

Взрывной и $1/f$ шум в светоизлучающих диодах на квантовых точках

А.В.Беляков¹, Л.К.Дж.Фандамме*, М.Ю.Перов, А.В.Якимов

*Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского
проспект Гагарина 23, Нижний Новгород 603950, Россия*

** Eindhoven University of Technology, Department of Electrical Engineering,
EH 5.15, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands*

Исследуются характеристики НЧ шумов в светоизлучающих диодах на InAs квантовых точках (КТ). В экспериментальных шумовых записях обнаружены две компоненты: СТП, вызванный взрывным шумом, и $1/f$ гауссов шум. Взрывной шум выделяется из исходной смеси при помощи стандартной теории обнаружения сигналов. Показано, что эмпирическая формула Хоухе, впервые примененная Клайнпеннином к обыкновенным полупроводниковым диодам, также может быть применена и к светодиодам на КТ. Исследуются два различных способа расчета спектра взрывного шума и проводится сравнение токовых зависимостей $1/f$ и взрывного шума. В результате исследования показано, что разделенные шумовые компоненты имеют различную физическую природу.

1. Введение

Целью настоящей работы является исследование низкочастотных шумовых характеристик светоизлучающих диодов (СД) на квантовых точках (КТ).

Исследовались диоды, изготовленные в Нижегородском физико-техническом институте ННГУ [1]. Все диоды имеют коэффициент идеальности $\eta \approx 2$. Это означает, что основной ток через диод вызван рекомбинацией носителей в области КТ, отвечающей за возникновение излучения. В большинстве исследованных диодов был обнаружен $1/f$ шум, характеристики которого соответствуют эмпирической формуле Хоухе (Hooge), примененной Клайнпеннином (Kleinpenning) к диодам [2]. Кроме $1/f$ шума, в некоторых образцах был обнаружен взрывной шум, представленный случайным телеграфным процессом (СТП).

Существуют различные, зачастую противоречивые, теории, пытающиеся объяснить природу $1/f$ шума. Некоторые исследователи предполагают [3], что $1/f$ шум есть суперпозиция ряда СТП с различными временными характеристиками. Другие, напротив, предполагают [4], что $1/f$ шум возникает из-за флуктуаций подвижности носителей, а СТП (взрывной) шум – это явления захвата носителей ловушками, ведущее к изменению числа носителей заряда и, следовательно, к флуктуациям проводимости.

В данной статье исследуется взрывной шум в СД на КТ и сравнивается его токовая зависимость с токовой зависимостью $1/f$ шума. Для разделения двух шумовых компонент используется цифровая обработка исходного шума, основанная на стандартной теории обнаружения сигналов.

¹ Тел.: +7-8312-656153; Fax: +7-8312-656416; E-mail: belyakov@rf.unn.ru

Впервые выделение шумовых компонент из смеси гауссова шума и случайного телеграфного процесса было описано в работе [5]. Авторы исследовали операционные усилители, на выходе которых наблюдалась смесь взрывного и гауссова шума. Чтобы разделить шумовые компоненты авторы использовали регулировку напряжения смещения усилителя постоянного тока, делая “верхнее” состояние взрывного шума положительным, а “нижнее” состояние – отрицательным. После использования анализатора Фурье исследователи получали отдельно спектры мощности $1/f$ и взрывного шума. Одним из результатов этой работы явилось экспериментальное доказательство того, что чистый взрывной шум и фоновый гауссов шум возникают из-за статистически независимых физических процессов.

Одна из последних работ, имеющих дело с выделением СТП на шумовом фоне, описывается в статье [6]. В данной работе разделение исходной шумовой записи на две записи, соответствующие двум дискретным уровням СТП, происходит с использованием вероятностного критерия, выработанного исходя из предположения о том, что телеграфный процесс является марковским, а фоновый шум – гауссовым. Исходное экспериментальное распределение аппроксимируется распределением, полученным в результате обработки, причем средние времена жизни СТП выступают в роли параметра аппроксимации. В качестве результата такой обработки авторы получают статистически усредненные параметры СТП. Предложенный метод анализа авторы иллюстрируют на примере телеграфного шума, появляющегося в высокотемпературных сверхпроводящих тонких пленках при приложении смещения.

Наиболее часто используемая обработка смеси двух различных шумов в частотной области подразумевает расщепление исходного спектра, по крайней мере, на две компоненты, то есть $1/f$ спектр и лоренцев спектр (или спектры). Лоренцев спектр возникает из-за наличия взрывного или генерационно-рекомбинационного шума [7–8]. Целью такой обработки является представление $1/f$ спектра в виде суммы лоренцевых спектров. При этом выделение одиночного лоренцева спектра из шума, имеющего спектр типа $1/f^\gamma$, может быть ошибочным, так как γ в общем случае зависит от частоты анализа f .

В данной работе используется несколько иная процедура выделения спектра взрывного шума. Сначала шум оцифровывается и записывается на жесткий диск компьютера. Затем, кроме спектра, анализируется плотность вероятности исследуемого шума. В случае смеси взрывного и гауссова ($1/f$) шума плотность вероятности имеет два максимума, между которыми располагается локальный минимум. Обработывая данную функцию, мы находим значение “верхнего” “ a ” и “нижнего” “ $-b$ ” состояния случайного телеграфного процесса относительно среднего. Из той же плотности вероятности мы находим вероятности p и q для “верхнего” и “нижнего” состояний шума.

Далее, используя стандартную теорию обнаружения сигнала на фоне шумов [9], мы рассчитываем порог V_0 , который позволяет различить “верхний” и “нижний” уровни СТП. Таким образом, появляется возможность расщепить исходную шумовую запись на две – гауссову ($1/f$) и “чистый” СТП.

Затем, рассчитывая общий спектр и спектр гауссовой части из реконструированных во временной области данных, находим спектр извлеченного СТП и определяем его угловую частоту f_c . Для нахождения спектра выделенного СТП используются два различных подхода.

Угловая частота определяется средними временами жизни $\langle \tau \rangle$ и $\langle g \rangle$ в состояниях СТП “1” и “0” [10]. Отношение $\langle \tau \rangle / \langle g \rangle$ определяется вероятностями p и q , найденными при обработке плотности вероятности шума. Таким образом, плотность вероятности дает достаточно информации для определения параметров взрывного шума.

В данной работе исследуется $1/f$ шум и СТП с его характерными временами жизни в зависимости от тока через образец.

2. Результаты экспериментов

2.1 Вольтамперная характеристика

Исследованные диоды имеют активную оптическую область, состоящую из InAs квантовых точек.

Типичная вольтамперная характеристика (BAX) представлена на рис.1.

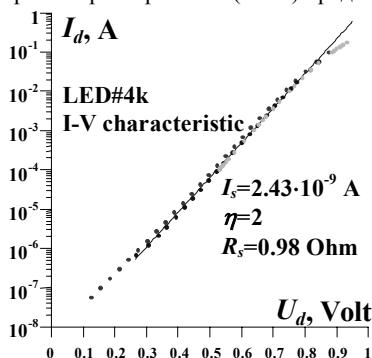


Рис. 1

Представленная BAX позволяет рассчитать коэффициент идеальности $\eta = 2$, ток насыщения $I_s = 2,4 \cdot 10^{-9}$ А и последовательное сопротивление $R_s = 0,89$ Ohm.

