Анализ погрешностей методов контроля гауссовости 1/f шума

С.В.Макаров, С.Ю.Медведев, А.В.Якимов*

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского
проспект Гагарина 23, Нижний Новгород 603950, Россия

Контроль гауссовости 1/f шума широко используется как инструмент, предназначенный для выявления природы этого шума. На сегодняшний день наиболее широко используются следующие три метода, см., например, обзор Вейсмана и соавторов [1]: (а) измерение гистограммы шума (с определением высших семиинвариантов); (б) анализ оценки погрешности при измерении интенсивности фильтрованного шума; (в) оценка коэффициента корреляции между интенсивностями шума на выходах (полосовых) фильтров, обладающих неперекрывающимися частотными характеристиками. Общим недостатком указанных методов является отсутствие детального анализа погрешности измеряемых величин, что затрудняет однозначную трактовку получаемых результатов.

В настоящей работе анализируются доверительные интервалы (при заданном уровне значимости) для измеряемых параметров шума. Показано, что метод “а” измерения гистограммы обладает наибольшей погрешностью, в то время как метод “б” оценки погрешности наиболее чувствителен к негауссовости шума. Для повышения точности метода “в” измерения коэффициента корреляции следует использовать предельно “короткие” отрезки полной реализации исследуемого шума. Приведены результаты тестирования трех типов шума: псевдослучайных “белого” и 1/f шумов, эмулированных в ЭВМ; 1/f шума эпитаксиальных *GaAs* пленок, обследованных ранее в [6].

1. Введение

Цель работы – анализ погрешностей методов, используемых для выяснения природы 1/f шума в проводящих материалах. Рассматриваются три статистических метода контроля гауссовости шума:

а) измерение гистограммы как оценки плотности вероятности шума;
б) анализ оценки погрешности при измерении интенсивности фильтрованного шума;
в) оценка коэффициента корреляции между интенсивностями шума на выходах полосовых фильтров, обладающих неперекрывающимися частотными характеристиками.

Данная проблема активно обсуждалась ранее в работах Вейсмана и других авторов (см., например, [1]). Однако в подобных работах отсутствовали сведения о доверительных интервалах измеряемых величин. Знание доверительного интервала [2] необходимо для однозначной трактовки полученных результатов.

В настоящей работе для исследуемых оценок (для общности обозначаемых как E) вычисляется доверительный интервал ΔE с уровнем значимости P_c [3–5]. На вероятностном языке это означает, что $Prob\{[E-\Delta E;\ E+\Delta E]\} < P_c$. Используется га-

* Тел.: +7-8312-656153; Fax: +7-8312-656416; E-mail: yakimov@rf.unn.runnet.ru

уссово приближение статистики отсчетов, обладающих стандартом σ_E измеряемой величины E. В настоящей работе принято $P_c = 95\%$, что дает $\Delta E = 2\sigma_E$.

Таким образом, если примерно 95% данных находится в пределах доверительного интервала, тогда считается, что исследуемый шум гауссов стационарный.

Для тестирования методик здесь исследуются следующие процессы: модель стационарного белого шума, каждое значение которого представляет собой сумму 128 равномерно распределенных псевдослучайных величин; суперпозиция 1024 псевдослучайных телеграфных процессов, моделирующая стационарный 1/f шум: а также низкочастотные шумы *n–GaAs* пленок, изготовленных методом молекулярной эпитаксии [6].

Результаты исследования вышеуказанных процессов показывают, что статистические методы, рассматриваемые в настоящей работе, обладают различной чувствительностью к негауссовости. Метод, основанный на анализе гистограммы, обладает низкой чувствительностью, что совпадает с данными других авторов (см. например [7]). Самой высокой чувствительностью к негауссовости обладает оценка погрешности измерения интенсивности фильтрованного шума, поскольку в этом методе используется максимально возможное число отсчетов измеряемой величины.

2. Гистограмма

Предположим, что процесс $\xi(t)$ является эргодическим по рассматриваемым статистическим характеристикам. Реализации процесса $\xi(t)$ подвергаются цифровой обработке. Для получения гистограммы $Q(\xi)$, как оценки плотности вероятности процесса $W_\xi(\xi)$ берётся выборка $\{\xi_1,\ldots,\xi_N\}$ объемом N. Элементы выборки представляют собой отсчеты шума. Пренебрегая квантованием по уровню, которое осуществляется аналого-цифровым преобразователем, считаем, что отсчеты шума – это значения процесса $\xi(t)$, взятые в моменты времени t_k : $\xi_k = \xi(t_k)$ ($k = 1,\ldots, N$). Для получения N отсчетов обрабатываемая реализация должна иметь длину $T = N{\cdot}\Delta t$, где Δt –интервал квантования по времени: $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ ($k = 1,\ldots, N-1$).

