are selected here: 93.75, and 562.5 Hz. Best fit for $f_2 = 93.75$ Hz is $|B_v(f_1, f_2)| = 1.34 \cdot 10^{-22} / f_1^{1.0}$. The frequency exponent here is close to this one $\gamma_S = 0.91$.

found for the spectrum, see Fig. 2b. Values measured on the bisector, $f_1 = f_2 = f$, are shown by bold line. Best fit for the bisector is $|B_v(f, f)| = 1.84 \cdot 10^{-21} / f^{1.52}$.

The dependence of the bispectrum absolute value $|B_v(f, f)|$ on the current I_d at the frequency $f = 93.75$ Hz for LED#1K is shown in Fig.5a. It is the decreasing function of the kind $I_d^{-\beta}$, $\beta = 0.64$.

Similar dependence for laser #1 is shown in Fig. 5b. The bispectrum absolute value is decreasing as $I_d^{-\beta}$, $\beta = 2.54$. Note, that the noise in the leakage found in the spectrum S_v is not visible here.

The statistical error in our bispectral measurement is rather high, being of the order 60 percent for the bispectrum absolute value. It is much more as compared with the statistical error in the spectral measurement $\varepsilon_s = 1/\sqrt{N_{sp}}$, where N_{sp} is the quantity of spectrograms with the length N_{FFT} in the treated noise record. We have used $N_{FFT} = 512$ in the bispectral measurements, thus, $N_{sp} = 1953$, and $\varepsilon_s = 2.3$ percent.

Additionally to the bispectrum absolute value, the biphasic $\Phi_v(f_1, f_2)$ of the voltage noise was measured; see eq. (4). For all diodes this biphasic was like a random function of frequencies f_1 and f_2 . No explicit dependence on the current I_d was found. The magnitude of the biphasic fluctuates slowly around zero within a few full cycles. This result means the bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ of the measured noise is a complex function. It has real and imaginary parts, and both of them fluctuates between positive and negative values.

The unwrapped biphasic $\Phi_v(f, f)$ of the voltage noise from LED#1K measured at the current $I_d = 0.11$ mA on the bisector, $f_1 = f_2 = f$, of the first quadrant in the plain of frequencies Of_1f_2 is shown in Fig.6. Shadowed regions, where $0.5 \leq \Phi_v/(2\pi) < 1.5$ (that is region “+1”), and $-1.5 \leq \Phi_v/(2\pi) < -0.5$ (region “-1”), are the regions in which the biphasic is wrapped onto one additional circle up or down correspondingly.

It is seen from Fig.6 that the biphasic (in the dependence on the analyzing frequency f) slowly oscillates within $\pm 2\pi$ radian with fast jitter somewhat like $\pm(\pi/2)$ radian.

4. Conclusions

- 1) The bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ of the 1/f voltage noise in LEDs on self-organized *InAs/GaAs* quantum dots and laser diodes on *In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/InGaP* quantum wells was measured for the first time. This investigation was supported by the standard analysis of the noise probability density function (*pdf*) and spectrum $S_v(f)$.
- 2) The dependence of the bispectrum absolute value $|B_v(f_1, f_2)|$ on the frequencies (in the plain Of_1f_2) is similar to the behavior of the spectrum $S_v(f)$. The bispectrum absolute value is decreasing while moving out from the beginning of the frequency plane Of_1f_2 . The cross-section of $|B_v(f_1, f_2)|$ by coordinate line, for example, $f_2 = \text{const}$, yields the power law in the dependence on other frequency. This dependence is characterized by the frequency exponent γ_{B1} , which magnitude is close to the frequency exponent γ_S obtained for the spectrum of the same noise. The frequency exponent γ_B for $|B_v(f, f)|$ along the bisector is approximately 1.5 times more.

- 3) The statistical error in our bispectral measurement is rather high, it is nearly 25 times more as compared with the statistical error in the spectral measurement that was estimated as $\varepsilon_s=2.3$ percent.
- 4) The biphasе $\Phi_v(f_1, f_2)$ being the argument of the bispectrum was measured as well. Independently on the tested diode and the current through it this biphasе is like random function of frequencies f_1 and f_2 . The magnitude of the biphasе fluctuates slowly around zero within a few cycles. Thus, the bispectrum $B_v(f_1, f_2)$ of the measured noise is a complex function. It has real and imaginary parts, and both of them fluctuates between positive and negative meanings.
- 5) If results of our measurements are reliable, we can conclude that the 1/f noise in investigated LEDs and laser diodes is not Gaussian random process.

Acknowledgements

LEDs and laser diodes studied were fabricated in the Physical-Technical Research Institute (State University of Nizhni Novgorod, Dr. B.N.Zvonkov's laboratory). This investigation and the manufacturing of diodes were partly supported by the NATO in the framework of the "Science for Peace" Project SfP-973799 with the universities of Nizhni Novgorod and Eindhoven as partners. The work was also supported by grants of RFBR 00-15-96620, 01-02-16666, and NSh-1729.2003.2. The authors are thankful to Dr. G.N.Bochkov and Dr. A.A.Dubkov for valuable discussions on problems of the bispectral analysis.