2.2 Измерение электрических шумов

В поставленном эксперименте измерялись шумы напряжения на диоде при пропускании через него постоянного тока. Последовательное сопротивление источника тока всегда было, по крайней мере, в 20 раз больше, чем динамическое сопротивление диода. Некоторые из исследованных диодов имеют негауссов шум, состоящий из двух компонент.

Пример осциллограммы наблюдаемого шума $V(t)$, представленный на рис.2, содержит ярко выраженный СТП. Плотность вероятности шума при токе смещения

$I_d=2,15 \cdot 10^{-6}$ А представлена на рис.3 сплошной линией, а при токе $I_d=1,53 \cdot 10^{-4}$ А – пунктирной. Плотность вероятности состоит из двух распределений гауссова типа.

Используя специальную обработку, мы разделяем наблюдаемый шум на две компоненты.

3. Анализ шумовых записей

3.1 Основная идея

Из рис.2, 3 видно, что мы имеем СТП, смешанный с гауссовым шумом. Здесь значения a и b имеют смысл положительного напряжения (состояние “1”) и абсолютного значения отрицательного напряжения (состояние “0”) СТП соответственно. Характеристиками СТП являются случайная длительность τ_i положительного импульса номер i и длительность i -го отрицательного импульса ϑ_i .

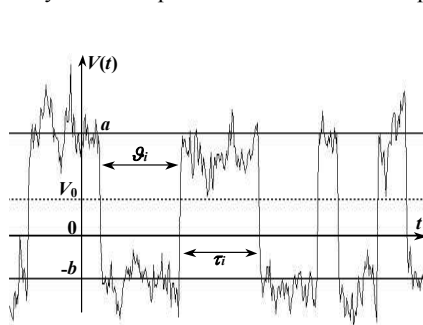


Рис. 2

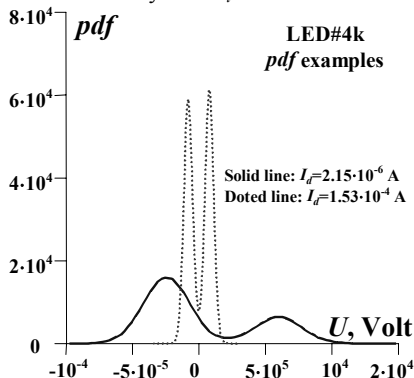


Рис. 3

Итак, исследуемый шум состоит из двух компонент, одна из которых – это гауссов шум, который обозначается $V_{1/f}$, так как его спектр, как будет показано дальше, имеет форму $1/f$. Другая компонента – это СТП, обозначаемая V_{RTS} .

$$V(t) = V_{1/f}(t) + V_{RTS}(t). \quad (1)$$

Далее описывается процедура разделения данных компонент, которая позволяет исследовать отдельно $1/f$ шум и СТП. Основная идея заключается в следующем.

Если шум находится в состоянии “1”, то мы вычитаем значение a .

$$V_{1/f}(t) = V^{(1)}(t) - a. \quad (2)$$

При этом СТП принимает значение:

$$V_{RTS}(t) = +a. \quad (3)$$

Вопрос о том, находится ли шум $V(t)$ в состоянии “1” или нет, будет рассмотрен ниже. Также будут рассмотрены ошибки, возникающие при такой обработке.

Значение b должно быть прибавлено, чтобы найти величину $V_{1/f}$, если шум находится в состоянии “0”:

$$V_{1/f}(t) = V^{(0)}(t) + b, \quad (4)$$

для СТП тогда имеем:

$$V_{\text{RTS}}(t) = -b. \quad (5)$$

Значения a и b находятся из анализа экспериментально измеренной плотности вероятности шума.

3.2 Процедура определения порога V_0 между состояниями “0” и “1”

В данной работе мы применяем стандартную теорию обнаружения сигналов на фоне шума [9].

Все рассматриваемые случайные процессы имеют нулевое среднее значение:

$$\langle V(t) \rangle = \langle V_{1/f}(t) \rangle = \langle V_{\text{RTS}}(t) \rangle = 0. \quad (6)$$

Это так, поскольку $1/f$ шум принято рассматривать с нулевым средним значением. С другой стороны, наша экспериментальная установка предназначена для измерения только переменной составляющей. Таким образом, для СТП выражение (6) приводит к следующему соотношению:

$$b/a = \langle \tau \rangle / \langle g \rangle. \quad (7)$$

Это означает, что, зная значения a и b , мы можем определить отношение средней длительности “импульсов” (состояние “1”) и “пауз” (состояние “0”). Так, увеличение средней длительности “пауз” $\langle g \rangle$ приводит к увеличению значения a (величина положительной части импульса).

Предполагается, что $1/f$ шум имеет гауссово распределение со стандартом σ .

$$W_{1/f}(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right). \quad (8)$$

Таким образом, функция плотности вероятности исходного шума (1) представляет собой взвешенную сумму двух гауссовых распределений и может быть выражена следующим образом:

$$W_v(V) = \frac{q}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(V+b)^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{p}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(V-a)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (9)$$

Здесь использованы вероятности q и p , соответственно, для состояний “0” и “1”:

$$q = \langle g \rangle / (\langle g \rangle + \langle \tau \rangle), \quad p = \langle \tau \rangle / (\langle g \rangle + \langle \tau \rangle). \quad (10)$$

Чтобы различить состояния “0” и “1”, мы используем отношение правдоподобия:

$$\Lambda(V) = p \exp\left(-\frac{(V-a)^2}{2\sigma^2}\right) \bigg/ q \exp\left(-\frac{(V+b)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (11)$$

Если $\Lambda > 1$, то мы считаем, что процесс находится в состоянии “1”, а если $\Lambda < 1$, то процесс считается находящимся в состоянии “0”.

Если наблюдаемое в данный момент времени значение $V(t)$ больше порога V_0 , то применяется выражение (2) для нахождения $V_{1/f}(t)$ и выражение (3) для $V_{RTS}(t)$. Условию $\Lambda < 1$ соответствует ситуация, когда процесс находится в состоянии “0”; при этом $V(t) < V_0$, и применяются выражения (4) и (5) для нахождения $V_{1/f}(t)$ и $V_{RTS}(t)$, соответственно.

Пороговое значение V_0 находится из отношения (11) при $\Lambda=1$,

$$V_0 = \frac{a-b}{2} + \frac{\sigma^2}{a+b} \ln \frac{a}{b}. \quad (12)$$

Из соотношений (7) и (10) имеем:

$$q/p = a/b. \quad (13)$$

Заметим, что только в частном случае, когда $p=q$ (или $a=b$), мы имеем $V_0=0$, и только в этом случае порог V_0 соответствует минимуму экспериментальной гистограммы.

Все значения, используемые в (12), находятся из аппроксимации экспериментальной гистограммы (рис.3) выражением (9). Величины a , b и σ используются в качестве параметров аппроксимации.

3.3 Ошибки при разделении состояний “0” и “1”

Существует два типа ошибок, возникающих при такой обработке:

- “Ложная тревога”, возникающая с вероятностью P_{FA} ;
- “Пропуск цели”, возникающая с вероятностью P_{MT} .