Гистограмма $Q(\xi)$ вычисляется следующим образом [2]:

$$Q(\xi) = \frac{1}{N \cdot \Delta\xi} \sum_{k=1}^{N} m(\xi,\xi_k) . \tag{1}$$

Здесь N –полное число отсчетов, $\Delta\xi$ –интервал между двумя соседними уровнями (интервал квантования по аргументу). Функция $m(\xi, \xi_k)$ является индикатором попадания значения отсчета ξ_k в область, ограниченную интервалом $\Delta\xi$:

$$m(\xi,\xi_k) = \begin{cases} 1\,, \xi_k \in \left[\xi - \dfrac{\Delta\xi}{2}\,; \xi + \dfrac{\Delta\xi}{2}\right]; \\ 0\,, \xi_k \notin \left[\xi - \dfrac{\Delta\xi}{2}\,; \xi + \dfrac{\Delta\xi}{2}\right]. \end{cases} \tag{2}$$

В общем случае оценка (1) является смещенной [2]. Однако при малых $\Delta\xi$ и больших N смещением можно пренебречь:

$$\lim_{\begin{cases}\Delta\xi\to 0\\ N\to\infty\end{cases}} \langle Q(\xi)\rangle = W_\xi(\xi)\,, \tag{3}$$

где $W_\xi(\xi)$ –плотность вероятности исследуемого процесса.

Предположим, что отсчеты ξ_k не коррелируют между собой. Тогда дисперсия оценки (1) для достаточно малых $\Delta\xi$ имеет вид [2]:

$$D[Q(\xi)] \cong \frac{W_\xi(\xi)}{N\cdot\Delta\xi}\,. \tag{4}$$

Определим относительную погрешность оценки $Q(\xi)$ как отношение стандарта к среднему:

$$\varepsilon_Q = \left(D[Q(\xi)]\right)^{1/2} \Big/ \langle Q(\xi)\rangle\,. \tag{5}$$

Подставляя (3) и (4) в (5) найдем относительную погрешность оценки (1) при малых $\Delta\xi$ и больших N:

$$\varepsilon_Q \cong \left(W_\xi(\xi) N\cdot\Delta\xi\right)^{-1/2}\,. \tag{6}$$

Из соотношения (6) следует, что погрешность измерения плотности вероятности определяется формой распределения исследуемого процесса. Если процесс гауссов или имеет распределение, подобное гауссову, тогда погрешность оценки (1) будет принимать наименьшее значение в нуле, тогда как на “крыльях” гистограммы погрешность (6) будет наибольшей.

Величина $Q(\xi)$ является случайной. Поэтому по ограниченному числу экспериментальных данных нельзя судить о форме распределения. В настоящей работе используется доверительный интервал для значений $Q(\xi)$ с уровнем значимости 95%, найденный при условии, что распределение $W_\xi(\xi)$ имеет гауссов вид. В случае, когда уровень значимости составляет 95%, полуширина доверительного интервала представляет собой удвоенный стандарт оценки (1).

3. Погрешность измерения интенсивности фильтрованного шума

Допустим, что стационарный гауссов шум $\xi(t)$, обладающий нулевым средним значением и спектром $S_\xi(f)$, подается на вход полосового фильтра, который имеет полосу пропускания Δf. Оценивается средняя интенсивность (дисперсия σ_x^2) шума $x(t)$ на выходе фильтра:

$$p(t) = \frac{1}{t}\int_0^t x^2(t')dt'\,,\; 0 < t \le T\,. \tag{7}$$

Здесь T –полное время анализа или длительность обрабатываемой реализации шума; $p(t)$ –оценка дисперсии, она является случайной функцией времени t. Можно показать, что оценка (7) является несмещенной, то есть ее статистическое среднее совпадает с дисперсией шума на выходе фильтра: $\langle p \rangle = \sigma_x^2$.

Найдем относительную погрешность оценки $p(t)$, которая определяется как отношение стандарта к среднему:

$$\varepsilon_p = \sigma_p / \langle p \rangle \ . \tag{8}$$

В случае, когда входной шум гауссов и стационарный, то есть выполнена нулевая гипотеза, погрешность (8) определяется известным соотношением [8]:

$$\varepsilon_p^2 = 1/(t \cdot \Delta f_x) \ . \tag{9}$$

Здесь Δf_x –эффективная ширина спектра $S_x(f)$ фильтрованного шума:

$$\Delta f_x = \left[\int_0^\infty S_x(f) df \right]^2 \Bigg/ \int_0^\infty S_x^2(f) df. \tag{10}$$

Для входного белого шума, $S_\xi(f)$ = const, эта ширина совпадает с полосой пропускания фильтра Δf.