Вероятность P_{FA} “ложная тревога” соответствует событиям, когда наблюдаемое напряжение $V(t) > V_0$, но СТП находится в состоянии “0”. При этом принимается ложное решение о том, что СТП находится в состоянии “1”. Таким образом, эта вероятность определяется следующим соотношением:

$$P_{FA} = q \int_{V_0}^{\infty} W_{1/f}(V+b) dx. \quad (14)$$

Здесь плотность вероятности $W_{1/f}(V)$ представлена выражением (8).

Соответственно, вероятность P_{MT} “пропуск цели” соответствует ситуации, когда наблюдаемое напряжение $V(t) < V_0$, но СТП находится в состоянии “1”. При этом принимается ошибочное решение о переходе системы из состояния “1” в “0”:

$$P_{MT} = p \int_{-\infty}^{V_0} W_{1/f}(V-a) dx. \quad (15)$$

Из выражений (14), (15) и (8) видно, что вероятности упомянутых ошибок сильно зависят от отношения стандартов СТП и гауссова шума. Очевидно, вероятность обнаружения сигнала на шумовом фоне зависит от отношения сигнал-шум SNR , которое в нашем случае выражается следующим образом:

$$SNR = \frac{(a+b)\sqrt{pq}}{\sigma}. \quad (16)$$

С увеличением SNR вероятности P_{FA} и P_{MT} уменьшаются.

Общая вероятность ошибок P_E представляет собой сумму

$$P_E = P_{FA} + P_{MT}. \quad (17)$$

Данная вероятность используется для определения корректности нашей обработки.

3.4 Спектральный анализ разделенных осциллограмм

Ошибки “ложная тревога” и “пропуск цели” приводят к появлению дополнительных скачков в записях обеих выделенных компонент.

Изменения в $1/f$ шуме могут быть достаточно малыми, и дополнительные, привнесенные обработкой, импульсы искажают только высокочастотную часть спектра.

С другой стороны, такие ошибочные импульсы занижают среднее время жизни для “верхнего” и “нижнего” состояний СТП. В результате угловая частота f_c извлеченного таким образом взрывного шума может быть ошибочно завышена.

В работе проводится сравнение двух различных способов исследования спектра СТП. Способ “А” основан на простом вычитании спектра выделенного $1/f$ шума из спектра исходного шума. Способ “В” основан на непосредственном вычислении спектра выделенной реализации СТП.

Способ “А” не вносит неточностей в расчет угловой частоты спектра СТП, вызванных ошибками “ложная тревога” и “пропуск цели”, но предполагает некоррелированность компонент исходного шума.

Способ “В” может приводить к ошибочному завышению угловой частоты, но используется без предположения о некоррелированности источников $1/f$ шума и СТП. Если отношение сигнал-шум SNR достаточно велико, тогда ошибки метода “В” становятся пренебрежимо малыми.

В настоящем исследовании были использованы оба метода “А” и “В”, чтобы получить экспериментальное подтверждение того, что $1/f$ и взрывной шум имеют разную природу в СД на КТ.

4. Результаты анализа выделенных $V_{1/f}$ и V_{RTS}

На рис.4а изображена часть реализации исходного, а на рис.4б,с – обработанного шума. Сплошной горизонтальной линией на рис.4а обозначен порог расщепления V_0 . Как видно, он располагается над средним значением, обозначенным 0 на оси ординат. На рис.4б изображена выделенная гауссова компонента, а на рис.4с – часть выделенного взрывного шума.

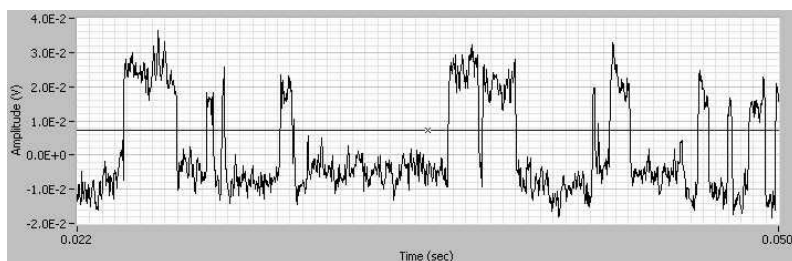


Рис. 4а

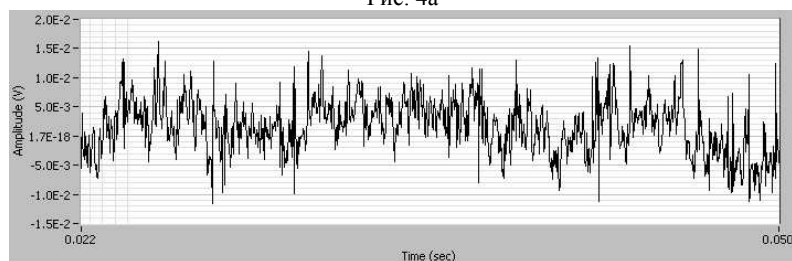


Рис. 4б

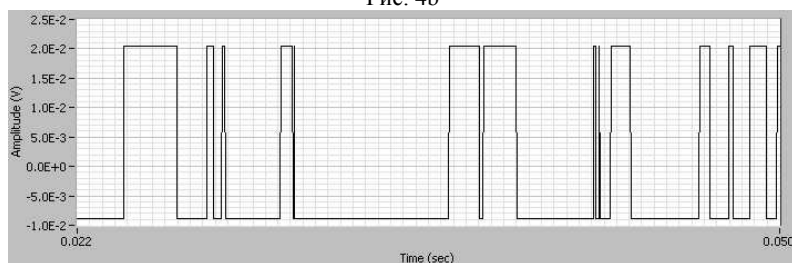


Рис. 4с

После расщепления исходного экспериментального шума во временной области возможно исследование спектральных характеристик шума.

Характерные спектры исходного шума и его гауссовой и взрывной компонент представлены на рис.5. Спектр одного из выделенных процессов имеет форму $1/f$, а другой имеет лоренцеву форму, что соответствует спектру СТП. Интересно, что используемый метод обнаруживает вклад $1/f$ шума в частотном диапазоне $30\text{ Гц} < f < 3\text{ кГц}$, где его доля, по крайней мере, на порядок меньше исходного шума.

4.1 Выделенный $1/f$ шум

После выделения $1/f$ шума мы исследовали зависимости его спектральных характеристик от тока через диод. На рис.6 рассматриваются зависимости спектра измеряемого напряжения S_V и рассчитываемый спектр шумов тока $S_I = S_V / r_d^2$, где $r_d = dV/dI$ – дифференциальное сопротивление диода. Для токовых шумов на частотах анализа $f=10$ Гц и $f=100$ Гц величина спектра $S_I \sim I_d$. Таким образом, эксперимент показывает, что такие сложные структуры, как СД на КТ, с точки зрения шумов ведут себя схоже с обычными диодами. Используя соотношение $S_I = \alpha I q / \tau f$ [4] и учитывая, что время рекомбинации носителей $\tau = 10^{-9}$ сек [1], получаем параметр Хоухе (Hooge) для извлеченного $1/f$ шума $\alpha = 8 \cdot 10^{-5}$.

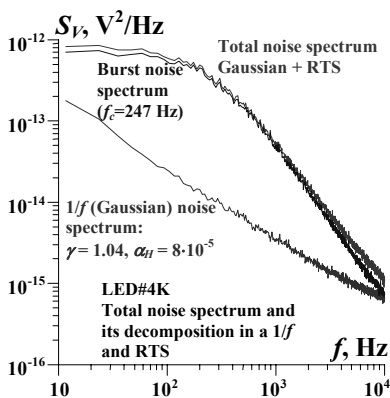


Рис. 5

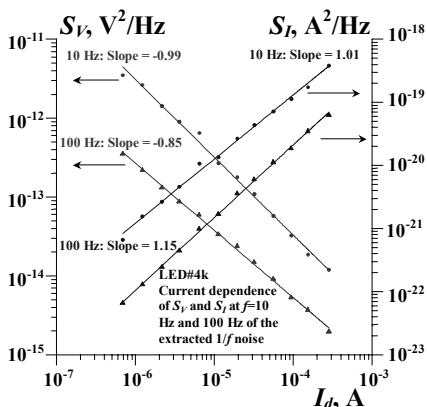


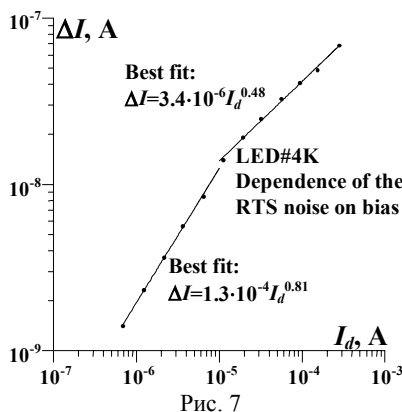
Рис. 6

4.2 Выделенный взрывной шум

Используя вышеописанный метод, мы нашли зависимость скачков тока, вызванных наличием СТП, от тока через диод. Значения напряжений a , b для обоих уровней СТП были найдены из аппроксимации экспериментальной плотности вероятности (гистограммы) исходного шума выражением (9). Заметим, что абсциссы обоих максимумов гистограммы не в точности равны соответствующим значениям a и $(-b)$, так как эти пики смещены в направлении нуля из-за наложения “хвоста” соседнего пика.

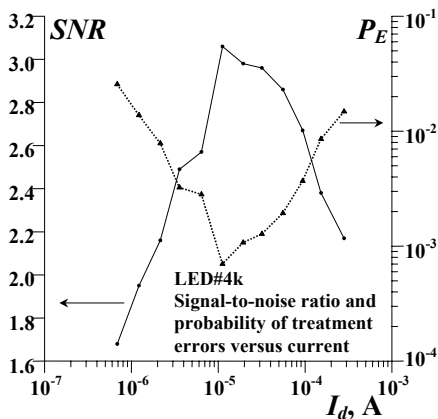
Величина скачка напряжения, очевидно, выражается как $\Delta V = a + b$. Зная дифференциальное сопротивление r_d из ранее измеренной вольтамперной характеристики, рассчитываем величину скачка тока, вызванного СТП, $\Delta I = \Delta V / r_d$.

Зависимость ΔI от тока через диод представлена на рис.7. Видно, что кривая на графике имеет излом при токе диода $I_d = 10^{-5}$ А.



Величина скачка тока ΔI для выделенного взрывного шума пропорциональна $\exp(qV/\eta_{\text{RTS}}kT)$, при этом ток через диод I пропорционален $\exp(qV/\eta kT)$. Таким образом, мы имеем $\eta_{\text{RTS}}=2,5$ для малых токов и $\eta_{\text{RTS}}=4,0$ для больших токов. Заметим, что из вольтамперной характеристики диода (рис.1) был получен коэффициент идеальности $\eta=2$.

Используя данные анализа функции плотности вероятности исходного шума, рассчитываем отношение сигнал-шум SNR , определяемое выражением (16). Зависимость SNR от тока через диод I_d представлена на рис.8 сплошной линией.



При токе смещения $I_d = 10^{-5}$ А отношение SNR имеет максимум. Это, в частности, говорит о том, что в наших образцах взрывной шум и $1/f$ шум имеют различную зависимость от прикладываемого смещения. Отсюда мы предполагаем, что $1/f$ и СТП имеют различную природу в СД на КТ.

Также мы рассчитываем вероятность возникновения ошибок P_E , определяемую выражением (17). Зависимость данной вероятности от тока смещения представлена на рис.8 пунктирной линией.

Теперь можно сравнить два метода извлечения спектра взрывного шума из исходной смеси. В методе “А” мы вычитаем спектр $1/f$ компоненты из суммарного спектра, предполагая, что шумовые компоненты некоррелированы. Таким образом, мы избегаем появления ошибок в спектре, вызванных наличием импульсов “ложной тревоги” и “пропуска цели” в выделенной реализации СТП.

Априорное предположение о некоррелированности источников шума в методе “А” проверяется методом “В”, где спектр СТП рассчитывается непосредственно из выделенной реализации взрывного шума $V_{RTS}(t)$.

На рис.9 показаны зависимости угловой частоты f_c от тока через диод, вычисленные при помощи обоих методов нахождения спектра СТП. Кривая, относящаяся к методу “В”, при низких токах располагается несколько выше, чем кривая, соответствующая методу “А”. Это различие является проявлением ошибок “ложной тревоги” и “пропуска цели”, присущих методу “В”. Видно, что эти ошибки появляются только для самых маленьких значений токов смещения диода, так как отношение сигнал-шум в этой области довольно мало, и вероятность P_E появления ошибок выше, чем 10^{-2} (рис.8).

Для значений тока, где отношение сигнал-шум становится достаточно большим, и вероятность появления ошибок меньше, чем 10^{-2} , оба метода приводят к одному и тому же результату, то есть ошибки, возникающие при расщеплении реализации, довольно малы. Это свидетельствует о том, что в наших образцах $1/f$ шум и СТП некоррелированы.

Угловая частота f_c спектра СТП зависит от средних времен жизни в обоих состояниях $\langle \tau \rangle$ и $\langle \vartheta \rangle$ [10] следующим образом:

$$f_c = 1/(2\pi\tau_{eff}), \text{ где } 1/\tau_{eff} = 1/\langle \tau \rangle + 1/\langle \vartheta \rangle. \quad (18)$$

Используя найденную ранее угловую частоту в выражениях (7) и (18), находим

$$\langle \tau \rangle = ((b/a)+1)/2\pi f_c, \quad \langle \vartheta \rangle = ((a/b)+1)/2\pi f_c. \quad (19)$$

Средние времена жизни представлены в зависимости от тока через диод на рис. 10.

Среднее время жизни $\langle \vartheta \rangle$ в состоянии “0” уменьшается с ростом тока, при этом среднее время жизни $\langle \tau \rangle$ в состоянии “1” медленно возрастает.

При низких токах среднее время жизни, полученное методом “В”, несколько меньше, чем та же величина, полученная методом “А”. Это проявление ошибок “ложной тревоги” и “пропуска цели”.