Произведение $t \cdot \Delta f_x$ в (9) имеет смысл числа используемых некоррелированных отсчетов интенсивности. Из соотношения (9) следует, что при заданной длительности $t = T$ обрабатываемой реализации низкочастотного шума точность измерений интенсивности (7) повышается только при увеличении полосы пропускания фильтра. С другой стороны, чем больше время анализа t, тем выше точность оценки (7).

При измерениях вычисляется погрешность ε_{exp} путем использования известного числа N доступных некоррелированных отсчетов интенсивности ($N = t \cdot \Delta f_x$), а также оценок $p(t)$ –среднего и $s^2(t)$ –дисперсии интенсивности: $\varepsilon_{exp} = s/(p\sqrt{N})$. Очевидно, что ε_{exp} есть случайная функция времени, и она рассеяна вокруг ε_p, если справедлива нулевая гипотеза. Поэтому для анализа экспериментальных данных вычисляется относительная оценка погрешности:

$$E(t) = \varepsilon_{exp}(t) / \varepsilon_p(t) \ , \tag{11}$$

которая должна принимать значения в окрестности единицы в случае стационарного гауссова шума.

Однако, поскольку величина $E(t)$ является случайной, то по ограниченному числу экспериментальных данных нельзя судить о выполнении нулевой гипотезы. Поэтому необходимо вычисление доверительного интервала для оценки (11). В настоящей работе используется доверительный интервал для значений $E(t)$ с уровнем значимости 95%, найденный при условии, что $t \cdot \Delta f_x >> 1$; при этом учитывается форма спектра входного шума [4,5]. В случае, когда входной шум белый, выражение для доверительного интервала имеет вид:

$$\Delta E \approx 4{,}3 \varepsilon_p \ , \tag{12}$$

где ε_p определяется соотношением (9).

Из соотношения (12) следует, что при заданной полосе пропускания фильтра Δf увеличение текущего времени анализа t (то есть числа отсчетов интенсивности N) сопровождается сужением области доверительного интервала, то есть повышением точности оценки погрешности (11).

4. Корреляция между интенсивностями шума на выходах двух фильтров

Рассмотрим коэффициент корреляции между флуктуирующими интенсивностями шума, пропущенного через два полосовых фильтра, обладающих неперекрывающимися частотными характеристиками.

Исследуемый шум $\xi(t)$, обладающий нулевым средним, $<\xi(t)> = 0$, подается на входы двух полосовых фильтров, имеющих полосы пропускания Δf_1 и Δf_2, соответственно. Обозначим процессы на выходах полосовых фильтров как $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Теоретическое значение коэффициента корреляции R между интенсивностями процессов на выходах фильтров определяется следующим соотношением:

$$R(t) = \frac{< y_1(t) \cdot y_2(t) > - < y_1(t) > \cdot < y_2(t) >}{\sqrt{(< y_1^2(t) > - < y_1(t) >^2) \cdot (< y_2^2(t) > - < y_2(t) >^2)}} . \tag{13}$$

Здесь $y_{1,2}(t)$ –текущие интенсивности процессов $x_{1,2}(t)$ на выходах полосовых фильтров: $y_i(t) = x_i^2(t)$, $i = 1,2$.

Оценка коэффициента корреляции (13) выполняется следующим образом.

Отрезок исследуемого шума, имеющий длительность T_1, подвергается быстрому преобразованию Фурье (БПФ). Например, для получения частотного разрешения $df = 0{,}2$ Гц необходима длительность $T_1 = 1/df = 5$ с. Для получения N отсчетов обрабатываемая реализация сигнала должна иметь длину $T = T_1 \cdot N$.

Полосовая фильтрация и вычисление оценок интенсивностей осуществляется путем суммирования интенсивностей БПФ–компонент исследуемого шума, частоты которых попадают в требуемый диапазон шириной Δf_1 или Δf_2. Обозначим отсчеты, соответствующие интенсивностям шумов на выходах первого и второго фильтров, как $y_1(k)$ и $y_2(k)$. Для упрощения дальнейшего анализа пренебрежем дискретизацией шума, приняв, что значения отсчетов $y_{1,2}(k)$ вычисляются путем интегрирования по периоду БПФ:

$$y_{1,2}(k) = \frac{1}{T_1} \int_{(k-1)T_1}^{kT_1} x_{1,2}^2(t')dt', \; k = 1,\ldots,N. \tag{14}$$

Оценка ρ коэффициента корреляции R вычисляется путем использования оценок $p_{1,2}(n)$ –средних и $w_{1,2}(n)$ –дисперсий, а также корреляции $K(n)$ между отсчетами интенсивностей на выходах фильтров:

$$\rho(n) = \frac{K(n) - p_1(n) \cdot p_2(n)}{\sqrt{w_1(n) \cdot w_2(n)}} . \tag{15}$$

Здесь:

$$K(n)=\frac{1}{n\cdot m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=(i-1)\cdot m+1}^{i\cdot m}y_1(k)y_2(k) \tag{16}$$

–оценка корреляции между отсчетами интенсивностей шума на выходах фильтров. Величина n представляет собой текущий номер отсчета; он изменяется от 1 до N/m, где m –число промежуточных усреднений (число отсчетов интенсивности шума на выходах фильтров, используемых для каждой последующей оценки коэффициента корреляции).