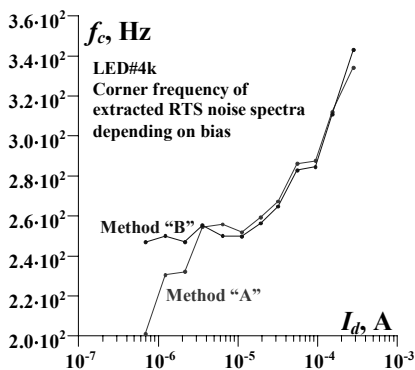


Рис. 9

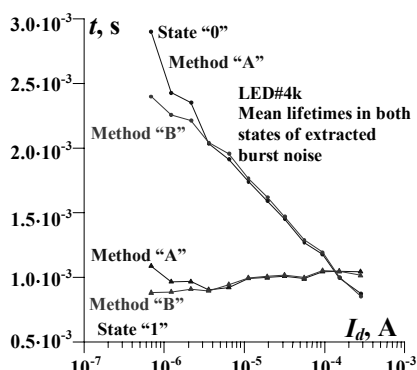


Рис. 10

На рис.11 и 12 показаны зависимости величины плато спектра СТП (S_V и S_I) от тока через диод, рассчитанные обоими рассматриваемыми методами. При достижении тока диода $I_d = 10^{-5}$ А пропорциональности изменяются. Так, например, для $S_I \sim I_d^m$ на рис.11 значение m изменяется с 1,42 на 0,96. Различные наклоны кривых при малых токах смещения вызваны наличием ошибок “ложной тревоги” и “пропуска цели”, присущих методу “В”.

Заметим, что извлеченная $1/f$ часть имеет $m=1$ в соотношении $S_I \sim I_d^m$.

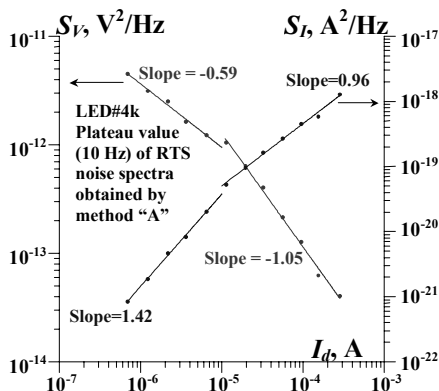


Рис. 11

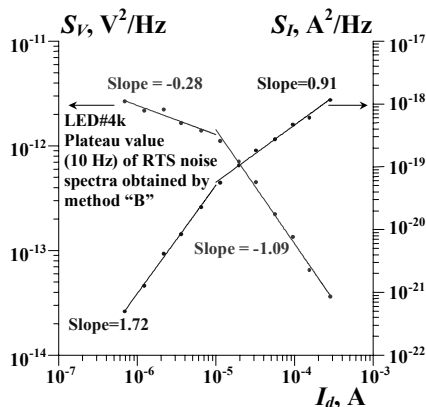


Рис. 12

Итак, можно сделать вывод о том, что в рассматриваемых образцах характер поведения взрывного (СТП) и $1/f$ шума в зависимости от тока смещения различен. Все характеристики СТП имеют излом при токе $I_d = 10^{-5}$ А в то время как $1/f$ шум не имеет изменений поведения при данном токе.

5. Выводы

- 1) При измерениях шумового напряжения на светоизлучающих диодах на квантовых точках наблюдался взрывной шум, наложенный на гауссов шум.
- 2) Использована процедура выделения взрывного шума из смеси, основанная на стандартной теории обнаружения сигналов на фоне шумов. Исходная реализация шума была расщеплена на две компоненты. Первая – взрывной шум с лоренцевым спектром, а другая – $1/f$ шум.
- 3) Найдена зависимость типа $S_f(I_d) \sim I_d$ для извлеченного $1/f$ шума. Такая зависимость была впервые рассчитана и проверена Клайнпеннингом. Получен параметр Хоухе (Hooge) для $1/f$ шума $\alpha_H = 8 \cdot 10^{-5}$ из спектрального анализа выделенного $1/f$ шума в предположении, что время рекомбинации неосновных носителей $\tau = 10^{-9}$ сек.
- 4) В работе использованы два различных способа нахождения спектра взрывного шума. Сравнение их результатов подтверждает гипотезу о том, что $1/f$ и взрывной шум некоррелированы в исследуемых образцах.
- 5) Определены различные характеристики выделенного взрывного шума, такие, как токовые зависимости величины плато спектра СТП, угловой частоты, средних времен жизни в обоих состояниях, величины скачка тока и напряжения для СТП.
- 6) Все полученные характеристики взрывного шума имеют излом при токе диода $I_d = 10^{-5}$ А, в то время как $1/f$ часть вообще не имеет подобных изломов. Отношение сигнал-шум SNR также сильно изменяется при указанном значении тока через диод. Таким образом, СТП и $1/f$ шум имеют различную природу в светоизлучающих диодах на квантовых точках.

Благодарности

Светодиоды для исследования изготовлены в Нижегородском физико-техническом институте ННГУ. Данное исследование и производство образцов частично поддерживаны программой НАТО “Наука для мира”, проект SfP-973799 Semiconductors между университетами Нижнего Новгорода и Эйндховена (Нидерланды). Работа также поддержана грантами РФФИ НШ-1729.2003.2, 01-02-16666 и 02-02-06298.

Литература

- [1] Байдусь Н.В., Бирюков А.А., Звонков Б.Н., Здоровейцев А.В., Мокеева П.Б., Некоркин С.М., Ускова Е.А. “Электrolюминесценция р-п структур с квантовыми точками InAs/GaAs, выращенными методом газофазной эпитаксии из металлоорганических соединений” //В кн.: Труды 2-го рабочего совещания по проекту НАТО SfP-973799 Полупроводники. Апрель 2002 г. /Ред. А.В.Якимов. –Нижний Новгород: ТАЛАН, 2002. С.93–99.
– N.V.Baidus, A.A.Birukov, B.N.Zvonkov, A.V.Zdoroveishev, S.M.Nekorkin, P.B.Mokeeva, and E.A.Uskova, “Electroluminescence of p-n InAs/GaAs quantum dots heterostructures grown by MOVPE” //Proc. of the NATO Project SfP-973799 Semiconductors 2nd Workshop. April 2002 /Ed. A.V.Yakimov, Nizhni Novgorod, TALAM-Press, 2002, P.93–99.
<http://www.rf.unn.ru/NATO/index.html>.
- [2] T.G.M.Kleinpenning, “1/f noise in p-n diodes” //Physica. 1980. V.98B+C. P.289–299.
- [3] M.J.Kirton and M.J.Uren, “Noise in solid-state microstructures: A new perspective on individual defects, interface states and low-frequency (1/f) noise” //Adv. Phys. 1989. V.38(4). P.367.
- [4] F.N.Hooge, T.G.M.Kleinpenning, L.K.J.Vandamme. “Experimental studies on 1/f noise” //Reports on Progress in Physics 1981. V.44, №3. P.479–532.
- [5] Udo J.Strasilla and Max J.O.Strutt, “Measurement of white and 1/f noise within burst noise” //Proc. of IEEE. 1974. P.1711–1713.
- [6] Y.Yuzhelevski, M.Yuzhelevski, G.Jung, “Random telegraph noise analysis in time domain” //Rev. Sci. Instrum. 2000.V.71, №4. P.1681–1688.
- [7] Шоблицас З., Паленскис В.П. “Шумовая спектроскопия примесных уровней и 1/f шум в высокоомных монокристаллах кремния”. //Литовский физический сборник. 1985. Т.25, №3. С.88–97.
– Z.Šoblickas, and V.Palenskis, “Noise spectroscopy of impurity levels and 1/f noise in high-resistance silicon” //Lithuanian Phys. J. 1985. V.25(3). P.88–97.
- [8] A.L.Mladentzev, and A.V.Yakimov, “Accuracy of 1/f-like spectrum decomposition on the sum of Lorentzians”. //AIP Conference Proceedings 285 “Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations”. /Ed. P.H.Handel, A.L.Chang. Physics Department University of Missouri. St.Louis, MO. 1993. P.557–562.
- [9] V.P.Tuzlukov, Signal Detection Theory, Birkhäuser. –Boston, 2001.
- [10] S.Machlup, “Spectrum of two-parameter random signal” //J. of Applied Physics. 1954. V.25, №3. P.341–343.

The burst and $1/f$ noise in light-emitting quantum dot diodes

A.V.Belyakov¹, L.K.J.Vandamme*, M.Yu.Perov, A.V.Yakimov

Nizhni Novgorod State University, Gagarin Avenue 23, Nizhni Novgorod 603950, Russia

** Eindhoven University of Technology, Department of Electrical Engineering,
EH 5.15, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands*

Low frequency noise characteristics of light-emitting diodes with InAs quantum dots are investigated. Two noise components were found in experimental noise records: RTS, caused by burst noise, and $1/f$ Gaussian noise. Extraction of burst noise component from Gaussian noise background was performed using the standard signal detection theory and advanced signal-processing techniques. It was found that Hooge's empirical relation applied to diodes by Kleinpenning is applicable to the electric $1/f$ noise of quantum dot diodes as well. Two different spectra decomposition techniques are used to obtain burst noise spectra. Bias dependences of burst and $1/f$ noise are compared. It is concluded that the RTS noise and $1/f$ noise have different physical origin in light-emitting diodes with quantum dots.

1. Introduction

Our aim was to investigate characteristics of low frequency noise in light-emitting diodes with layer of InAs quantum dots. We investigated at the Eindhoven University LEDs manufactured in the Physical-Technical Research Institute of Nizhni Novgorod State University (Russia) [1]. All diodes have the ideality factor $\eta \approx 2$. That means the main current is caused by a recombination of carriers on QDs yielding the light emission. Most diodes exhibit $1/f$ noise. The Hooge's empirical relation applied to diodes by T.G.M.Kleinpenning [2] is applicable to the electric noise of quantum dot diodes as well. In addition to the $1/f$ noise, burst noise was found in some diodes.

There is a long-standing controversy on the origin of $1/f$ noise. Some researchers propose [3] that the $1/f$ noise is a superposition of RTS (random telegraph signal) noise with different characteristic time constants. Others propose [4] that $1/f$ noise is a result of mobility fluctuation and RTS noise is a trapping phenomenon leading to fluctuations in the number of carriers and hence to conductance noise.

The aim of this paper is to investigate burst noise and to compare its bias dependence with $1/f$ noise behavior in our LEDs. The advanced signal-processing technique is used to measure two noise components separately.

The first successful attempt in making separate measurement of Gaussian noise superimposed on burst noise was made by Strasilla and Strutt [5]. The authors investigated operational amplifiers, showing a mixture of Gaussian and burst noise. To separate noise components researchers used voltage-offset adjustment of the dc amplifier, making the "upper" level predominantly positive and the "lower" level predominantly negative. Using Fourier analysis they got separated power spectra of $1/f$ and burst noise. A result of

¹ Phone: +7-8312-656153; Fax: +7-8312-656416; E-mail: belyakov@rf.unn.ru

their work was an experimental proof that pure burst noise and Gaussian noise are due to statistically independent processes.

The most recent work dealing with RTS extraction from the background noise is described in paper [6]. In this work the separation is performed of the total noise record onto two sub records belonging to the discrete RTS levels using a probability criterion based on the assumptions that the telegraph noise is a Markovian process while the background noise is Gaussian. The authors obtained the values of statistically averaged RTS parameters. They illustrated the proposed procedure on RTS voltage noise mixed with Gaussian $1/f^{1.5}$ noise appearing in biased high temperature superconducting thin films.

The standard frequency domain treatment splits the noise into (at least) two components – such as $1/f$ noise and a Lorentzian spectrum (or spectra) stemming from burst (or generation-recombination) noise [7-8]. The aim of such a treatment usually is the decomposition of $1/f$ -like spectra onto a sum of Lorentzian spectra. The extraction of a single Lorentzian spectrum from the background of the spectrum of the $1/f^\gamma$ type can be erroneous due to dependence of the exponent γ on frequency f . We use here a somewhat different procedure for the extraction of the spectrum of the burst noise.

The noise is sampled and recorded on HD of a PC. Then, in addition to the spectrum the probability density function (*pdf*) of the total noise is analyzed. In the case of the mixture of the burst noise and Gaussian noise, the *pdf* has two maxima separated by a local minimum. Treating this *pdf* we find the top “*a*” and bottom “*b*” values of the random telegraph signal. From the same *pdf* we find probabilities p and q for the “top” and the “bottom” states of the noise.

Using the standard signal detection theory in a background noise [9], we calculate the threshold V_0 to distinguish between “top” and “bottom” levels of RTS. This allows us to split the initial noise record into two records – the Gaussian noise, and a “pure” RTS. Then we calculate the spectrum of the extracted Gaussian noise. Having a total spectrum and $1/f$ spectrum calculated from the reconstructed time domain data, we find the spectrum of the extracted RTS noise and determine the corner frequency f_c of this noise. Two different decomposition techniques can be used to find RTS noise spectra.

The corner frequency is determined by mean durations $\langle\tau\rangle$ and $\langle\vartheta\rangle$ of states “1” and “0” of the RTS [10]. The ratio $\langle\tau\rangle/\langle\vartheta\rangle$ is determined by probabilities p and q found from the treatment of the *pdf*. The *pdf* gives sufficient information to determine parameters of the burst noise.

We will investigate the $1/f$ noise component and the RTS noise component with its characteristic time as a function of applied bias.

2. Experimental results

2.1 Current-voltage characteristic

All the diodes studied have an optical active area consisting of InAs quantum dots.

A typical I-V characteristic is shown in Fig.1. From the figure we can see that the ideality factor is $\eta = 2$, saturation current $I_s = 2.4 \cdot 10^{-9}$ A, and the series resistance $R_s = 0.89$ Ohm.

2.2 Noise measurement

The so-called open-circuit voltage noise across the diodes is measured by passing a constant current through the sample. The bias series resistance was always at least 20 times larger than the dynamic resistance of the diode. Some of our devices showed non-Gaussian noise that consists of two components. After analysis it proved to be $1/f$ noise and burst (RTS) noise. The waveform of the measured noise $V(t)$ displayed by the oscilloscope (Fig.2), contains well-pronounced RTS. The probability density function of the noise at $I_d=2.15 \cdot 10^{-6}$ A is represented by the solid line and at $I_d=1.53 \cdot 10^{-4}$ A is shown by the dotted line in Fig.3. The *pdf* consists of two Gaussian-like distributions with different mean values. We can split the noise into two components. A treatment of the initial noise is described below.