Таким образом, оценка $\rho(n)$ является случайной функцией числа отсчетов n, имеющего смысл дискретного времени анализа. При измерениях производится накопление отсчетов оценки коэффициента корреляции (15). Чем выше текущий номер отсчета оценки (15), тем выше ожидаемая точность указанной оценки.

Если шум гауссов стационарный, то коэффициент корреляции (13) равен нулю, а его оценка (15) рассеяна в окрестности нуля. Следовательно, для интерпретации экспериментальных результатов необходимо вычисление доверительного интервала.

Если выбранный уровень значимости составляет 95%, то при выполнении условия $n\cdot m >> 1$ выражение для полуширины доверительного интервала имеет вид [3]:

$$\Delta R=\frac{2}{\sqrt{n\cdot m}}\ ,\ n=1,\ldots,N/m\ . \tag{17}$$

Аналогичное соотношение получено в [9] для оценки коэффициента корреляции между двумя статистически независимыми последовательностями нормально распределенных чисел одинаковой длины.

Из соотношения (17) видно, что полуширина доверительного интервала ΔR не зависит от параметров полосовых фильтров и определяется только числом используемых отсчетов $n\cdot m$. Точность измерения коэффициента корреляции можно повысить при фиксированной длительности обрабатываемой шумовой реализации T, используя “короткие” БПФ. При этом необходимо учитывать, что короткое БПФ обеспечивает низкое разрешение по частоте. Чем короче длительность отрезка исследуемого шума T_1, подвергаемая БПФ, тем ниже частотное разрешение: $df=1/T_1$.

5. Экспериментальные результаты

В основе вышеуказанных методов лежит идея о подвижных точечных дефектах как источнике 1/f шума в токопроводящих образцах [10,11]. Если число дефектов невелико, тогда фликкерный шум вполне может быть негауссов.

Для тестирования статистических методов были исследованы следующие случайные процессы:

- белый стационарный шум, эмулированный численными методами;
- суперпозиция 1024 псевдослучайных телеграфных процессов, моделирующая стационарный 1/f шум;
- низкочастотный шум в эпитаксиальных *GaAs* пленках.

Измерения выполнялись с помощью специальной системы цифрового анализа сигналов [12]. Шум сначала записывался на жесткий диск IBM PC. Длина записи ограничена только свободным местом на диске. Контролировались: гистограмма и спектр шума, текущая интенсивность шума на выходе полосового фильтра, а также корреляция между интенсивностями шума на выходах полосовых фильтров.

Тестирование системы цифрового анализа сигналов, выполненное путем исследования модели белого шума, показало состоятельность статистических методов, используемых в настоящей работе [3,13].

При обработке шумов *GaAs* пленок для получения спектра использовалось стандартное 2048–точечное БПФ. Длина отдельной записи позволяла вычислить 80 спектрограмм с частотным разрешением 0,2 Гц. Для каждого процесса было обработано до 24 шумовых записей.

Результаты анализа спектра (рис. 1) показали, что для шума *GaAs* пленок наблюдается зависимость вида 1/f на частотах ниже 20 Гц (линия 2) и плато, обусловленное тепловым шумом пленки, на более высоких частотах (линия 3). В свою очередь, спектр суперпозиции телеграфных процессов, моделирующей стационарный фликкерный шум, показал, что во всей полосе частот, где производился анализ, наблюдается зависимость, близкая к 1/f (линия 1).

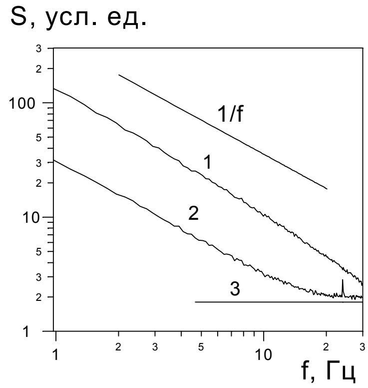

Рис. 1. Спектры исследуемых процессов: “1/f” –репер для 1/f шума; “1” –модель стационарного 1/f шума; “2” – шум *GaAs* пленки; “3” – плато теплового шума *GaAs* пленки.