3. Analysis of noise data

3.1 Main idea

We will investigate the noise in the noise. From Fig.2 it seems that we have RTS with Gaussian noise on top of it. Here values a and b have the sense of the positive (state “1”) and absolute value of the negative (state “0”) meanings of the RTS, correspondingly. The RTS has the random duration τ_i of the positive pulse, and ϑ_i – for the negative pulse with number i . Thus, the measured noise contains two components – the Gaussian noise henceforth denoted by $V_{1/f}$ because we find that its spectrum is $1/f$, and RTS denoted by V_{RTS} (1). Here we describe a procedure of selecting these components, which allows us to separately observe the $1/f$ noise and the RTS. The main idea is as follows.

If the noise is in state “1” we subtract the value a from it (2). At the same time the RTS is expressed by eq. (3). Whether or not $V(t)$ can be considered as a $V^{(1)}(t)$ will be discussed later together with the small errors that can be made using this detection method. The value b has to be added for state “0” in order to find $V_{1/f}$ (4). And for the RTS we have eq. (5). Magnitudes of a and b are to be found from the analysis of the experimental histogram (*pdf*) of the noise.

3.2 Calculation of threshold V_0 for states “0” and “1”

We use the standard signal detection theory in the noise background [9].

All considered random processes have a zero mean value (6). It is true because the $1/f$ noise is always considered to have a zero mean value. On the other hand, our experimental set-up was measuring the ac components only.

For the RTS it yields $\langle \tau \rangle a = \langle \vartheta \rangle b$ and consequently eq. (7) appears. Thus, knowing magnitudes of a and b we can determine the ratio of average durations of positive pulses (state “1”) and negative pulses (state “0”). For example, an increase in the mean negative pulse duration $\langle \vartheta \rangle$ yields an increase in value a (the magnitude of the positive pulse).

The $1/f$ noise $V_{1/f}$ is considered to have the Gaussian *pdf* (8) with the standard σ . Thus, the *pdf* of the total noise (1) is the weighted sum of two Gaussian distributions, see eq.(9). Here the probabilities q and p for states “0” and “1” are used (10).

To distinguish between states “0” and “1” and have $V^{(0)}(t)$ or $V^{(1)}(t)$ we use the likelihood relation (11).

If $\Lambda > 1$ we decide that the process is in the state “1”. Otherwise, for $\Lambda < 1$ the process is considered to be in the state “0”. Hence, if the observed value $V(t)$ is larger than a threshold value $V(t) > V_0$ eq. (2) is applied for the $V_{1/f}(t)$ and eq. (3) is applied for $V_{RTS}(t)$.

For $\Lambda < 1$, we have the state “0”, and $V(t) < V_0$; eq. (4) is applied for the $V_{1/f}(t)$ and eq. (5) is applied for $V_{RTS}(t)$.

The threshold value V_0 (12) is found from relation (11) with $\Lambda = 1$.

From (7) and (10) eq. (13) follows.

Note that only in the special case of $p=q$ (hence $a=b$) we have $V_0=0$, and only in this case the threshold corresponds to the minimum of experimental *pdf*.

All values used in eq. (12) were found from the approximation of the experimental histograms as in Fig. 3 by equation (9). Here a , b , and σ are calculated fitting parameters from our experimental results and eq. (9).

3.3 Errors in distinguishing between states “0” and “1”

There are two types of errors arising in such treatment:

- “False Alarm” with the probability P_{FA} (erroneously state “1” is detected),
- “Missing of the Target” having the probability P_{MT} (erroneously state “0” is detected).

The probability P_{FA} of “False Alarm” corresponds to events when the observed value $V(t) > V_0$, but the RTS is in state “0”, and the false decision can be made that the RTS is in the state “1”. Thus, the relation (14) determines this probability. Here the *pdf* $W_{1/f}(V)$ determined by relation (8) is used.

Consequently, the probability P_{MT} of “Missing of the Target” corresponds to the observed value $V(t) < V_0$, but the RTS is in state “1”, and an erroneous decision can be made of a transition from “1” to “0” (15).

From equations (14), (15) and (8) it is clear that the probabilities of the errors mentioned strongly depend on the ratio of root mean squares of RTS and Gaussian noise. The detection of a signal in a background noise depends on a parameter “signal-to-noise ratio” $SNR = \sigma_{RTS}/\sigma_{1/f}$. In our case this is expressed by eq. (16). Obviously with the increasing of SNR , probabilities P_{FA} and P_{MT} decrease.

The probability of the total error P_E is the sum of these two components expressed by eq.(17). This probability is used to estimate the correctness of our treatment.

3.4 Spectral analysis of extracted waveforms

“False Alarm” and “Missing of the Target” errors yield the appearance of artifact impulses in both the extracted RTS and the $1/f$ noise. The change in the $1/f$ noise spectrum after the extraction may be rather small, and additional artifact impulses only affect the high-frequency part of the spectrum. By contrast, such impulses considerably reduce the actual mean lifetimes for the “bottom” and “top” states. As a result, the corner frequency of the extracted burst noise can increase erroneously.

There are two ways of investigating the RTS noise spectrum that will be compared. Method “A” is based on subtracting the spectrum of extracted $1/f$ noise from the total

spectrum. Method “B” is based on a direct calculation of the spectrum of the extracted RTS waveform.

Method “A” does not introduce errors in the estimation of the RTS spectrum corner frequency caused by “False Alarm” and “Missing of the Target” errors, but it assumes that two components of initial noise are uncorrelated phenomena. Only in this case subtraction of spectral values is allowed. Method “B” can lead to the artifact increasing of corner frequency, but can be used without any *a priori* assumption on a possible correlation between $1/f$ and RTS noise source. If “signal-to-noise ratio” SNR is large enough then the errors of method “B” become negligible. Both decomposition techniques “A” and “B” are used in our research in order to obtain experimental proof of the different physical origins of $1/f$ and burst noise.

4. Obtained results after analysis of calculated $V_{1/f}$ and V_{RTS}

In Fig.4a part of the waveforms of raw noise is depicted and treated noise is shown in Fig.4b and 4c. The horizontal solid line in Fig.4a corresponds to the threshold V_0 level for the splitting. This level is above the mean value indicated by “0” at the y -axis. Fig.4b shows the extracted Gaussian component. Fig.4c is the detached burst noise found.

After splitting experimental raw noise into two separate components in the time domain, it is possible to study the noise spectra.

Examples of raw noise, detached Gaussian noise and burst noise spectra are presented in Fig.5. One component of initial noise has $1/f$ behavior. Another component has the typical spectrum of the burst noise. The surprising result is that the detection method shows a $1/f$ contribution in a frequency range of $30 \text{ Hz} < f < 3 \text{ kHz}$ at least one decade below the raw spectra. Such low $1/f$ noise components cannot be detected with standard frequency domain treatments like discussed in [7–8].

4.1 Extracted $1/f$ noise

Having extracted $1/f$ noise we can take a look at the dependence of noise spectral values on the current across the diode. These dependences for the measured S_f and calculated $S_f = S_I / r_d^2$ with $r_d = dV/dI$ are shown in Fig.6. Since for our sample the ideality factor η does not depend on current through the diode, we have $r_d \sim 1/I_d$ and consequently $S_f \sim S_I I_d^2$.