Проверка плотности вероятности распределения (с вычислением первых четырех кумулянтов) не выявила ощутимого отклонения от закона Гаусса для всех процессов, исследуемых в настоящей работе. Результаты анализа гистограммы низкочастотного шума *GaAs* пленок представлены на рис. 2 в гауссовых координатах:

$$X_g = \xi \cdot |\xi| ,$$
$$Y_g = \ln\left(W_\xi(\xi)\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2} \right) = \ln\left(W_{norm}\right). \qquad (18)$$

Здесь $W_\xi(\xi)$ и $\sigma_\xi{}^2$ –плотность вероятности и дисперсия исследуемого процесса $\xi(t)$.

На рис. 2 по оси абсцисс отложены значения X_g, по оси ординат –значения Y_g.

Сплошные симметричные линии представляют границы области доверительного интервала. Из рис. 2 видно, что около 95% данных анализа гистограммы находится внутри этой области. В нуле ширина доверительного интервала наименьшая, тогда как на “крыльях” гистограммы она принимает большие значения.

Фильтрование шума, измерение интенсивности и корреляции выполнялись следующим образом. Отрезок оцифрованного шума длиной 2048 точек (256 точек при измерении корреляции) преобразовывался по Фурье, после чего селектировались спектральные компоненты, частоты которых находятся в выбранной полосе частот. Затем вычислялись и суммировались интенсивности этих компонент, что дает единичные отсчеты текущей интенсивности фильтрованного шума и корреляции интенсивностей шума на выходах фильтров. Процедура повторялась, пока не была обработана вся запись. В заключение вычислялись оценки относительной погрешности и корреляции в предположении гауссова стационарного шума, а также доверительные интервалы для этих оценок.

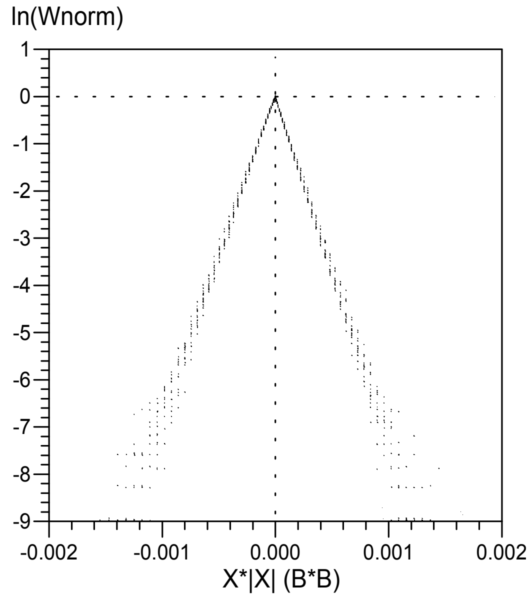

Рис. 2. Гистограмма НЧ шума *GaAs* пленки, представленная в гауссовых координатах, см. (18). Сплошные линии – границы доверительного интервала.

Таким образом, полосовые фильтры моделируются с помощью БПФ. Здесь используются одно–октавные и двух–октавные фильтры.

Результаты анализа вышеуказанных оценок для модели стационарного белого шума, каждое значение которого представляет собой сумму 128 равномерно распределенных псевдослучайных величин, показали, что 95% данных находится внутри области, ограниченной доверительным интервалом. Это означает состоятельность используемых методик.

Результаты анализа погрешности (11) измерения интенсивности шума *GaAs* пленок и суперпозиции 1024 псевдослучайных телеграфных процессов с применением двух–октавных фильтров приведены на рис. 3,4.

Здесь использованы следующие обозначения. По горизонтальной оси отложены значения текущего номера отсчета n, каждый отсчет получен путем обработки $m=4$ промежуточных отсчетов. Полоса пропускания фильтров указана в количестве спектральных компонент и составляет [9; 36] Гц для *GaAs* пленки (расстояние между спектральными компонентами – 0,2 Гц). По вертикали отложена относительная оценка погрешности (11). Две симметричные линии ограничивают доверительный интервал (на уровне значимости P_c= 95%).

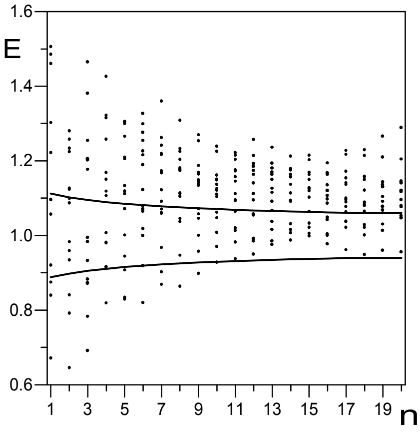

Рис. 3. Оценки относительной погрешности (11) измерения интенсивности фильтрованного шума. *GaAs* пленка. Полосовой фильтр [9; 36] Гц (спектральные компоненты БПФ 45–179).

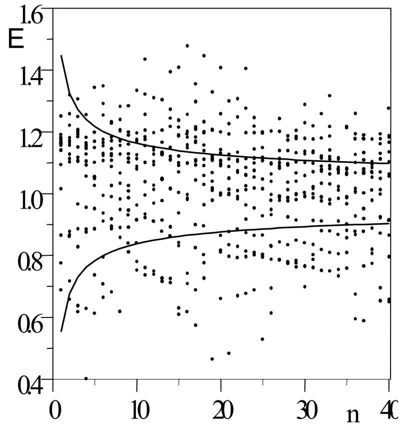

Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для модели 1/f шума как суперпозиции случайных телеграфных процессов. Спектральные компоненты БПФ 10–39.

На рисунках 3,4 большая часть данных находится вне доверительного интервала. Это означает, что исследуемый шум *GaAs* пленок либо нестационарен, либо негауссов. С другой стороны, поскольку суперпозиция 1024 псевдослучайных телеграфных процессов моделирует стационарный 1/f шум, то оценка погрешности измерения интенсивности чувствительна к негауссовости.

Результаты анализа оценки коэффициента корреляции (15) для низкочастотного шума *GaAs* пленок и суперпозиции псевдослучайных телеграфных процессов представлены на рисунках 5 и 6. По оси абсцисс отложен текущий номер отсчета n (число промежуточных усреднений m=16). Ось ординат представляет оценки коэффициента корреляции. Две сплошные симметричные линии ограничивают доверительный интервал, внутрь которого должны попадать отсчеты для гауссова стационарного шума. Сплошной ломаной линией отмечены средние значения полученных отсчетов.

Здесь использовалось 256–точечное БПФ, поэтому расстояние между спектральными компонентами составляет 1,6 Гц. Полосы пропускания фильтров составляют [1,6; 3,2] Гц и [9,6; 19,2] Гц. Большая часть данных для 1/f шума *GaAs* пленок находится вне области, ограниченной доверительным интервалом. Оценка коэффициента корреляции имеет явную тенденцию к положительным значениям, что может быть обусловлено нестационарностью или негауссовостью исследуемого шума (рис. 5).

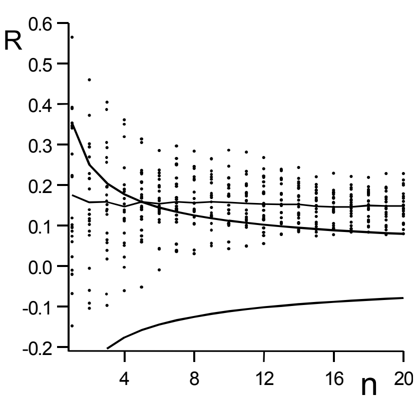

Рис. 5. Оценки коэффициента корреляции. *GaAs* пленка. Фильтруемые БПФ компоненты: 1–1; 6–11. Частотное разрешение 1,6 Гц.

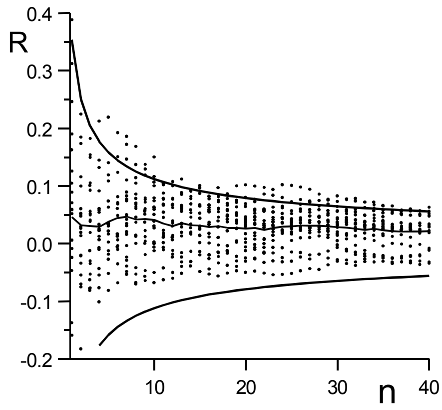

Рис. 6. То же, что рис. 5, но для модели 1/f шума как суперпозиции случайных телеграфных процессов.

С другой стороны, примерно 95% данных для суперпозиции псевдослучайных телеграфных процессов находится в области, ограниченной доверительным интервалом (рис. 6). Это означает, что оценка коэффициента корреляции имеет низкую чувствительность к негауссовости.

Таким образом, оценка коэффициента корреляции менее чувствительна к негауссовости, чем оценка погрешности измерения интенсивности фильтрованного шума. Тенденция оценки коэффициента корреляции к положительным значениям представляет собой особенность, присущую низкочастотному шуму в *GaAs* пленках, которая, по-видимому, указывает на нестационарность шума.

6. Сравнительный анализ статистических методов

Общим во всех трех методах является способ вычисления стандарта σ_E измеряемой величины E:

$$\sigma_E = \sigma_1 /\sqrt{N}, \tag{19}$$

где σ_1 –стандарт единичного отсчета, N –доступное число некоррелированных отсчетов.

Эта зависимость стандарта величины E от числа отсчетов, по-видимому, является универсальной для любых оценок, получаемых при цифровой обработке сигналов и используемых для проверки нулевой гипотезы. В настоящей работе такая зависимость наблюдается для оценок гистограммы (4) и интенсивности шума (9), а также для корреляции между интенсивностями шума на выходах фильтров (17). Стандарт единичного отсчета σ_1 определяется свойствами анализируемой оценки.