For noise in the current at frequency $f=10 \text{ Hz}$ and $f=100 \text{ Hz}$ spectral values $S_f \sim I_d$. Thus, experimental results show us that such complicated structures as diodes with quantum dots have a noise behavior comparable to $1/f$ noise in ordinary diodes. Using the relation $S_f = \alpha_H I q / \tau f$ [4] and taking $\tau = 10^{-9} \text{ sec}$ [1] for the carrier recombination time we obtain the Hooge parameter for extracted $1/f$ noise: $\alpha_H = 8 \cdot 10^{-5}$.

4.2 Extracted burst noise

Through the analysis described above we obtain the dependence of current “jumps” in the diode current. Absolute values of voltage a , b of the both RTS levels were found from the approximation of the experimental *pdf* of raw noise by eq.(9). Note that abscissas of both peaks of the experimental *pdf* are not exactly equal to corresponding values of

a and $(-b)$, because the maxima mentioned are shifted towards zero due to the presence of a “tail” from the neighboring peak.

The magnitude of voltage jump is obviously expressed as $\Delta V = a + b$. Knowing the differential resistance r_d from previously measured I-V characteristic it is easy to find the corresponding magnitude of jump in the current caused by RTS $\Delta I = \Delta V / r_d$.

The dependence of ΔI on the current through the diode is shown in Fig.7. It is clear that this curve has a break at the current $I_d = 10^{-5}$ A.

The current “jump” ΔI of the burst noise is proportional to $\exp(qV/\eta_{\text{RTS}}kT)$ and the diode current I_d is proportional to $\exp(qV/\eta kT)$. We find $\eta_{\text{RTS}}=2.5$ for lower currents and $\eta_{\text{RTS}}=4.0$ for higher currents. Note that the ideality factor $\eta=2$ was evaluated from I-V characteristic shown in Fig.1.

From an analysis of *pdf* of the total noise we calculated the “signal-to-noise ratio” *SNR*, defined by eq. (16). A solid line in Fig.8 represents the dependence of *SNR* on current I_d across the diode. At a bias current of $I_d = 10^{-5}$ A the ratio *SNR* shows a maximum. This implies that the burst noise and $1/f$ noise have a different bias dependence in our samples. Therefore we suggest that $1/f$ and RTS noise have a different physical origin.

We also calculated the probability of errors P_E expressed by eq. (17). Its dependence on current is represented by a dotted line in Fig.8.

Now we compare two methods of extracting the spectrum of the burst noise. In method “A” we subtract $1/f$ noise spectra from raw spectra and we assume that both noise components are uncorrelated. In such a way we avoid errors in spectra caused by erroneous impulses (“False Alarm” and “Missing of the Target”) arising from splitting the waveforms. The *a priori* assumption about uncorrelated noise sources in method “A” is verified in method “B” by the RTS spectra estimated from detached RTS waveforms $V_{\text{RTS}}(t)$.

In Fig.9 we see the dependence of corner frequency f_c on current. The results of both methods of decomposition of the spectra are compared. The curve related to method “B” at lower bias shows slightly higher values (at most 20%) than the values of method “A”. This is due to some “False Alarm” and “Missing of the Target” errors in method “B”. These errors only occur for the smallest currents because the “signal-to-noise ratio” *SNR* becomes rather small, and probability P_E of errors is higher than 10^{-2} (see Fig. 8).

For currents where “signal-to-noise ratio” becomes larger, and probability P_E of errors is less than 10^{-2} , both methods give about the same result and errors due to waveform splitting are rather small. This also means that $1/f$ and superimposed RTS noise are uncorrelated in our device.

From the corner frequency it is possible to verify the harmonic mean of mean lifetimes $\langle \tau \rangle$ and $\langle \mathcal{G} \rangle$ using eq. (7) and eq. (18). The corner frequency of RTS depends on $\langle \tau \rangle$ and $\langle \mathcal{G} \rangle$ [10] as expressed by eq.(18). And thus we find eq. (19) for $\langle \tau \rangle$ and $\langle \mathcal{G} \rangle$.

Mean lifetimes dependences on diode current are presented in Fig.10. The mean lifetime $\langle \mathcal{G} \rangle$ in the state “0” decreases with increasing current, while mean lifetime $\langle \tau \rangle$ in the state “1” slightly increases. Again, at lower currents the mean lifetimes for method “B” are slightly lower than for method “A” due to “False Alarm” and “Missing of the Target” errors.

In Fig. 11 and 12 the dependence of the plateau value (S_V and S_I) of the RTS noise spectra versus current is shown for both methods. Below and above $I_d = 10^{-5}$ A proportionalities mentioned are changed (e.g. $m=1.42$ or $m=0.96$ for $S_I \sim I_d^m$ in Fig.11). Note that the $1/f$ noise part showed $S_I \sim I_d^m$ with $m=1$ (Fig.6).

Slopes of $S_V(I_d)$ and $S_I(I_d)$ given by method "A" in Fig.11 at lower bias current differ from slopes obtained from method "B" as shown in Fig.12 due to "False Alarm" and "Missing of the Target" errors intrinsic to the method "B". At this point we should note that the behavior of burst noise and $1/f$ noise are different depending on bias current. All characteristics for RTS noise have a break at the current of $I_d = 10^{-5}$ A. The $1/f$ noise does not have such a change in behavior at the current mentioned.

Conclusions

The main results of this work are as follows:

- 1) Burst noise superimposed on Gaussian noise can be observed in the voltage across light-emitting diodes with quantum dots.
- 2) The burst noise extraction procedure from raw noise is based on the standard signal detection theory. The raw noise is split into two components. One appeared to be burst noise with a Lorentzian-like spectral shape. The other component was $1/f$ noise.
- 3) Dependence $S_I(I_d) \sim I_d$ was obtained for the extracted $1/f$ noise. Such a dependence was calculated for the first time and verified by T.G.M.Kleppenning. The Hooge's $1/f$ noise parameter $\alpha_H = 8 \cdot 10^{-5}$ was evaluated from the spectral analysis of the extracted $1/f$ noise assuming a $\tau = 10^{-9}$ s, which is a reasonable meaning for this type of device.
- 4) Two different spectra decomposition techniques are used to obtain burst noise spectra. Comparison of these two methods proves the fact that $1/f$ and burst noise are uncorrelated in our samples.
- 5) Different characteristics of extracted burst noise were obtained, such as current dependences of plateau value, corner frequency, mean lifetimes in both states, and magnitude.
- 6) All obtained characteristics of the burst noise have a break at the diode current $I_d = 10^{-5}$ A. No such change was revealed for the $1/f$ noise part. "Signal-to-noise ratio" SNR also completely changes at the current mentioned. Thus, it is possible to conclude that the RTS noise and $1/f$ noise have different physical origins in light-emitting diodes with quantum dots.

Acknowledgements

LEDs for this investigation were manufactured in the Physical-Technical Research Institute (State University of Nizhni Novgorod). This investigation and the manufacturing of LEDs were partly supported by the NATO's Scientific Affairs Division in the framework of the "Science for Peace" Project SfP-973799 between the universities of Nizhni Novgorod and Eindhoven as partners. The work was also supported by grants of RFBR NSh-1729.2003.2, 01-02-16666, and 02-02-06298.