При измерении гистограммы величина N есть количество точек, попадающих в единичный интервал квантования аргумента $\Delta\xi$. На “крыльях” гистограммы количество таких точек относительно мало, что приводит к низкой чувствительности к негауссовости шума. Этот результат совпадает с данными других авторов (см. например [6]). Для анализа статистических характеристик высоких порядков [14] необходимо измерять высшие семиинварианты, что представляет собой сложную задачу из-за накопления ошибок округления.

Метод анализа погрешности измерения интенсивности фильтрованного шума показал наибольшую чувствительность к негауссовости шума вследствие использования максимально возможного числа отсчетов $N = T{\cdot}\Delta f_x$. Здесь T –полное время анализа, Δf_x –ширина спектра фильтрованного шума.

Метод измерения корреляции между отсчетами интенсивности шума на выходах полосовых фильтров дает $N = T/T_1$ некоррелированных отсчетов. Здесь T_1 – длительность единичной реализации шума, подвергаемой БПФ. Как правило, выполняется условие $T_1{\cdot}\Delta f_{1,2} > 1$, то есть длительность единичной реализации шума T_1 превышает времена корреляции процессов на выходах фильтров. В результате, метод измерения корреляции обладает меньшей чувствительностью к негауссовости шума, чем метод измерения интенсивности.

Особенность измерения интенсивности фильтрованного шума состоит в том, что при заданной длительности T обрабатываемой реализации низкочастотного шума точность измерений повышается при увеличении полосы пропускания фильтра. С другой стороны, параметры фильтров не влияют на точность измерения коэффициента корреляции.

В случае измерения коэффициента корреляции между интенсивностями шума на выходах полосовых фильтров точность измерения можно повысить при фиксированной длительности t, используя “короткие” БПФ. При этом необходимо учитывать, что короткое БПФ обеспечивает низкое разрешение по частоте. Чем короче длительность отрезка исследуемого шума T_1 , подвергаемая БПФ, тем ниже частотное разрешение: $df = 1/T_1$.

7. Выводы

1) Проанализированы методы исследования негауссовости шумов, основанные на анализе гистограммы, погрешности измерения интенсивности фильтрованного шума и корреляции между интенсивностями шума на выходах полосовых фильтров с неперекрывающимися частотными характеристиками. Для всех оценок, анализируемых в настоящей работе, зависимость стандарта измеряемой величины от числа отсчетов является универсальной.
2) С целью повышения точности измерений для анализа корреляции между интенсивностями шума на выходах фильтров целесообразно использовать "укороченные" БПФ, тогда как погрешность измерения интенсивности фильтрованного шума уменьшается при увеличении полосы пропускания фильтра.
3) Показано, что гистограмма имеет наименьшую чувствительность к негауссовости. Метод анализа корреляции менее чувствителен к негауссовости, чем метод анализа погрешности измерения интенсивности фильтрованного шума.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 00–15–96620, 01–02–16666 и Отделения Науки НАТО, программа "Наука для Мира", грант SfP–973799 Semiconductors.

Литература

[1] Restle P.J., Weissman M.B., Black R.D. Test of Gaussian statistical properties of 1/f noise // J. Appl. Phys. 1983. V.54, №10. P.5844–5847.
[2] Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов –М.: Мир, 1974. С.205.
[3] Макаров С.В., Медведев С.Ю., Якимов А.В. Корреляция между интенсивностями спектральных компонент 1/f шума // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т.43, №11. С.1016–1023.
[4] Yakimov A.V., Hooge F.N. A simple test of the Gaussian character of noise // Physica B. 2000, V.291. P.97–104.
[5] Якимов А.В. Анализ флуктуаций интенсивности фильтрованного 1/f шума для выявления подвижных дефектов в полупроводниках // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т.40, №9. С.1155–1163.
[6] Chen X.Y., Aninkevičius V. Annealing of proton irradiated GaAs reduces the 1/f noise // Proc. 7th Vilnius Conf. Fluctuation Phenomena in Physical Systems. Vilnius University Press, 1994. P.260–265.
[7] Voss R.F. Linearity of 1/f noise mechanisms // Phys. Rev. Lett. 1978. V.40, No.14. P.913–916.
[8] Slajdinš I., Šikula J., Vašina P. Noise Measurement: Technique and Accuracy // Elektrotechn. Čas. 1992. V.43. №10. P.299–303.
[9] Крамер Г. Математические методы статистики –М.: Мир, 1975.
[10] Orlov V.B., Yakimov A.V. The Further Interpretation of Hooge's 1/f Noise Formula // Physica B. 1990. V.162. P.13–20.

[11] Коган Ш.М. Низкочастотный токовый шум со спектром типа 1/f в твердых телах // УФН, 1985. Т.145, №2. С.285–328.
[12] Medvedev S.Yu., Pashev A.G., Yakimov A.V. LF Noise Computer Analysis Installation // Proc. 7th Vilnius Conf. on Fluctuation Phenomena in Physical Systems. Vilnius University Press, 1994. P.350–355.
[13] Макаров С.В., Медведев С.Ю., Якимов А.В., Феррантэ Г., Мичели В., Принчипато Ф. Влияние негауссовости на погрешность измерения интенсивности фильтрованного фликкерного шума // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т.33, №3. С.278–286.
[14] Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований –М.: Сов. Радио, 1978. 376 с.

The accuracy analysis of methods of the 1/f noise Gaussianity test [+)]

S.V.Makarov, S.Yu.Medvedev, A.V.Yakimov[*]

Nizhni Novgorod State University,
Gagarin Avenue 23, Nizhni Novgorod 603950, Russia

It is known that the nature of the 1/f noise is not well understood as yet. Therefore, the check of the noise Gaussianity is of interest with the purpose to get an additional information on its properties. This problem was actively discussed earlier by Weissman and other authors [1]. However many questions have remained without the answer.

The random process is Gaussian if its semi-invariants and the cumulant functions, since the third order, are equal to zero. Just these statistical characteristics are the subject of our research.

The main problem for the measurement of statistical characteristics both the 1/f noise, and other random processes, consists in the determination of the accuracy for the obtained results. It means the determination of the confidence interval ΔE for the specific significance level P_c. That is, $Prob\{[E-\Delta E;\ E+\Delta E]\} < P_c$. In the Gaussian approximation of statistics of readouts the magnitude ΔE is determined by the standard σ_E of the measured parameter E. For example, if $P_c = 95\%$ then $\Delta E = 2\sigma_E$. Besides, it is impossible to overlook round-off errors accompanying calculations on the computer.

Three methods of the check of the noise Gaussianity are considered in the present work.

1. The measurement of the histogram as the estimate of the probability density function of the noise (with the evaluation of the first four semi-invariants).
2. Evaluation of the error in the measurement of the filtered noise intensity.
3. The analysis of the correlation between readouts of the intensity of the noise at the outputs of non-overlapped bandpass filters.

+) Proc. NATO Project SfP–973799 Semiconductors 1st Workshop. Nizhni Novgorod, 2001

* Phone.: +7-8312-656153; Fax: +7-8312-656416; E-mail: yakimov@rf.unn.runnet.ru

In the basis of methods the idea about moveable point defects as the source of the 1/f noise in conductive samples is used. The following random processes therefore were investigated:

- Stationary white noise simulated by the numerical methods;
- The superposition of pseudo-random telegraphic processes simulating the stationary 1/f noise;
- The 1/f noise in epitaxial *GaAs* films;

The measurements were executed on the special system for the digital analysis of the noise [12]. For the realization of the second and third methods the one and two-octave filters were used, these filters were simulated with the help of FFT.

The common feature of all three methods is the method of the calculation of the standard σ_E of the measured value E. That is $\sigma_E = \sigma_1 /\sqrt{N}$, where σ_1 – the standard of the single readout, N – the accessible number of uncorrelated readouts. If the histogram is measured then the magnitude $N = N_1$ is the quantity of points within the unit interval of the argument quantization. On "tails" of the histogram the quantity of such points is not sufficient; this results in low sensitivity to the noise non-Gaussianity. This conclusion coincides with the data of other authors [7]. Additionally, it is necessary to underline the complexity of the calculation of higher semi-invariants. That is caused by round-off errors accompanying any numerical calculations.

The second method has shown the highest sensitivity to the noise non-Gaussianity due to the greatest possible number of readouts (of the intensity of the filtered noise), $N_2 = T{\cdot}\Delta f_x$. Here T is the total time of the analysis, Δf_x – the bandwidth of the filtered noise spectrum.

The (third) method of the measurement of the correlation between readouts of the intensity of the noise at outputs of bandpass filters gives the quantity $N_3 = T/T_1$ of uncorrelated readouts. Here T_1 is the duration of the single realization of the noise subjected to FFT. As a rule, the condition $T_1{\cdot}\Delta f_x > 1$ is satisfied. As a result, the method of the measurement of the correlation has smaller sensitivity to the noise non-Gaussianity, than the method of the intensity measurement.

In the paper the results of the analysis of the above mentioned three types of the noise are presented. The suppositions about properties of the 1/f noise in epitaxial *GaAs* films are put forward.

This work was supported by grants of RFBR No. 00–15–96620, 01–02–16666, and NATO SfP–973799 Semiconductors.